

TERMODINAMICA

B) Gas ideali e reali

1 – Leggi dei gas. Equazione di stato dei gas ideali

Un gas è un fluido con le seguenti caratteristiche:

- a) Non ha forma propria o volume proprio, occupa tutto il volume a disposizione, quale per esempio il contenitore che lo contiene
- b) È comprimibile facilmente, con conseguenti variazioni notevoli di volume, densità e pressione.

Le variabili termodinamiche che descrivono lo stato termodinamico del gas e le eventuali trasformazioni sono:

- 1) la pressione p
- 2) il volume V
- 3) la temperatura T

Il gas può compiere trasformazioni termiche con scambio di lavoro e calore con l'ambiente. Il bilancio energetico è regolato dal primo principio della termodinamica

1) Legge isoterma di Boyle:

In una trasformazione isoterma (a temperatura costante) a temperatura costante la pressione è inversamente proporzionale al volume:

$$pV = \text{costante}$$

2) Legge isobara di Volta – Gay Lussac:

In una trasformazione isobara (la pressione rimane costante) il volume varia linearmente con la temperatura:

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

dove t è la temperatura in °C, V_0 è il volume occupato dal gas a $t=0$ °C, α è il coefficiente di dilatazione termica indipendente dal tipo di gas

3) Legge isocora di Volta – Gay Lussac

In una trasformazione isocora (il volume rimane costante) la pressione varia linearmente con la temperatura:

$$p = p_0(1 + \beta t)$$

dove t è la temperatura in °C, p_0 è la pressione del gas a $t=0$ °C, β è una costante indipendente dal tipo di gas.

4) Legge di Avogadro:

Volumi uguali di gas diversi, alla stessa temperatura e pressione, contengono lo stesso numero di molecole.

Una mole di qualsiasi gas, a una data temperatura e pressione, occupa sempre lo stesso volume.

$$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ molecole/mole}$$

Gas ideale

In un gas ideale il prodotto della pressione p per il volume V è proporzionale al numero n di moli e alla temperatura T (in K) attraverso la costante R dei gas ideali ($R = 8,314 \text{ J/mol K}$):

$$\boxed{pV = nRT}$$

equazione di stato di un gas ideale

In un gas ideale in equilibrio sono indipendenti solo due variabili, in quanto la terza si ricava tramite l'equazione di stato.

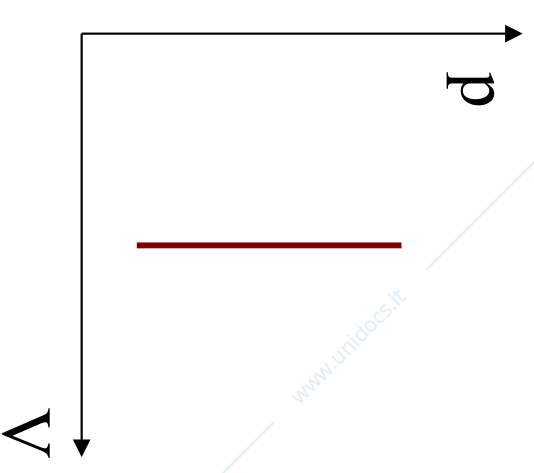
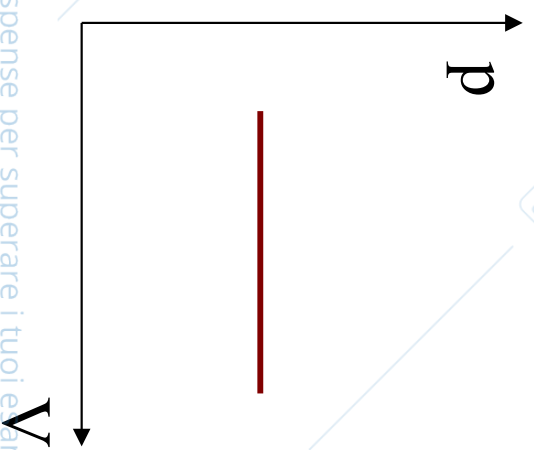
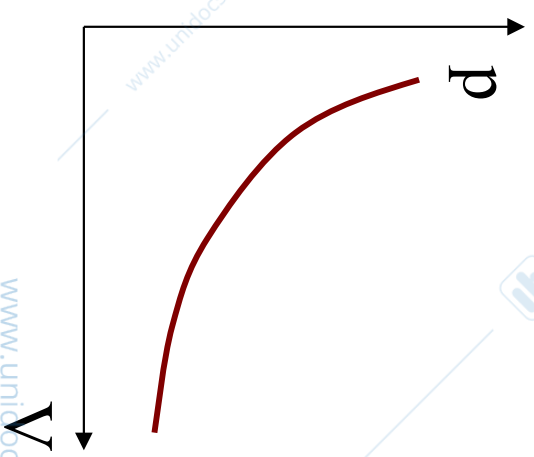
Sperimentalmente un gas reale si comporta come un gas ideale quanto più bassa è la sua pressione e quanto più alta è la sua temperatura

Piano p-V (piano di Clapeyron)

In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali nel piano, con il volume V in ascissa e la pressione p in ordinata, ogni punto (p, V) rappresenta completamente uno stato di equilibrio del gas, potendosi ricavare la temperatura dall'equazione di stato di un gas ideale.

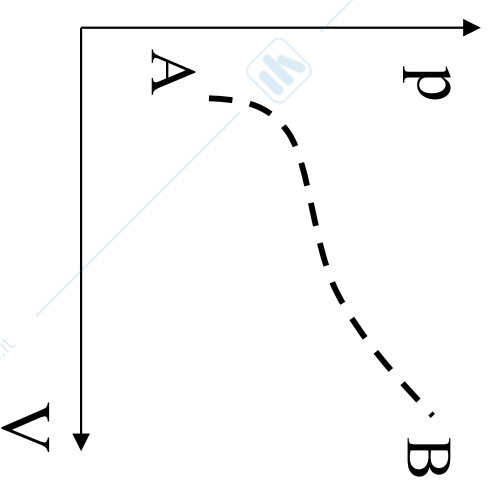
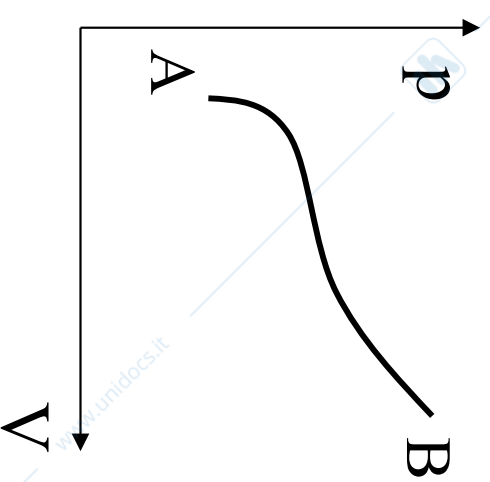
In particolare sul piano p-V,

- una trasformazione isoterma è rappresentata da un ramo di iperbole
- una trasformazione isobara da un segmento di retta parallelo all'asse dei volumi
- una trasformazione isocora da un segmento di retta parallelo all'asse delle pressioni



Una trasformazione che porti il gas dallo stato A allo stato B attraverso stati intermedi di equilibrio termodinamico è rappresentata nel piano (p, V) da una curva continua.

