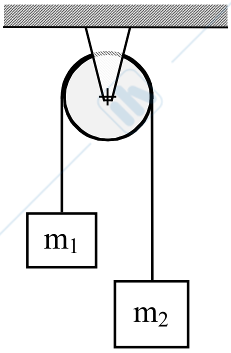
12/2/2010
ore 9:00

FISICA (appello 3)

Proff. Ciucci, Della Valle, Magni, Nisoli, Polli, Torricelli

1) Un oggetto puntiforme viene lanciato, con velocità iniziale $\boldsymbol{v_0}$ verso l'alto, su un piano scabro, inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico è μ_D. Trascurando l'effetto dell'attrito statico, si calcoli:
a) la massima quota raggiunta dall'oggetto,
b) la velocità con cui torna al punto di partenza.

2) Un asteroide si muove attorno al Sole lungo un'orbita ellittica con afelio r_A (massima distanza da Sole) e perielio r_P (minima distanza). Utilizzando i principi di conservazione, si ricavino le espressioni della velocità all'afelio, v_A, e al perielio, v_P. Si esprimano i risultati in funzione di r_A, r_P, della massa del Sole M e della costante di gravitazione universale G.



3) Due casse di massa m_1 ed $m_2 > m_1$ sono collegate agli estremi di una fune che appoggia, senza strisciare, su una carrucola di raggio R. Si calcoli l'accelerazione delle casse nei due casi:
a) carrucola di massa trascurabile,
b) carrucola con momento d'inerzia I_0 rispetto all'asse di rotazione.

4) Un gas ideale monoatomico compie una trasformazione reversibile descritta dall'equazione: $p = a + bV^2$, dove a e b sono costanti. All'inizio il volume del gas è V_0, al termine è $V_1 = 2V_0$. Si calcoli il lavoro compiuto dal gas ed il calore scambiato.

5) Si enunci il principio di equipartizione dell'energia e lo si applichi per calcolare il calore molare a *pressione costante* di un gas ideale biatomico.

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

Soluzione.

1

Teorema forze vive

μ_D

$$\Delta E_c = \mathcal{L}_{Ext}$$

$$\Delta E_c = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$N = mg\cos\alpha$$
$$L = H/\sin\alpha$$

$$\mathcal{L}_{ext} = -mgH - \mu_D N L$$

(i) $\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}gH + \mu_D \cancel{m}gH\,ctg\,\alpha$

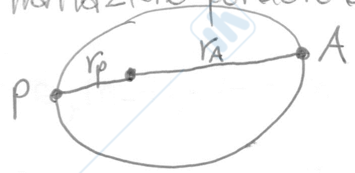
$$H = \frac{v_0^2}{2g(1+ctg(\alpha)\mu_D)}$$

(ii) Analogamente: $-mgH + \frac{1}{2}m v_F^2 = \Delta E = \mathcal{L}_{attr} = -\mu_D mgH\,ctg(\alpha)$

da cui $v_F = (2g(1-\mu_D ctg\,\alpha)H)^{1/2} = \left(\frac{1-\mu_D ctg\,\alpha}{1+\mu_D ctg\,\alpha}\right)^{1/2} v_0 < v_0$

Si noti che se fosse $\mu_D\,ctg\,\alpha > 1$ la trattazione perderebbe di significato...

2



$v_p = ?$
$v_A = ?$

Sistema di forze centrali è conservativo, quindi energia meccanica totale si conserva.

$$E = -G\frac{Mm}{r_x} + \frac{1}{2}m v_x^2 \quad \text{con } x = A, P$$

Sistema di forze centrali conserva il momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ del sistema quindi essendo in P e in A $\vec{r} \perp \vec{v}$, ho che

$$r_p \cancel{m} v_p = r_A \cancel{m} v_A$$

Ho quindi un sistema di 2 eq. in 2 inc. v_A, v_p

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

$$\begin{cases} -G\dfrac{M\cancel{m}}{r_A}+\dfrac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 = -G\dfrac{M\cancel{m}}{r_p}+\dfrac{1}{2}\cancel{m}v_p^2 \\ r_A v_A = r_p v_p \end{cases}$$

$$GM\left(\frac{1}{r_p}-\frac{1}{r_A}\right) = \frac{1}{2}\left(v_p^2 - v_A^2\right)$$

$$2GM\,\frac{\cancel{r_A - r_p}}{r_A \cancel{r_p}} = \left(\frac{\overset{r_A + r_p}{\cancel{r_A^2 - r_p^2}}}{r_p^{\cancel{2}}}\right) v_A^2$$

