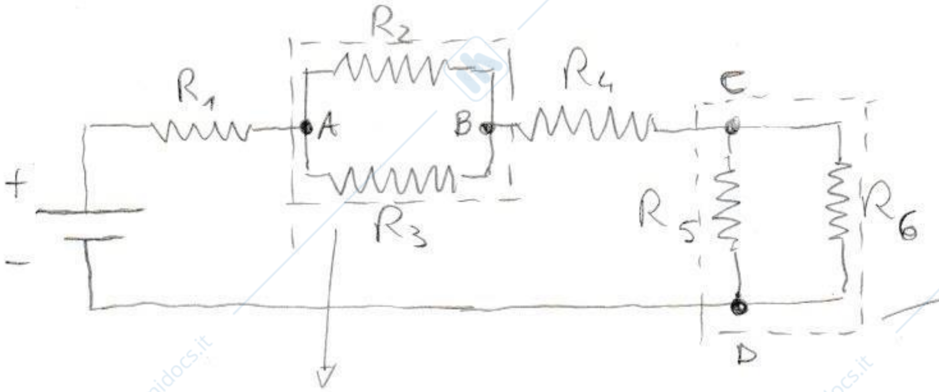
NEL CIRCUITO DELLA FIGURA: $\mathcal{E} = 12\,V$, $R_1 = 50\,\Omega$, $R_2 = 80\,\Omega$, $R_3 = 150\,\Omega$, $R_4 = 30\,\Omega$, $R_5 = 200\,\Omega$, $R_6 = 300\,\Omega$.

TROVARE: a) RESISTENZA EQUIVALENTE DEL CIRCUITO

b) INTENSITÀ DI CORRENTE IN CIASCUN RAMO



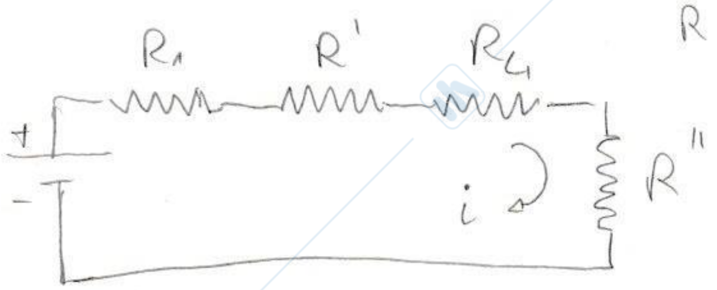
PARALLELO DI R_5 e R_6

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \Rightarrow R'' = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}$$

PARALLELO DI R_2, R_3

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R' = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$R' = 52\,\Omega$ $\qquad R'' = 120\,\Omega$



SERIE DI R_1, R', R_4, R''

$$R_{eq} = R_1 + R' + R_4 + R'' = 252\,\Omega$$

la corrente totale che scorre nel circuito verifica

$$\mathcal{E} = R_{eq}\, i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = 0{,}048\,A = 48\,mA$$

la corrente in R_1 è quindi $i_1 = i = 48\,mA$

Il verso è quello di percorrenza dal polo + al polo - del generatore di f.e.m.

I rami R_2 e R_3 si trovano alla stessa differenza di potenziale $V_{AB} = R_2 i_2$, $V_{AB} = R_3 i_3$

$$\Rightarrow R_2 i_2 = R_3 i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{R_2}{R_3} i_2$$

Inoltre, nel nodo A la corrente i_1 si divide in i_2 e i_3 con $i_1 = i_2 + i_3 = i_2 + \frac{R_2}{R_3} i_2$

quindi $i_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} i_1 = 31\ mA$, $i_3 = i_1 - i_2 = 17\ mA$

Nel nodo B invece si deve avere $i_2 + i_3 = i_4$

per cui $i_4 = i_1 = i = 48\ mA$.