Se la trasformazione avviene tramite stati di NON equilibrio, si usa una rappresentazione simbolica a tratto per indicare che si ignorano i valori delle coordinate termodinamiche durante la trasformazione



2 – Trasformazioni di un gas. Lavoro

Quando un gas si espande o viene compresso avviene uno scambio di lavoro che in termini infinitesimi si può scrivere $dW = p dV$. In una trasformazione finita dallo stato A allo stato B si ha:

$$W = \int_A^B p(V) dV$$

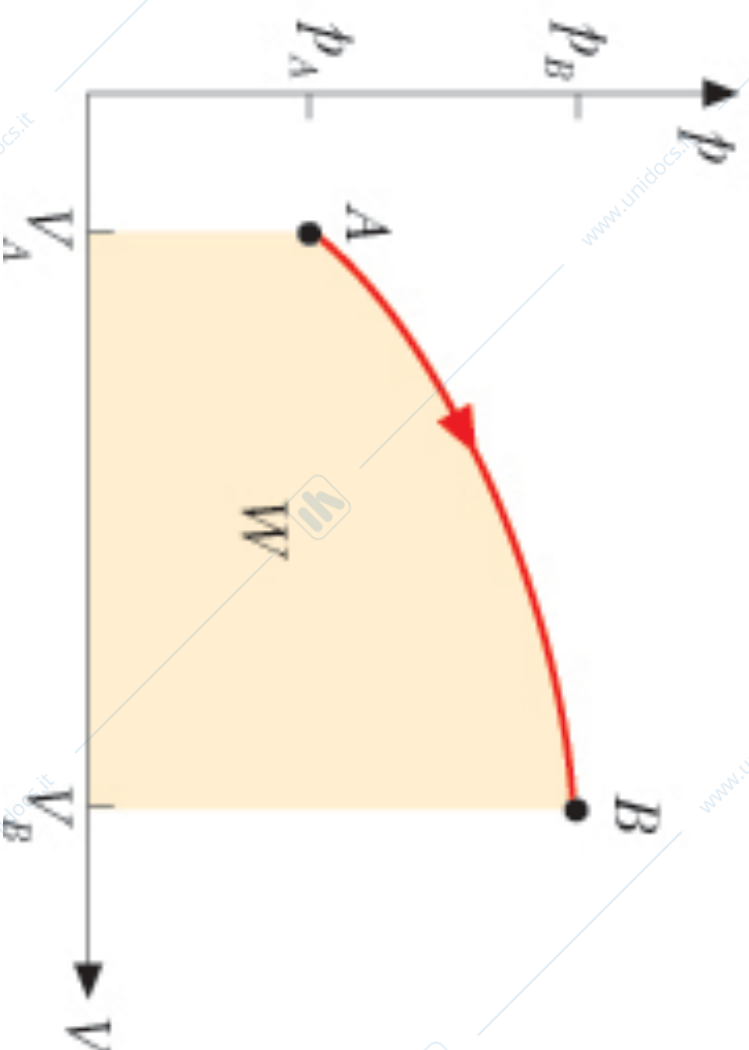
La funzione $p(V)$ deve però essere conosciuta

Questo avviene sostanzialmente in due sole situazioni:

- a) quando la trasformazione è reversibile (\Rightarrow ogni stato intermedio è di equilibrio \Rightarrow la pressione è determinata per ogni stato intermedio, $p_{\text{gas}} = p_{\text{amb}}$)

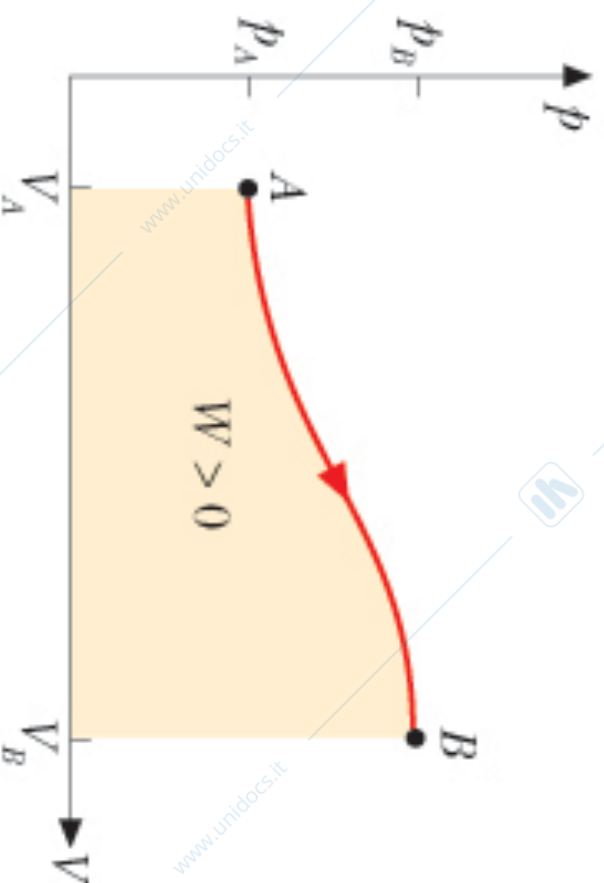
- b) quando è nota la pressione esterna: se per esempio essa è costante $\Rightarrow W = \int_A^B p(V) dV = p_{\text{amb}} (V_{\text{finale}} - V_{\text{iniziale}})$

Il lavoro W è pari all'area compresa tra la curva $p(V)$ e l'asse dei volumi.



