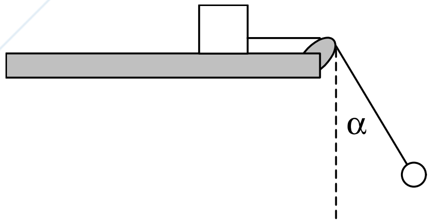
2/7/2010
ore 9:15

FISICA (preappello)

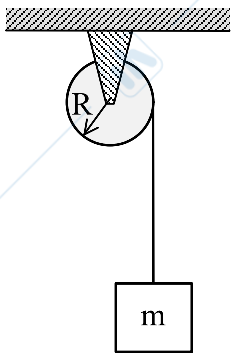
Proff. Ciucci, Della Valle, Magni, Nisoli, Torricelli

1) Un punto materiale di massa m = 100 g si muove di moto circolare con la seguente legge oraria $s = s(t) = t^2 + 2t$, dove s è l'ascissa curvilinea (espressa in metri) e t è il tempo (espresso in secondi). All'istante t = 2 s il modulo dell'accelerazione del punto è $a = 2\sqrt{5}$ m/s^2. Si determini il raggio della circonferenza e il lavoro compiuto dalla forza risultante in un giro completo a partire dall'istante iniziale $t = 0$.

2) Un corpo di massa M è fermo su di un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito statico μ_S. Ad esso è collegato mediante una fune inestensibile di massa trascurabile una sferetta di massa m. La sferetta, inizialmente ferma con il filo che forma un angolo α rispetto alla verticale, viene lasciata libera. Si determini il minimo valore μ_S per cui il corpo di massa M rimane fermo.



3) Un disco di raggio R può ruotare attorno ad un asse orizzontale fisso passante per il suo centro. Sul disco è avvolto un filo inestensibile e di massa trascurabile, cui è appeso un blocco di massa m. Il blocco viene lasciato libero di cadere. Trascurando ogni forma di attrito, si calcoli l'accelerazione del blocco e la tensione della fune. Si consideri noto il momento di inerzia I del disco rispetto all'asse di rotazione.



4) Un gas ideale monoatomico compie una trasformazione quasistatica in cui il calore assorbito in ogni tratto infinitesimo è 4 volte il lavoro prodotto (cioè $\delta Q = 4\delta L$). Si ricavi l'equazione della trasformazione.

5) Si enunci il teorema (disuguaglianza) di Clausius e lo si utilizzi per derivare il principio di accrescimento dell'entropia.

Modalità d'esame:
Gli studenti di FISICA (12 CFU) sono chiamati a rispondere a tutti i quesiti.
Gli studenti di FISICA A+B (10 CFU) o di FISICA A+C (10 CFU) sono chiamati a rispondere ai quesiti 1), 2), 4) e 5).

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

Soluzione.

1)

Derivando la legge oraria rispetto al tempo è possibile ricavare la velocità in funzione del tempo:

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = 2t + 2$$

Derivando a sua volta la velocità possiamo trovare l'accelerazione tangenziale:

$$a_T(t) = 2 \ \mathrm{m/s^2}$$

che come si può notare è costante.

Poiché il moto della particella è circolare è presente anche un accelerazione normale variabile nel tempo il cui modulo dipende dal quadrato della velocità:

$$a_N(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

L'accelerazione totale al tempo $\bar{t} = 2$ s sarà dunque :

$$a(\bar{t}) = \sqrt{a_T^2(\bar{t}) + a_N^2(\bar{t})} = \sqrt{a_T^2(\bar{t}) + \left(\frac{v^2(\bar{t})}{R}\right)^2} = 2\sqrt{5} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{v^2(\bar{t})}{\sqrt{a^2(\bar{t}) - a_T^2(\bar{t})}} = 9 \ \mathrm{m}$$

La forza risultante agente sulla particella sarà $\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m(\mathbf{a}_N + \mathbf{a}_T)$ in base al secondo principio della dinamica di Newton. Osserviamo però che solo la componente tangenziale di tale forza compie lavoro in un moto circolare. Quindi abbiamo $L = \int_\gamma m\mathbf{a} \bullet d\mathbf{l} = \int_\gamma m a_T \, dl = m a_T 2\pi R = 11.3$ J.