Per il nodo C e i rami R_5 e R_6 valgono considerazioni analoghe

$V_{CD} = R_5 i_5 = R_6 i_6$, $i_4 = i_5 + i_6$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

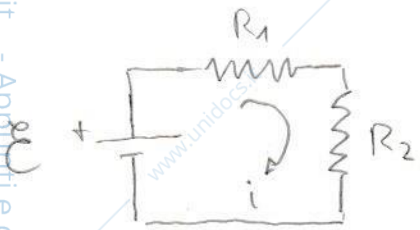
$i_6 = \frac{R_5}{R_6} i_5 \Rightarrow i_4 = \frac{R_6 + R_5}{R_6} i_5$

$i_5 = \frac{R_6}{R_5 + R_6} i_4 = 29\ mA$ $i_6 = i_4 - i_5 = 19\ mA$

UNA BATTERIA DA 12 V E RESISTENZA INTERNA TRASCURABILE È COLLEGATA AD UNA RESISTENZA $R_1 = 4.8\,k\Omega$ CON IN SERIE UNA RESISTENZA $R_2 = 12\,k\Omega$. SUCCESSIVAMENTE SI INSERISCE UNA RESISTENZA $R_3 = 18\,k\Omega$ IN PARALLELO A R_2. DETERMINARE

a) CORRENTE EROGATA DALLA BATTERIA PRIMA E DOPO L'INSERIMENTO DI R_3

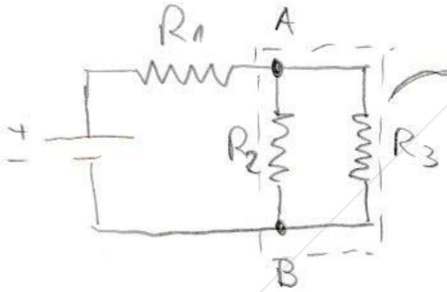
b) LA DIFFERENZA DI POTENZIALE AI CAPI DI R_3



PRIMA : $R_{eq} = R_1 + R_2$ (serie)

$\mathcal{E} = R_{eq}\, i$, $i = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = 0.71\ mA$

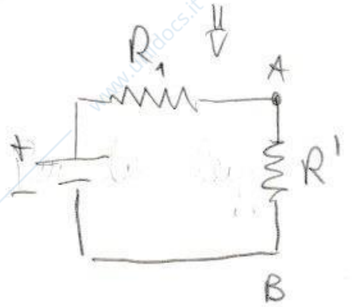
DOPO



$R' = \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 7.2\,k\Omega$

$R_{eq} = R_1 + R'$ (serie) $= 12\,k\Omega$

$i = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = 1\ mA$.



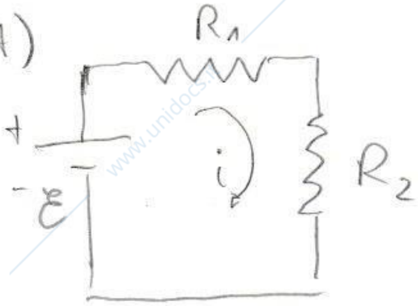
Ohm: $V_{AB} = R' i = 7.2\ V$

UNA PILA, AVENTE f.e.m. $\mathcal{E} = 20\,V$ VIENE CHIUSA SU UN CIRCUITO FORMATO DA DUE RESISTENZE IN SERIE $R_1 = 10\,\Omega$ E $R_2 = 100\,\Omega$. CALCOLARE

a) POTENZA DISSIPATA SU R_2 E POTENZA TOTALE EROGATA DALLA PILA

b) IL VALORE DI UNA RESISTENZA R_3 CHE, SE INSERITA IN SERIE A R_1 e R_2, DIMEZZA LA POTENZA EROGATA

A)



Situazione A)
L'esercizio non fornisce la resistenza interna che quindi è considerata trascurabile

POTENZA EROGATA $\quad P_A = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{eq}} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2} = 3.6\ J$

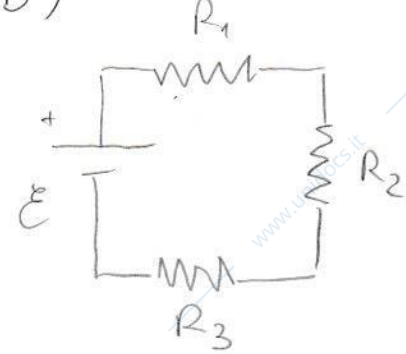
CORRENTE EROGATA $\quad i_A = \dfrac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = 0{,}18\ A$