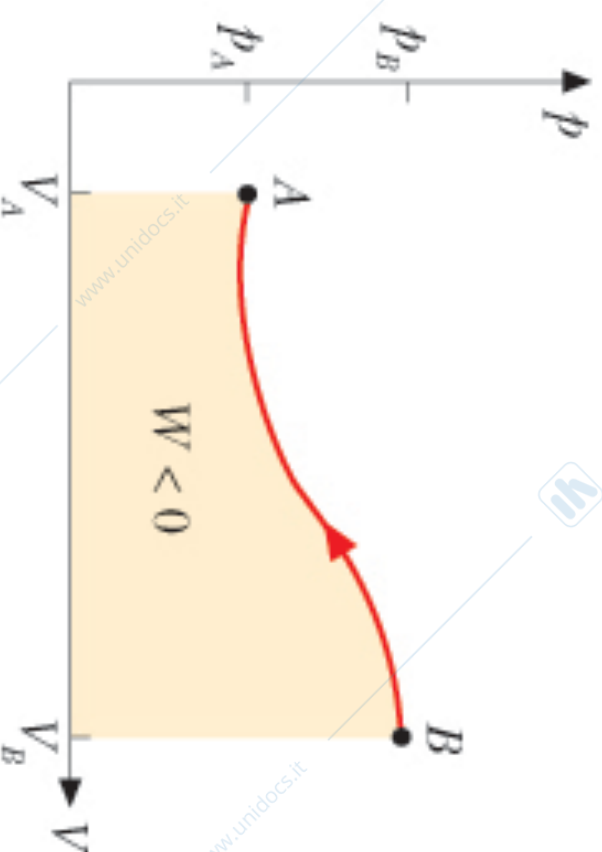
Espansione reversibile

$$W > 0$$



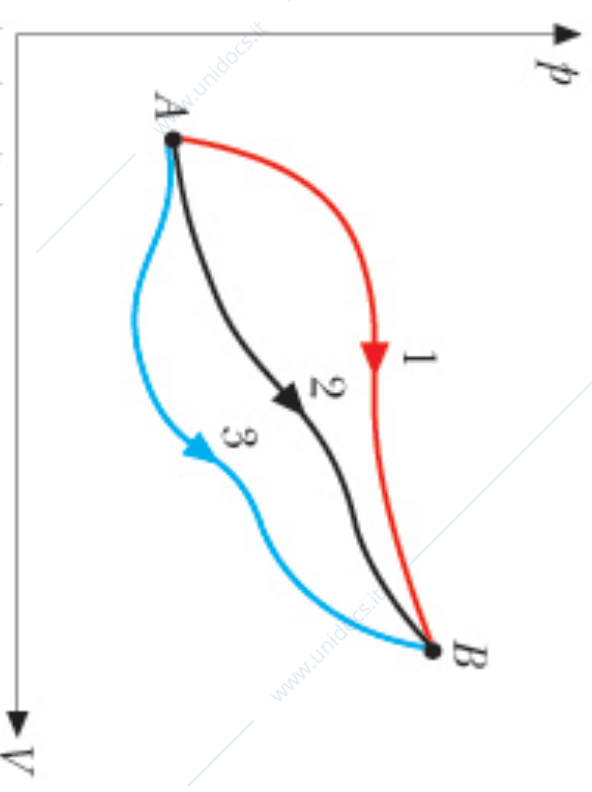
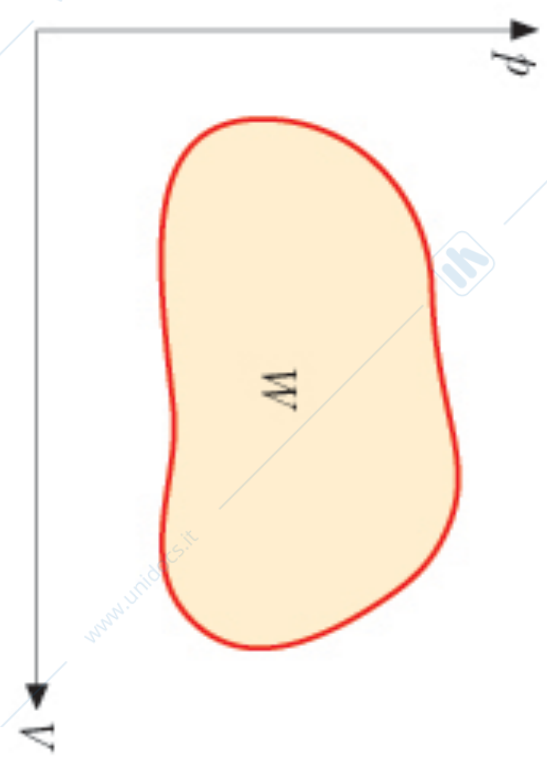
Compressione reversibile

$$W < 0$$



In una trasformazione ciclica reversibile il lavoro è dato dall'area racchiusa dal ciclo:
 $W > 0$ se il ciclo è percorso in senso orario
 $W < 0$ se il ciclo è percorso in senso antiorario

Dati due stati termodinamici A e B, graficamente si dimostra che il lavoro W dipende dalla trasformazione effettuata, in particolare $W_1 > W_2 > W_3$.



3 – Calori specifici di un gas perfetto

In una trasformazione isocora:

$$Q_V = n \cdot c_V \Delta T$$

in una trasformazione isobara:

$$Q_p = n \cdot c_p \Delta T$$

dove n è il numero di moli, c_V e c_p sono il calore specifico molare a volume costante e a pressione costante (in J/mol K).

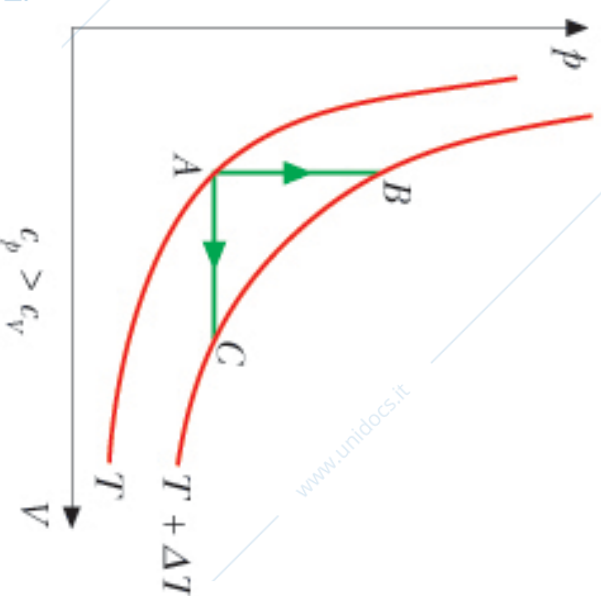
Inoltre si può dimostrare che il calore che bisogna cedere a una mole di gas ideale per far aumentare la sua temperatura di 1 K è maggiore a pressione costante che a volume costante, perchè a pressione costante il gas compie anche lavoro.

Consideriamo infatti due trasformazioni, una isocora e una isobara, con la stessa variazione ΔT . Si può dimostrare che l'energia interna è funzione solo della temperatura: ΔU è la stessa nei due casi: $Q_V = n \cdot c_V \Delta T = \Delta U$ ($W = 0$);

$$Q_p = n \cdot c_p \Delta T = \Delta U + W = \Delta U + p \Delta V > Q_V$$

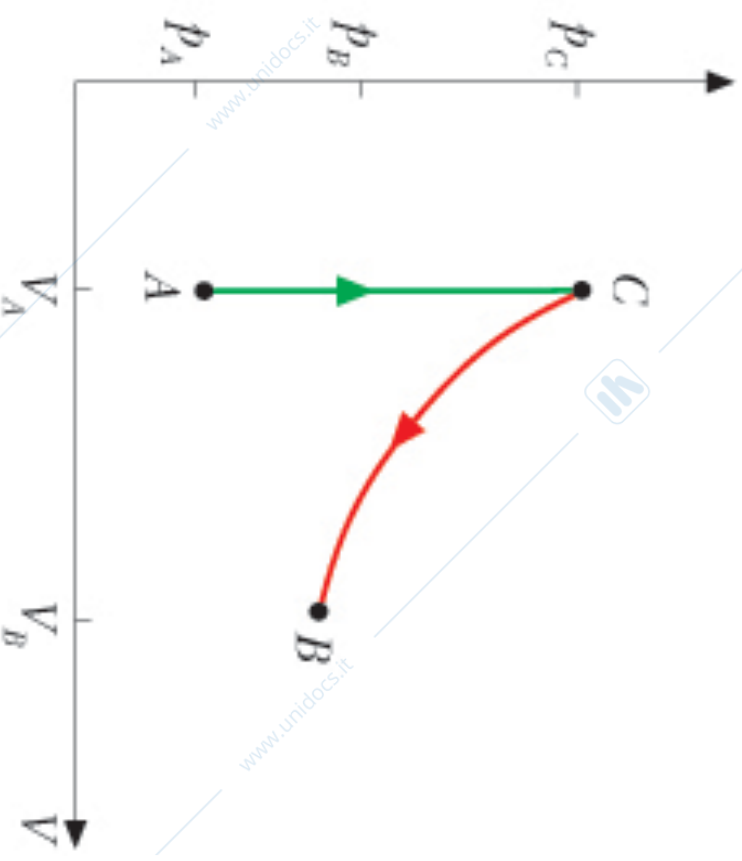
$$\Rightarrow n \cdot c_p \Delta T = n \cdot c_V \Delta T + p \Delta V \Rightarrow c_p > c_V$$

ma $p \Delta V = nR \Delta T \Rightarrow c_p - c_V = R$ (relazione di Mayer)



4- Energia interna del gas ideale

Per determinare l'espressione esplicita dell'energia interna consideriamo due generici stati di equilibrio A e B: $\Delta U = U_B - U_A$ qualunque trasformazione si scelga. Consideriamo in particolare una trasformazione AC isocora e una trasformazione CB isoterma.



Si ha: $\Delta U = U_B - U_A = U_B - U_C + U_C - U_A = U_C - U_A$ in quanto $U_B = U_C$ essendo gli stati B e C alla stessa temperatura ed U funzione solo della temperatura. Applichiamo il primo principio alla trasformazione isocora AC: dato che $W = 0 \Rightarrow \Delta U = U_C - U_A = Q = n \cdot c_V (T_C - T_A)$.

Ma $T_C = T_B$ e $U_C - U_A = U_B - U_A$. Pertanto:

$$\Delta U = U_B - U_A = n \cdot c_V (T_B - T_A) = n \cdot c_V \Delta T$$

5 – Studio di alcune trasformazioni

a) Trasformazioni adiabatiche

Il gas è racchiuso in un contenitore adiabatico e quindi può scambiare solo lavoro. Si ha quindi:

$$W = - \Delta U = - n \cdot c_V (T_B - T_A) .$$

Se si ha un'espansione adiabatica

$W \dot{>} 0$, $\Delta U \dot{<} 0$ e $T_B \dot{<} T_A$: il gas si raffredda.