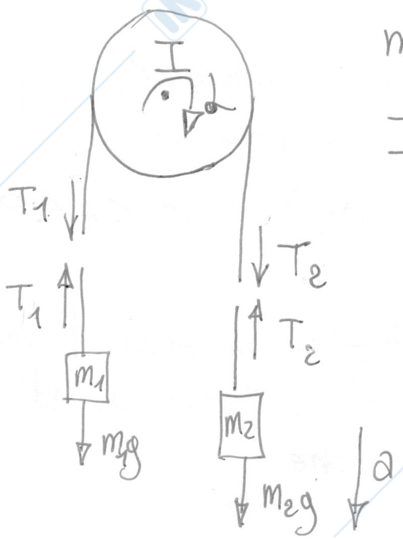
$$v_A = \left(\frac{2GM r_p}{r_A(r_A+r_p)}\right)^{1/2}$$

$$v_p = \left(\frac{2GM r_A}{r_p(r_A+r_p)}\right)^{1/2}$$

$\boxed{3}$ Studio prima il caso b)

$m_1 : \; m_1 g - T_1 = -m_1 a$

$m_2 : \; m_2 g - T_2 = m_2 a$



$$\left.\begin{aligned} I_0 &: \; \tau = I_0 \alpha \\ &\text{con } \tau = R(T_2 - T_1) \\ &\alpha = a/R \end{aligned}\right\} (T_2 - T_1)R = \frac{I_0}{R}\, a$$

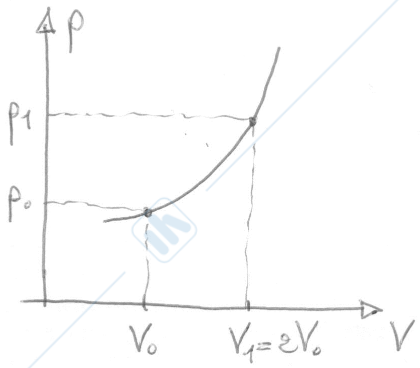
$$T_1 = m_1(g+a)$$
$$T_2 = m_2(g-a)$$

$$(m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a)R^2 = I_0 a$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)R^2}{I_0 + (m_1+m_2)R^2}\, g \qquad \text{Se } I_0 = 0 \text{ trovo } a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g$$

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

$\boxed{4}$



$$p_0 = p(V_0) = a + bV_0^2$$
$$p_1 = p(V_1) = a + 4bV_0^2$$
$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{nR} = \frac{1}{nR}\left(aV_0 + bV_0^3\right)$$
$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{1}{nR}\left(2aV_0 + 8bV_0^3\right)$$

$$\mathcal{L} = \int_{V_0}^{V_1} p(V)\,dV = \int_{V_0}^{2V_0} (a + bV^2)\,dV = \left[aV + \frac{1}{3}bV^3\right]_{V_0}^{2V_0} =$$
$$= 2aV_0 + \frac{8}{3}bV_0^3 - aV_0 - \frac{1}{3}bV_0^3 =$$
$$= aV_0 + \frac{7}{3}bV_0^3$$

$Q = \mathcal{L} + \Delta U$ in base al primo principio della termodinamica.

Inoltre, essendo il gas ideale, abbiamo

$\Delta U = n c_V \Delta T = n c_V (T_1 - T_0)$ con $c_V = \frac{3}{2}R$ (gas monoatomico)

$$\Delta U = \frac{3}{2}\left(2aV_0 + 8bV_0^3 - aV_0 - bV_0^3\right) =$$
$$= \frac{3}{2}\left(aV_0 + 7bV_0^3\right)$$

$$Q = \frac{5}{2}aV_0 + \frac{77}{6}bV_0^3$$

Relativamente al quesito 5 vedi appunti di teoria.

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*