POTENZA DISSIPATA IN R_2: $\quad P_{R_2} = R_2 i_A^2 = 3.3\ J$

Alternativamente: la potenza dissipata su R è $P_R = R i^2$ e quindi $P_R \propto R \Rightarrow P_{R_1} = \dfrac{R_1}{R_2} P_{R_2}$

$$P_A = P_{R_1} + P_{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_2} P_{R_2} \Rightarrow P_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} P_A = 3.3\ J$$

B)



$P_B = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R_1 + R_2 + R_3}$, imponiamo $P_B = \dfrac{P_A}{2}$

$$R_1 + R_2 + R_3 = 2(R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow R_3 = R_1 + R_2 = 110\,\Omega$$

L'IMPIANTO ELETTRICO DI UN EDIFICIO VIENE PROGETTATO IN MODO CHE I CAVI ELETTRICI SOPPORTINO UNA CORRENTE FINO A $i_M = 40.0$ A E DISSIPARE NON PIÙ DI $P_M = 2.00$ W DI CALORE PER OGNI METRO DI LUNGHEZZA. CALCOLARE IL DIAMETRO MINIMO DEL FILO DI RAME NECESSARIO, ASSUMENDO UNA RESISTIVITÀ PER IL RAME $\rho_{Cu} = 1.78 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$

Resistenza di un conduttore di sezione S e lunghezza L

$$R = \rho_{Cu} \frac{L}{S}$$

Potenza dissipata per effetto Joule: $P = R i^2$

$$P = \rho_{Cu} \frac{L}{S} i^2$$

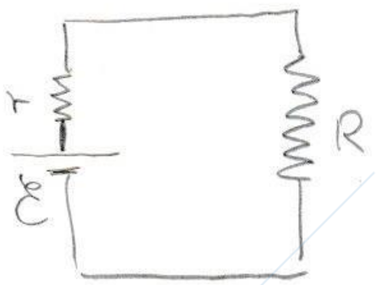
Alla massima corrente di progetto i_M si deve avere

$$P < P_M \Rightarrow \rho_{Cu} \frac{L}{S} < \frac{P_M}{i_M^2} \quad \text{con } L = 1\,m$$

$$\Rightarrow S > \frac{\rho_{Cu} L i_M^2}{P_M} = 14.2\ mm^2 = S_{min}$$

Se la sezione è circolare, il diametro minimo è $d_{min} = 2\sqrt{\frac{S_{min}}{\pi}} = 4.26\ mm$

NEL CIRCUITO IN FIGURA IL GENERATORE HA f.e.m. $\mathcal{E} = 0.500\,V$ E RESISTENZA INTERNA $r = 1.0\,\Omega$. IL RESISTORE R È COSTITUITO DA UN FILO DI ALLUMINIO LUNGO $d = 5.00\,m$ E DI SEZIONE $\Sigma = 0.500\,mm^2$; SI ASSUMA LA RESISTIVITÀ A 20°C $\rho_{20} = 2.65 \cdot 10^{-8}\,\Omega m$ E IL COEFFICIENTE TERMICO $\alpha = 4.30 \cdot 10^{-3}\,°C^{-1}$. CALCOLARE LA CORRENTE i_0 NEL CIRCUITO A $T = 0°C$, LA TEMPERATURA T_x PER CUI LA CORRENTE VALE $i = 0.95\,i_0$ E LA POTENZA DISSIPATA SU R NELLE DUE SITUAZIONI. SI TRASCURINO LE VARIAZIONI DI r CON LA TEMPERATURA.