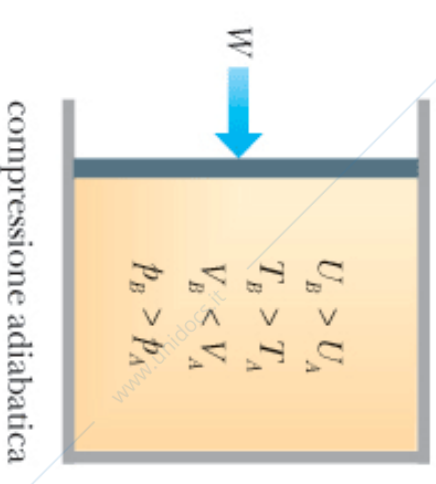
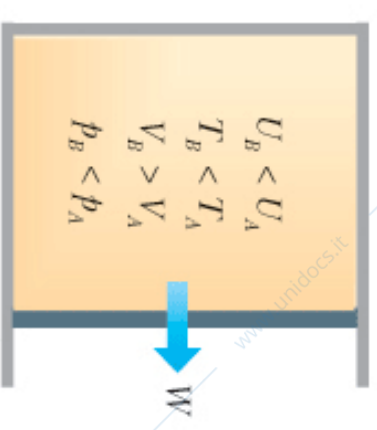
Se si ha una compressione adiabatica

$W \dot{<} 0$, $\Delta U \dot{>} 0$ e $T_B \dot{>} T_A$: il gas si riscalda.

Se la trasformazione è reversibile si ha:

$$TV^{\gamma-1} = \text{costante}, pV^{\gamma} = \text{costante}, Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{costante}$$

$$\text{dove } \gamma = c_p/c_V$$



b) Trasformazioni isoterme

Consideriamo un gas racchiuso in un recipiente in contatto termico con una sorgente di calore alla temperatura T . Durante la trasformazione $T =$ costante e si ha:

$$\Delta U = 0, Q = W, p_A V_A = p_B V_B$$

Se la trasformazione è reversibile:

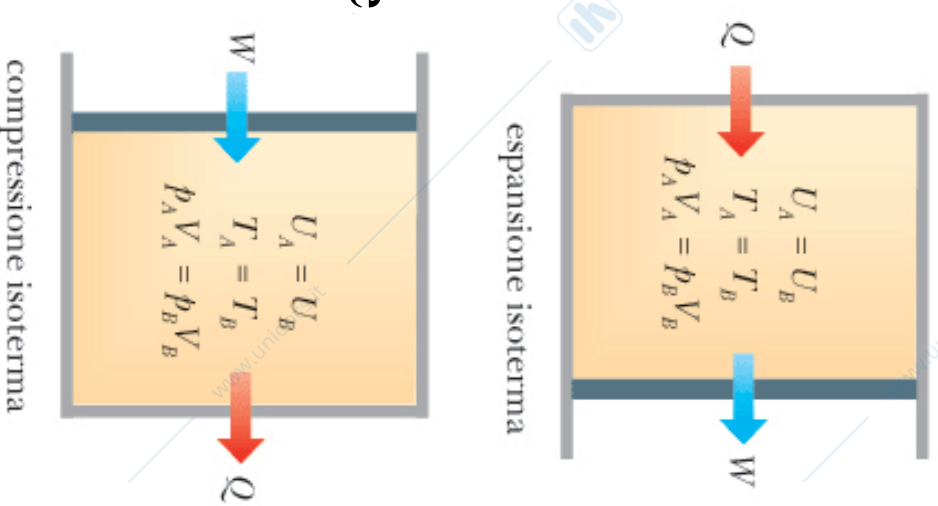
$$W = \int_A^B p dV = \int_A^B \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Se la trasformazione è una espansione isoterma

$W > 0$ e quindi $Q > 0$: il gas compie lavoro e assorbe calore

Se la trasformazione è una compressione isoterma

$W < 0$ e quindi $Q < 0$: il gas subisce lavoro e cede calore



c) Trasformazioni isocore

Il gas è contenuto in un recipiente diatermico di volume fisso:

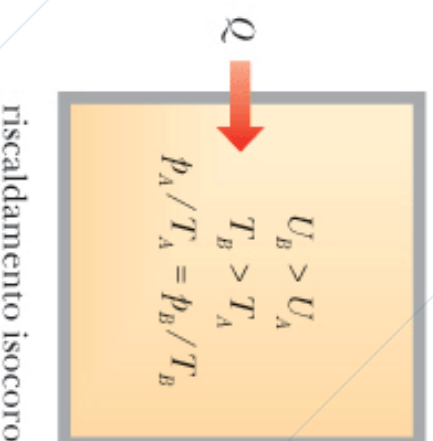
$$\Rightarrow V = \text{costante e } W = 0.$$

Il gas può scambiare solo calore $\Rightarrow Q = n \cdot c_V (T_B - T_A) = \Delta U$.

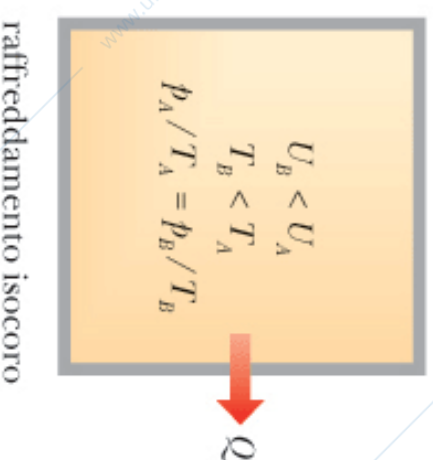
Dalla equazione $pV = nRT$, essendo V costante si ottiene:

$$p_A/T_A = p_B/T_B \Rightarrow p_A/p_B = T_A/T_B$$

Se si cede calore al gas, la sua pressione e la sua temperatura aumentano, mentre se si assorbe calore dal gas pressione e temperatura diminuiscono.



riscaldamento isocoro



raffreddamento isocoro

d) Trasformazioni isobare

Il gas è contenuto in un recipiente diatermico con una parete mobile su cui agisce una pressione esterna costante p .

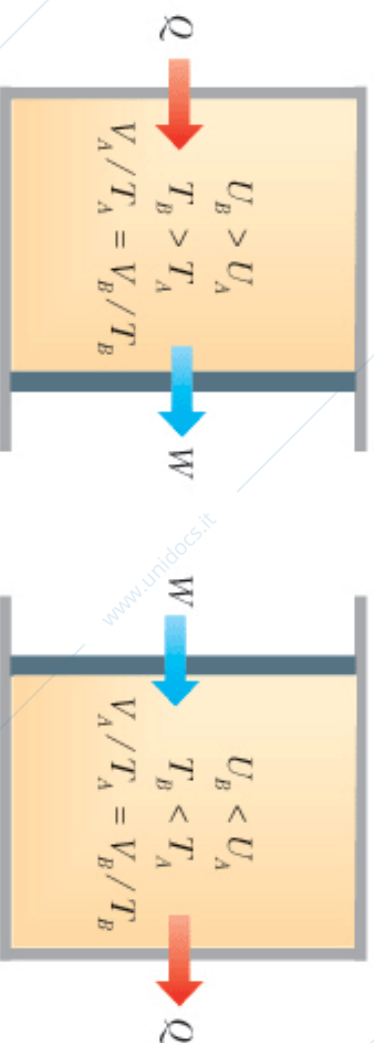
Dalla equazione $pV=nRT$, essendo p costante si ottiene:

$$V_A/T_A = V_B/T_B \Rightarrow V_A/V_B = T_A/T_B$$

Il gas può scambiare sia calore che lavoro, dati da:

$$Q = n \cdot c_p (T_B - T_A), \quad W = p(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A); \quad Q - W = \Delta U = n \cdot c_v (T_B - T_A)$$

Se si cede calore al gas, il suo volume e la sua temperatura aumentano e il gas compie lavoro; se si assorbe calore dal gas, volume e temperatura diminuiscono, il gas subisce lavoro.



e) Trasformazioni cicliche

In una trasformazione ciclica o ciclo lo stato finale coincide con lo stato iniziale: $Q - W = \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$ (il calore scambiato è uguale al lavoro scambiato).