2)

Sulla massa M agiscono solamente la tensione T e la forza di attrito statico. Poiché è necessario determinare il minimo valore del coefficiente d'attrito statico, la forza di attrito assumerà il suo valore massimo che è :

$$\mathbf{F}_{as(\max)} = -\mu_S N\hat{\mathbf{i}} = -\mu_S Mg\hat{\mathbf{i}}$$

Affinchè la massa M rimanga ferma le due forze devono essere uguali ed opposte, da cui:

$$T = F_{as(\max)}$$

Sulla massa *m* invece agiscono la forza peso, la tensione e la forza centrifuga che ovviamente dipende dalla velocità istantanea della massa stessa. In particolare se consideriamo la direzione radiale, avremo

$$T = F_{cent} + mg\cos\alpha = m\left(\frac{v^2}{L} + g\cos\alpha\right)$$

La massima tensione si avrà in corrispondenza di $\alpha = 0$ quando la velocità è massima

$$T_{\max} = m\left(\frac{v_{\max}^2}{L} + g\right)$$

Per calcolare la velocità massima si utilizza il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$mgL(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$$

Sostituendo all'interno dell'equazione precedente si ottiene

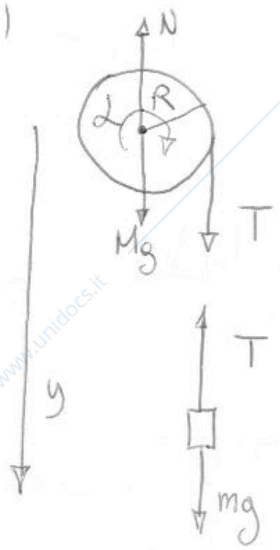
$$T_{\max} = m\left(\frac{2gL(1-\cos\alpha)}{L} + g\right) = mg(3 - 2\cos\alpha)$$

Sostituendo questo risultato nella equazione relativa al corpo di massa M ($T_{\max} = F_{as(\max)}$) troviamo:

$$mg(3-2\cos\alpha) = \mu_{S(\min)} Mg \;\Rightarrow\; \mu_{S(\min)} = \frac{m}{M}(3-2\cos\alpha) = \frac{2m}{M}$$

ove si è posto $\alpha = 60°$.

3)



M: $T + Mg - N = 0$

$TR = I\alpha$

m: $mg - T = m a_m$

vincolo cinematico: $a_m = \alpha R$

$\begin{cases} T = m(g - \alpha R) \\ TR = I\alpha \end{cases}$ sistema di 2 eq. in 2 inc. α e T

$$mgR - m\alpha R^2 = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mgR}{I + mR^2}$$

Ricaviamo infine $a_m = \alpha R = \dfrac{mR^2}{I + mR^2} g$

e $T = \dfrac{I\alpha}{R} = \dfrac{Img}{I + mR^2}$

4)

In base al I principio della TD,

$\delta Q = \delta L + dU$

Trattandosi di un gas ideale monoatomico sappiamo che $dU = n c_v dT = n\frac{3}{2}R\,dT$, quindi

$\delta Q = p\,dV + n\frac{3}{2}R\,dT = 4p\,dV$

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

$$n\frac{3}{2}R\,dT = 3p\,dV$$

$$\cancel{n}R\,dT = 2p\,dV = 2\frac{\cancel{n}RT}{V}dV$$

(Facendo uso della equazione di stato $pV=nRT$).

$$\frac{dT}{T} = 2\frac{dV}{V}$$

Integrando otteniamo $\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = 2\ln\frac{V}{V_0} = \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)^2$

che possiamo riscrivere come

$$\ln(TV^{-2}) = \text{costante} \quad \text{o} \quad TV^{-2} = \text{costante}.$$

5)

In ogni trasformazione ciclica di un sistema chiuso vale la seguente relazione

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

ove l'uguaglianza vale solo se la trasformazione è reversibile, e δQ rappresenta la quantità di calore che il sistema (che compie la trasformazione) scambia con la sorgente a temperatura T.

Consideriamo ora una generica trasformazione ciclica composta però di una trasf. irreversibile da A a B e una reversibile da B a A

$$\int_{A,\,IRR}^{B} \frac{\delta Q}{T} + \int_{B,\,REV}^{A} \frac{\delta Q}{T} = \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{AB} \triangleq \int_{A,\,REV}^{B} \geq \int_{A,\,IRR}^{B} \frac{\delta Q}{T}$$

Se ora considero un sistema isolato, allora $\delta Q = 0$ in qualsiasi trasformazione e si trova il generalissimo risultato che l'entropia di un sistema isolato aumenta sempre: $\Delta S_{AB} \geq 0$

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*