Se trascuriamo la dilatazione termica $R(T) = \rho(T)\frac{L}{S}$

dove $\rho(T) = \rho_{20}(1 + \alpha \Delta T)$

$$R(T) = \frac{\rho_{20} L}{S}(1 + \alpha \Delta T)$$

dove $\Delta T = T - 20°C$

$T = 0°C$ $\qquad R_0(T) = \frac{\rho_{20} L}{S}(1 - \alpha \cdot 20) = 0.242\,\Omega$

$\Delta T = -20°C$

$$i_0 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_0} = 0.403\,A$$

ORA FISSIAMO $i = \frac{\mathcal{E}}{r + R_x} = 0.95\,i_0 \Rightarrow R_x = \frac{\mathcal{E}}{0.95\,i_0} - r$

$R_x = 0.308\,\Omega$ $\qquad R_x = \frac{\rho_{20} L}{S}(1 + \alpha \Delta T)$

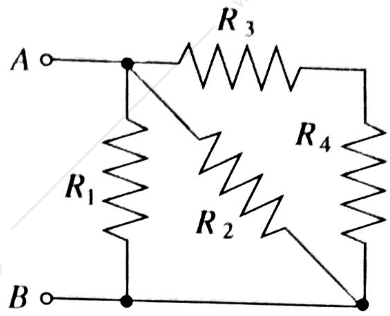
$$\Delta T = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{S R_x}{\rho_{20} L} - 1\right) = 48°C \Rightarrow T_x = 57°C.$$

Nelle due misurazioni la potenza dissipata su R è

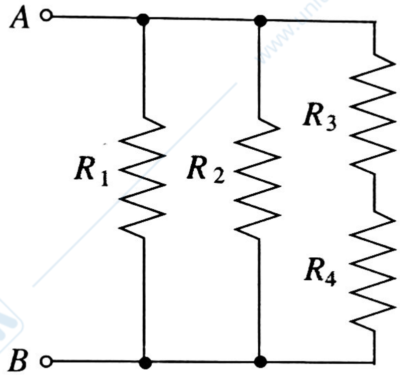
$$P_0 = R_0 \, i_0^2 = 3.93 \cdot 10^{-2} \, J$$

$$P_x = R_x \, i_x^2 = (0.95)^2 R_x \, i_0^2 = 4.51 \cdot 10^{-2} \, J$$

Il circuito mostrato in figura 20.18 è costituito da quattro resistenze di valore $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$ e $R_4 = 40\ \Omega$. Calcolare la resistenza equivalente tra i punti A e B del circuito.



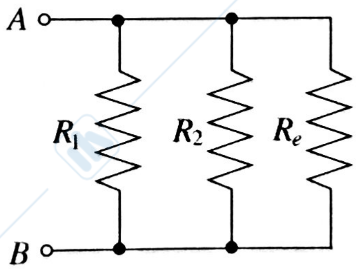
Innanzitutto occorre stabilire se le varie resistenze sono collegate tra loro in serie o in parallelo e procedere per passi successivi. Il circuito si può ridisegnare come illustrato nella figura 20.19, che è identico al circuito di figura 20.18 dal punto di vista dei collegamenti.



Nella figura 20.19 si vede immediatamente che le resistenze R_3 e R_4 sono in serie, quindi possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_e di valore:

$$R_e = R_3 + R_4 = 20 + 40 = 60\ \Omega\ .$$

Utilizzando la resistenza R_e si ottiene il circuito equivalente riportato nella figura 20.20



In questo circuito si vede che le tre resistenze sono in parallelo, quindi l'inverso della resistenza totale è uguale a:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_e} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{2+1+1}{60} = \frac{1}{15}\ \Omega^{-1}\ ;$$

quindi la resistenza equivalente tra i punti A e B del circuito è

$$R_{tot} = 15\ \Omega\ .$$

PROBLEMA 20.7

Due resistenze di valore $R_1 = 60\ \Omega$ e $R_2 = 30\ \Omega$ sono connesse in parallelo ad un generatore reale avente forza elettromotrice f e resistenza interna r_i come illustrato nella figura 20.26a). In queste condizioni il generatore eroga una corrente $i_1 = 0.409$ A. Quando la resistenza R_2 viene disconessa lasciando collegata solo la resistenza R_1, la corrente erogata dal generatore diminuisce e diventa $i_2 = 0.145$ A. Determinare: a) la resistenza interna del generatore; b) la forza elettromotrice del generatore; c) la potenza dissipata dalla resistenza R_1 in entrambi i casi.