Se durante il ciclo viene prodotto lavoro ($W > 0$), assorbendo calore ($Q > 0$) da un opportuno numero di sorgenti di calore, il ciclo viene detto *termico*. Il dispositivo corrispondente viene è indicato come *macchina termica*.

Se il ciclo è tale che venga richiesto un lavoro esterno ($W < 0$), estraendo calore da una o più sorgenti fredde per cederlo a sorgenti calde, si parla di ciclo frigorifero. Il dispositivo corrispondente viene detto *macchina frigorifera*.

In un ciclo:

$Q = Q_A + Q_C$, dove $Q_A (> 0)$ è la somma dei calori assorbiti e $Q_C (< 0)$ è la somma dei calori ceduti

e $W = W_F + W_S$ in cui $W_F (> 0)$ è la somma dei lavori compiuti e $W_S (< 0)$ è la somma dei lavori subiti.

Per un ciclo termico si definisce rendimento la quantità adimensionata:

$$\eta = \frac{W}{Q_A + Q_C} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

Il rendimento è quindi la percentuale di calore assorbito che viene trasformata in lavoro.

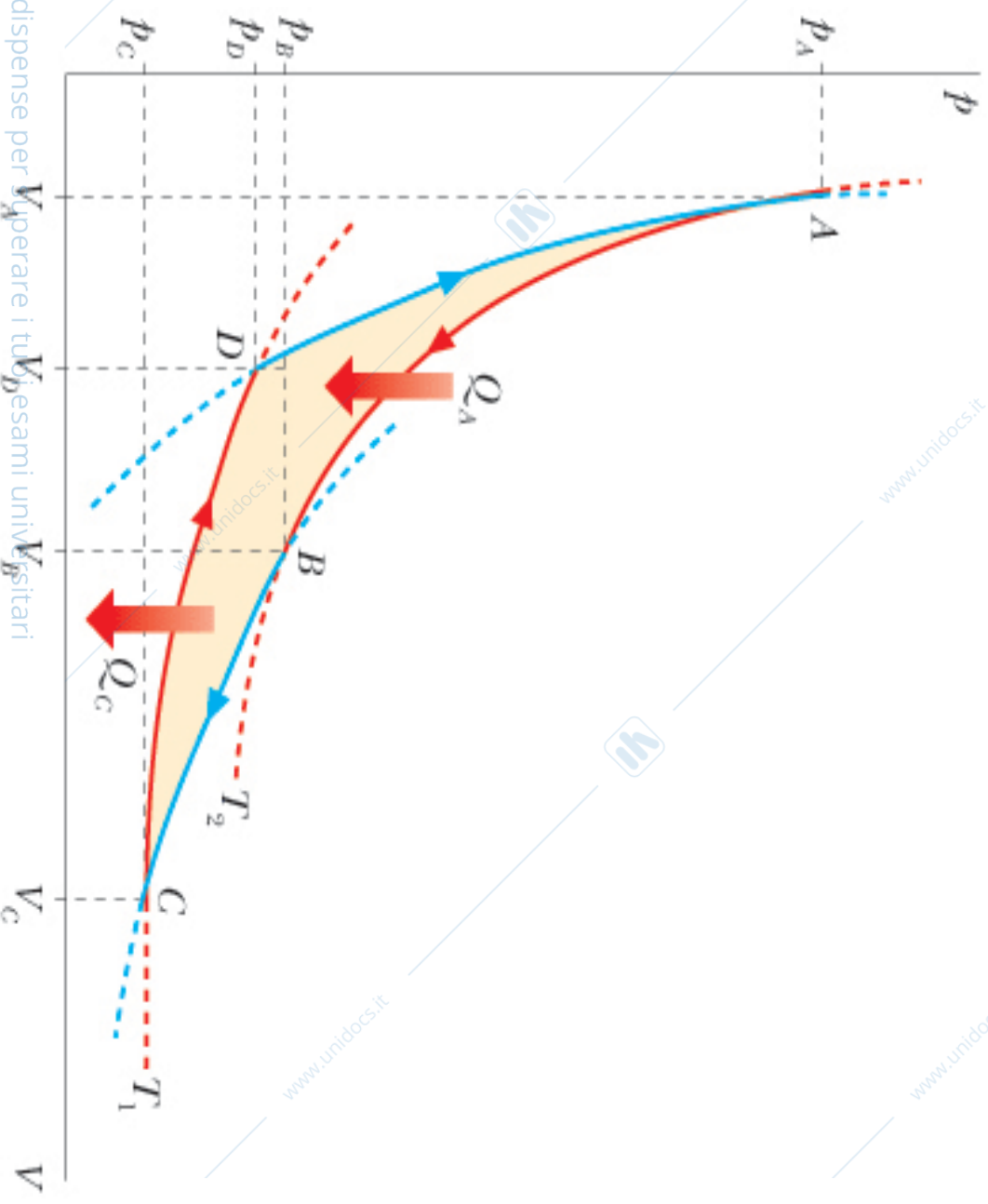
Sperimentalmente si ha $0 < \eta < 1$ ($\Rightarrow Q_C \neq 0$), ossia in un ciclo termico solo una frazione minore di 1 del calore assorbito viene trasformata in lavoro ($W < Q_A$) il resto viene sempre ceduto.

Discutendo il secondo principio della termodinamica si vedrà che il calore Q_C non può essere ceduto alla stessa sorgente da cui è stato assorbito Q_A e quindi un sistema che compie un ciclo deve scambiare calore con almeno due sorgenti.

Ciclo di Carnot: ciclo termico

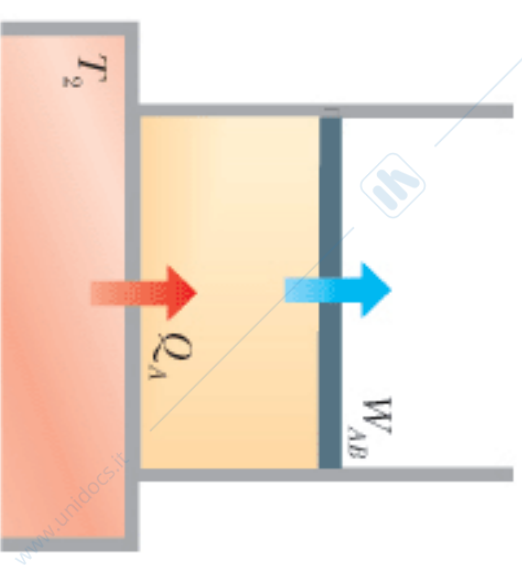
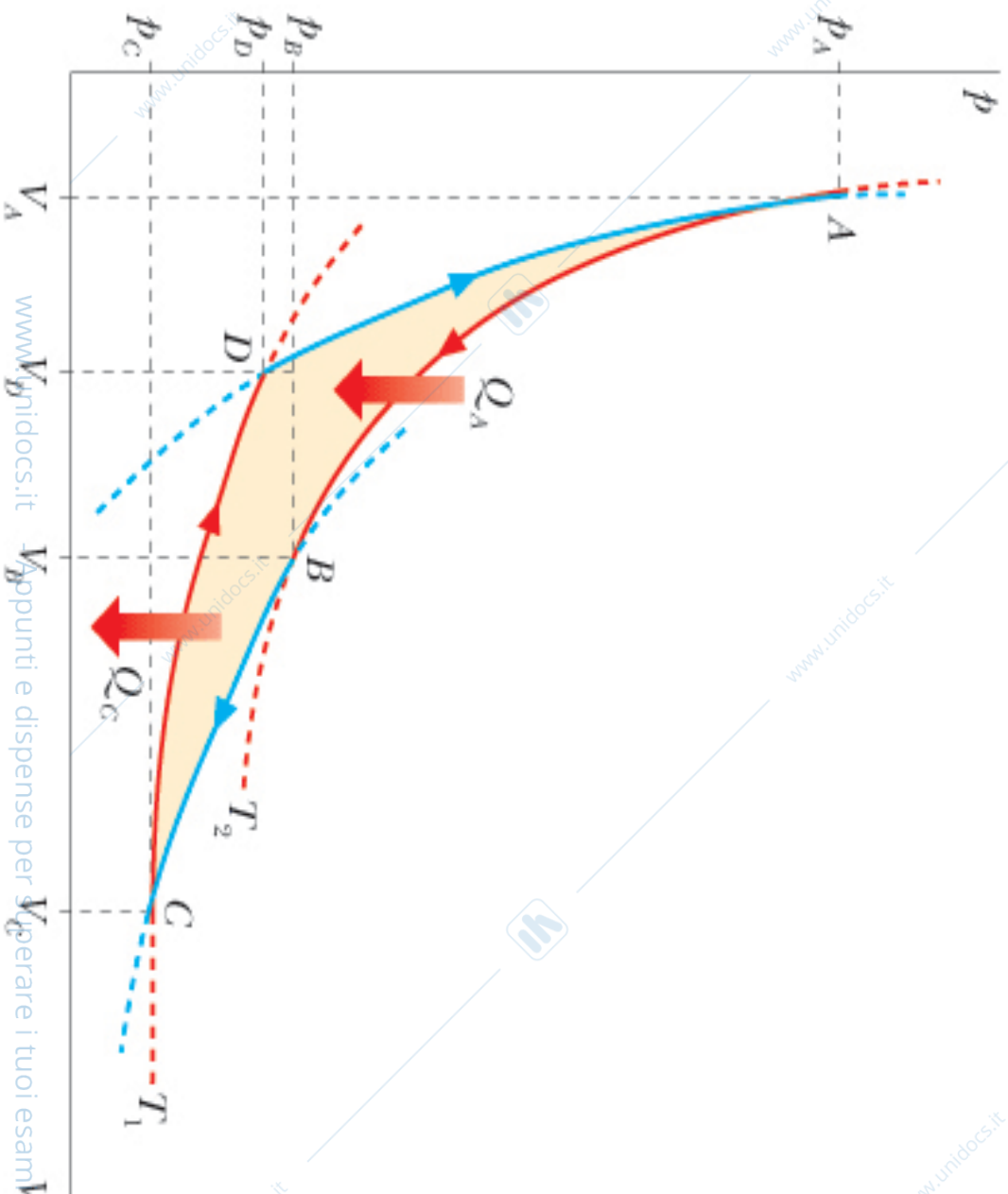
Il ciclo di Carnot è costituito da quattro trasformazioni reversibili percorse in senso orario:

- 1) AB = espansione isoterma (T_2) reversibile
- 2) BC = espansione adiabatica reversibile
- 3) CD = compressione isoterma (T_1) reversibile
- 4) DA = compressione adiabatica reversibile



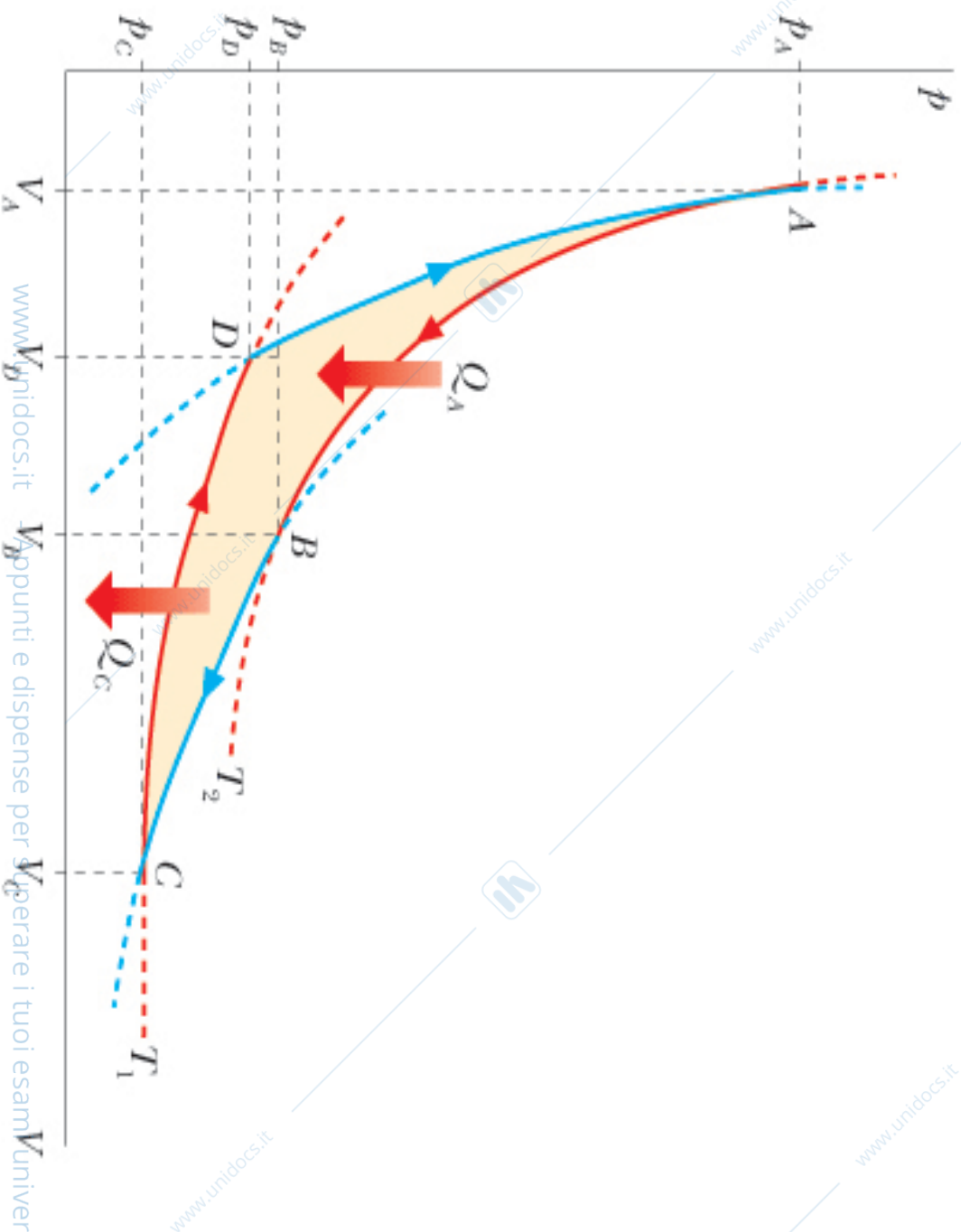
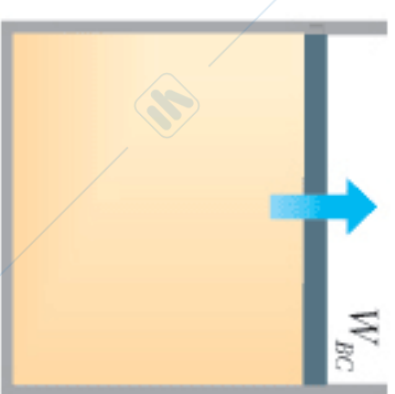
1) AB = espansione isoterma (T_2) reversibile

Nello stato A il gas è in equilibrio a contatto termico con una sorgente di calore a $T=T_2$. Il gas passa isotermicamente dallo stato A (p_A, V_A, T_2) allo stato B (p_B, V_B, T_2) assorbendo il calore $\rightarrow Q_A = W_{AB} = nRT_2 \ln(V_B/V_A) > 0$.