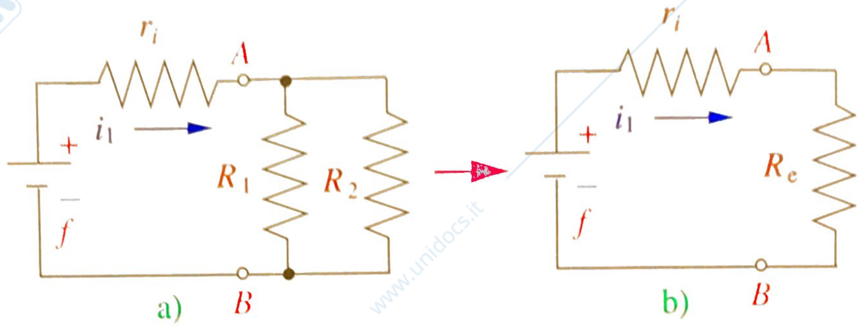


Figura 20.26
Le resistenze R_1 e R_2 del circuito di figura a) sono in parallelo. Esse possono essere sostituite da una resistenza equivalente in modo da ottenere il circuito di figura b).

Le due resistenze R_1 e R_2 del circuito illustrato in figura 20.26a) sono in parallelo e possono essere sostituite da una resistenza equivalente R_e pari a:

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{60 \times 30}{60 + 30} = 20\ \Omega\ .$$

Nel circuito di figura 20.26b) le due resistenze r_i e R_e sono in serie, quindi la corrente i_1 che scorre nel circuito soddisfa l'equazione:

$$f = (r_i + R_e) i_1\ . \tag{20.47}$$

In questa equazione vi sono due incognite, la forza elettromotrice f e la resistenza interna del generatore r_i; quindi abbiamo bisogno di un'altra equazione per risolvere il sistema. Sappiamo che quando non è collegata la resistenza R_2, la corrente erogata dal generatore è i_2; in questo caso R_1 è in serie a r_i, quindi possiamo scrivere l'equazione:

$$f = (r_i + R_1) i_2\ . \tag{20.48}$$

a) Risolvendo il sistema formato dalle equazioni (20.47) e (20.48) ricaviamo f e r_i. Ad esempio sottraendo l'equazione (20.48) dall'equazione (20.47) si ha:

$$0 = r_i(i_1 - i_2) + R_e i_1 - R_1 i_2$$

$$\Rightarrow\ r_i = \frac{R_1 i_2 - R_e i_1}{i_1 - i_2} = \frac{60 \times 0.145 - 20 \times 0.409}{0.409 - 0.145} = 1.97\ \Omega\ .$$

b) Inserendo il valore della resistenza interna r_i appena trovato in una delle due equazioni, ad esempio nell'equazione (20.47), si ricava il valore della forza elettromotrice:

$$f = (r_i + R_e) i_1 = (1.97 + 20) \times 0.409 = 8.98 \simeq 9.0\ \text{V}\ .$$

c) Calcoliamo ora la potenza dissipata da R_1 nei due casi [si veda il paragrafo 20.5, equazione (20.51)]. Nel primo caso ricaviamo la differenza di potenziale ai capi di R_1 che è uguale alla differenza di potenziale ai capi della resistenza equivalente R_e:

$$\Delta V_{R_1} = R_e i_1 = 20 \times 0.409 = 8.18\ \text{V}\ ;$$

quindi la potenza dissipata è:

$$P_{R_1} = \frac{(\Delta V_{R_1})^2}{R_1} = \frac{8.18^2}{60} = 1.11\ \text{W}\ .$$

Nel secondo caso sappiamo che la resistenza R_1 è attraversata dalla corrente i_2, quindi la potenza dissipata è:

$$P'_{R_1} = R_1 i_2^2 = 60 \times 0.145^2 = 1.26\ \text{W}\ .$$

Una lampadina di resistenza $R = 10\ \Omega$ è collegata a un generatore di tensione $f = 50$ V. a) Calcolare la potenza dissipata dalla lampadina. Volendo ridurre tale potenza a 1/4 del suo valore iniziale, si inserisce una resistenza R_2 in serie alla lampadina. Si calcoli: b) la corrente che circola nel circuito; c) il valore di R_2.