2) BC = espansione adiabatica reversibile

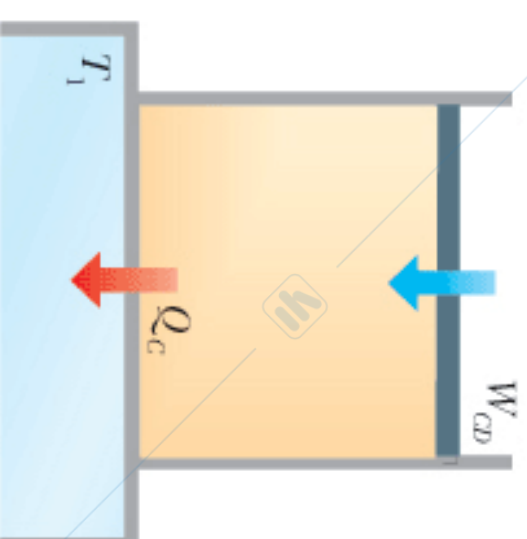
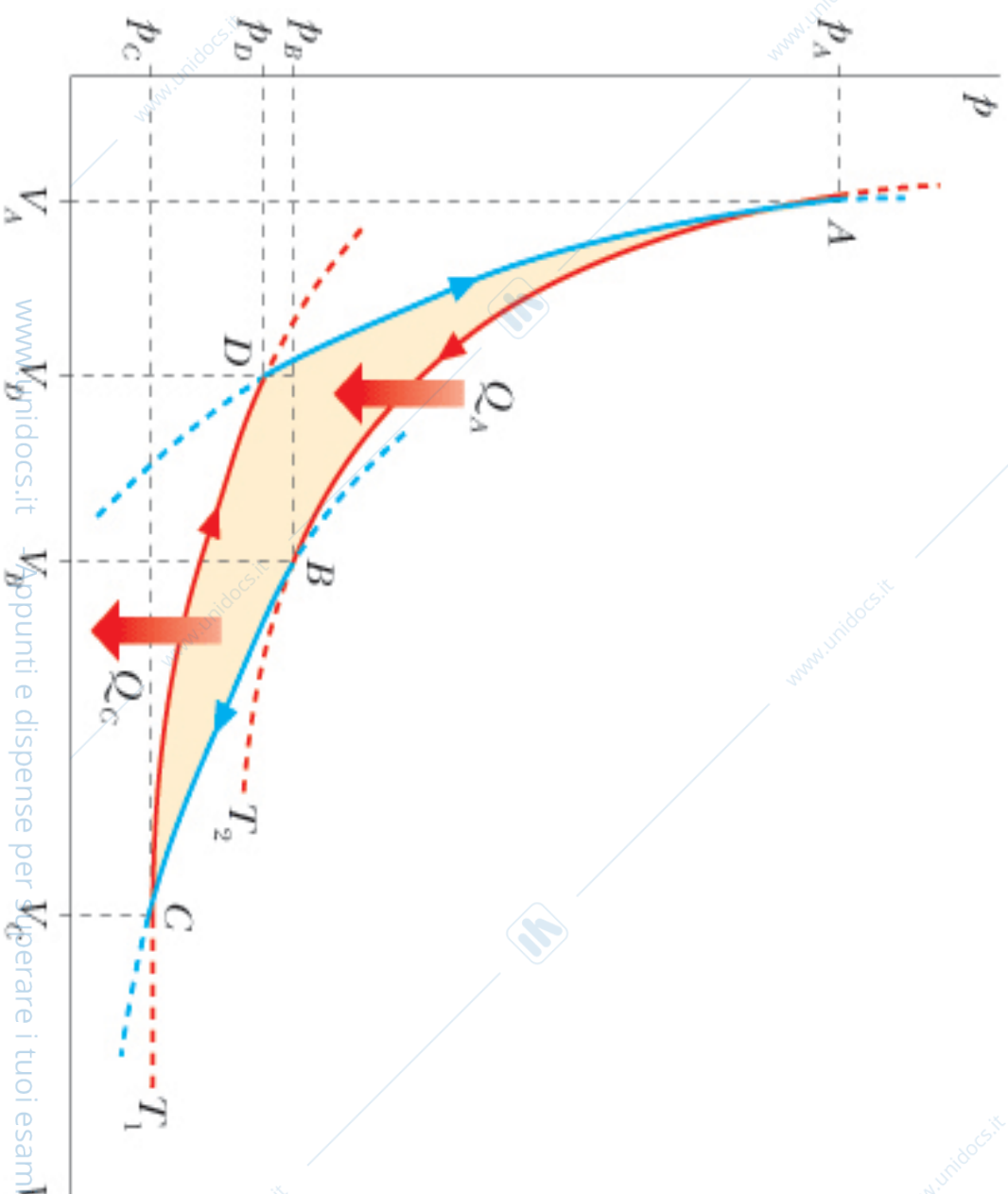
Nella trasformazione BC il gas è termicamente isolato e il gas passa dallo stato B allo stato C (p_C, V_C, T_1) con $T_1 < T_2$ $\rightarrow W_{BC} = -\Delta U_{BC} = nc_V(T_2 - T_1) > 0$



3) CD = compressione isoterma (T_1) reversibile

Nella trasformazione CD il gas è a contatto termico con una sorgente di calore a $T=T_1$. Il processo è analogo ad AB.

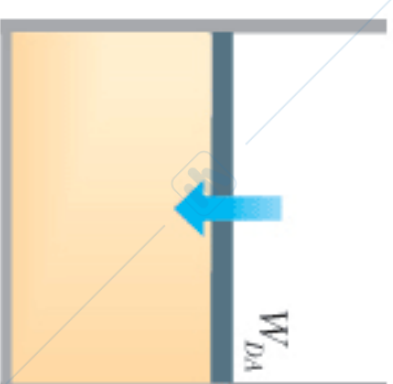
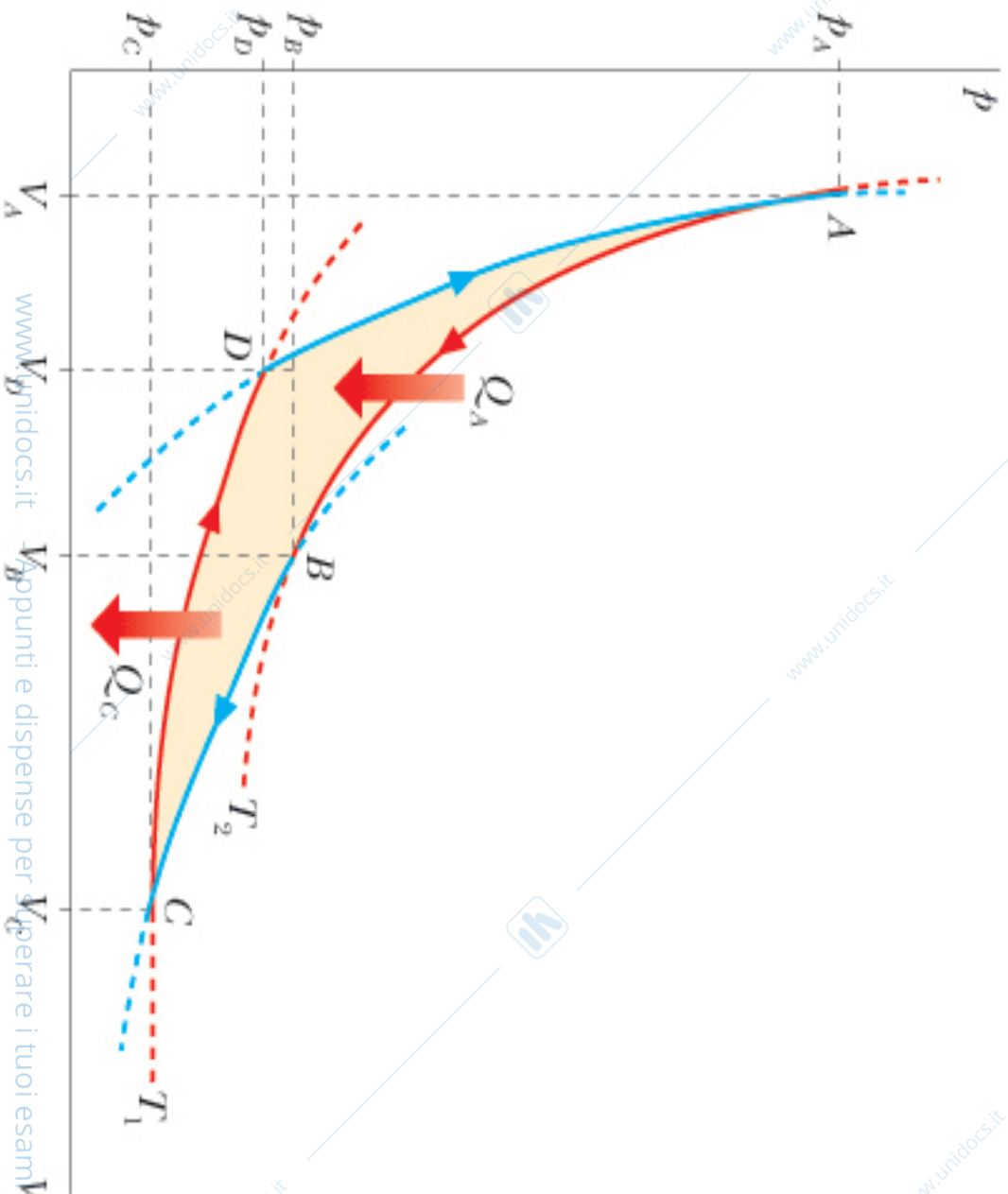
→ $Q_C = W_{CD} = nRT_1 \ln(V_D/V_C) < 0$.