La corrente che circola inizialmente nella lampadina è

$$i = \frac{f}{R} = \frac{50}{10} = 5\ \text{A}\ .$$

a) La potenza dissipata dalla lampadina vale:

$$P = Ri^2 = 10 \times 5^2 = 250\ \text{W}\ .$$

b) Indichiamo con i_2 la nuova corrente e con P_2 la nuova potenza dissipata. Abbiamo:

$$P_2 = \frac{P}{4} \quad \Rightarrow \quad Ri_2^2 = \frac{1}{4}Ri^2 \quad \Rightarrow \quad i_2 = \frac{i}{2} = \frac{5}{2} = 2.5\ \text{A}\ .$$

c) Sia $R_{tot} = R + R_2$ la resistenza equivalente del sistema lampadina-R_2; dalla legge di Ohm si ha

$$R_{tot} = \frac{f}{i_2} = \frac{2f}{i} \quad \Rightarrow \quad R_{tot} = 2R\ ,$$

quindi

$$R_2 = R_{tot} - R = R = 10\ \Omega\ .$$

Un fornello elettrico è costituito da una resistenza di 20 Ω ed è alimentato da una batteria che eroga una differenza di potenziale continua di 50 V. Esso è utilizzato per riscaldare 2 kg di un liquido ignoto da 30 °C a 50 °C. Sapendo che il riscaldamento avviene in 16 minuti, ricavare il calore specifico del liquido.

La potenza elettrica dissipata dal fornello per effetto Joule si ricava utilizzando l'equazione (20.51):

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{50^2}{20} = 125\ \text{W}\ ;$$

la quantità di calore prodotta in 16 minuti è

$$Q = P\Delta t = 125 \times 16 \times 60 = 120\ \text{kJ}\ .$$

La capacità termica del liquido è [si veda l'equazione (13.2) del primo volume]:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{120 \cdot 10^3}{50 - 30} = 6\ \text{kJ/K}\ ;$$

quindi il calore specifico del liquido è [si veda l'equazione (13.3) del primo volume]:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{6 \cdot 10^3}{2} = 3\ \text{kJ/(kg K)}\ .$$

Una bobina di nichelcromo è usata come elemento riscaldante in un bollitore d'acqua che deve generare 0.8 grammi di vapore al secondo da acqua a 100 °C. Il filo ha un diametro di 1.80 mm ed è collegato ad un alimentatore di 115 V. Il nichelcromo ha resistività elettrica $\rho = 10^{-6}\ \Omega\cdot$m; il calore latente di evaporazione dell'acqua è $\lambda_v = 2.26$ kJ/g. Calcolare: a) la potenza dissipata dalla bobina; b) la corrente che circola nella bobina; c) la lunghezza del filo che forma la bobina.

Calcoliamo innanzitutto la quantità di calore che occorre fornire all'acqua a 100 °C per produrre 0.8 g di vapore acqueo; utilizziamo l'equazione (13.15) del primo volume:

$$Q = \lambda_v m = 2.26 \cdot 10^3 \times 0.8 = 1.81 \text{ kJ}\ .$$

a) Dato che 0.8 grammi di vapore devono essere prodotti in un secondo, vuol dire che gli 1.81 kJ di calore devono essere forniti all'acqua in un secondo; quindi la bobina di nichelcromo deve dissipare una potenza $P = 1.81$ kW per effetto Joule.
b) Dato che il bollitore è alimentato da un generatore di tensione di 115 V, la corrente che circola nella bobina si ottiene dall'equazione (20.51):

$$i = \frac{P}{\Delta V} = \frac{1.81 \cdot 10^3}{115} = 15.74 \text{ A}\ .$$

c) La resistenza del filo si ricava dalla legge di Ohm [equazione (20.20)]:

$$R = \frac{\Delta V}{i} = \frac{115}{15.74} = 7.31\ \Omega\ .$$

La sezione del filo è

$$S = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}(1.80 \cdot 10^{-3})^2 = 2.545 \text{ mm}^2\ ;$$

dalla seconda legge di Ohm [equazione (20.21)] si ricava la lunghezza del filo:

$$R = \rho\frac{l}{S} \quad \Rightarrow \quad l = R\frac{S}{\rho} = 7.31 \times \frac{2.545 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} = 18.6 \text{ m}\ .$$