4) DA = compressione adiabatica reversibile

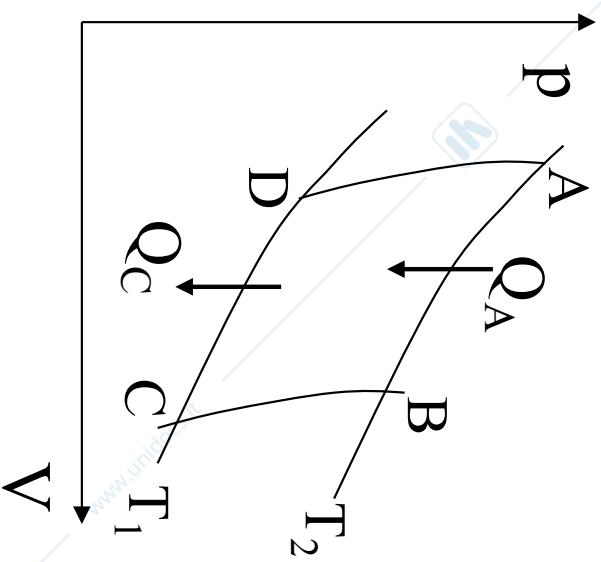
Nella trasformazione DA il gas è di nuovo isolato termicamente.

→ $W_{DA} = -\Delta U_{DA} = nc_V(T_1 - T_2) = -W_{BC} < 0$



Sommando tutti i contributi si ha:

$$Q = Q_A + Q_C = W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = W_{AB} + W_{CD} \quad (= \text{area racchiusa dal ciclo})$$



Il rendimento del ciclo è:

$$\eta = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{nRT_1 \ln(V_D / V_C)}{nRT_2 \ln(V_B / V_A)} = 1 - \frac{T_1 \ln(V_C / V_D)}{T_2 \ln(V_B / V_A)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

poiché da BC si ha $T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_C^{\gamma-1}$ e da DA $T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1}$

dividendo membro a membro tali termini si ottiene:

$$\left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1}$$

da cui

$$\left(\frac{V_B}{V_A} \right) = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)$$

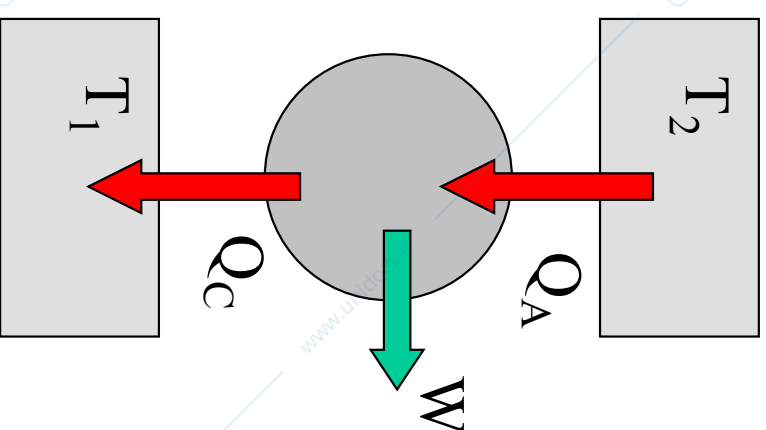
$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_A} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Nella formula del rendimento NON compare alcuna grandezza caratteristica del gas, ma solo i valori delle temperature delle due sorgenti con cui il gas scambia calore: *il rendimento del ciclo di Carnot dipende solo dalle temperature a cui avvengono gli scambi isotermi di calore.*

Poiché $T_1 < T_2 \Rightarrow \eta < 1$ e $Q_A > |Q_c|$: il calore che viene assorbito è maggiore (in modulo) del calore ceduto

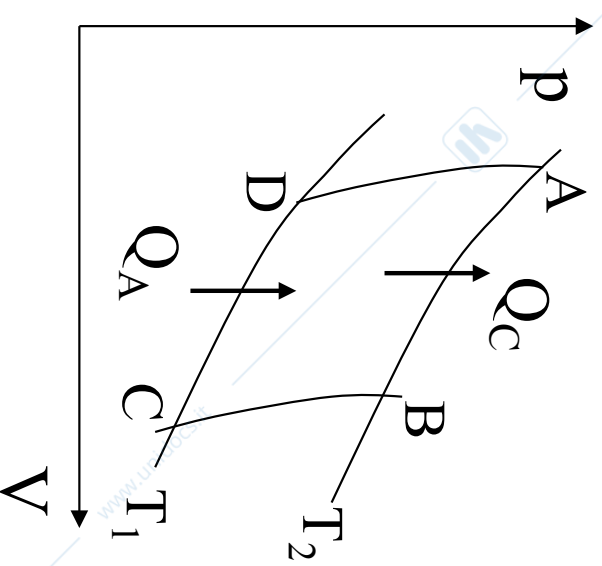
Il gas complessivamente assorbe calore poiché $Q = Q_A + Q_c > 0$ e produce il lavoro $W = W_{AB} + W_{CD} = Q > 0$, pari alla somma algebrica del lavoro fatto durante l'espansione isoterma (W_{AB}) e subito durante la compressione isoterma (W_{CD})

Inoltre le sorgenti di calore sono due, una a $T = T_2$ che cede calore al sistema, l'altra a $T = T_1$ che assorbe calore dal sistema.



Ciclo di Carnot: ciclo frigorifero

In un ciclo frigorifero il sistema complessivamente assorbe lavoro e cede calore ($Q = W < 0$). Nella situazione più semplice il sistema assorbe calore Q_A dalla sorgente fredda, assorbe lavoro e cede il calore Q_C a una sorgente calda: risulta sempre $|Q_C| > Q_A$.



Si definisce *efficienza* di un ciclo frigorifero il rapporto:

$$\xi = \frac{Q_A}{|W|}$$

Un esempio di tale ciclo è il ciclo di Carnot percorso in senso antiorario. Il gas assorbe il calore $Q_A = nRT_1 \ln(V_C/V_D)$ dalla sorgente a $T = T_1$ (sorgente fredda) e cede il calore $Q_C = nRT_2 \ln(V_A/V_B)$ alla sorgente a $T = T_2$ (sorgente calda), assorbendo il lavoro $W = Q_A + Q_C$.

L'efficienza è:

$$\xi = \frac{Q_A}{|W|} = \frac{Q_A}{|Q_C + Q_A|}$$

dove

$$Q_A = W_{DC} = nRT_1 \ln(V_C / V_D) > 0$$

$$Q_C = W_{BA} = nRT_2 \ln(V_A / V_B) < 0$$

ma essendo $|Q_C| > Q_A \Rightarrow Q_C + Q_A < 0 \Rightarrow |Q_C + Q_A| = -Q_C - Q_A$

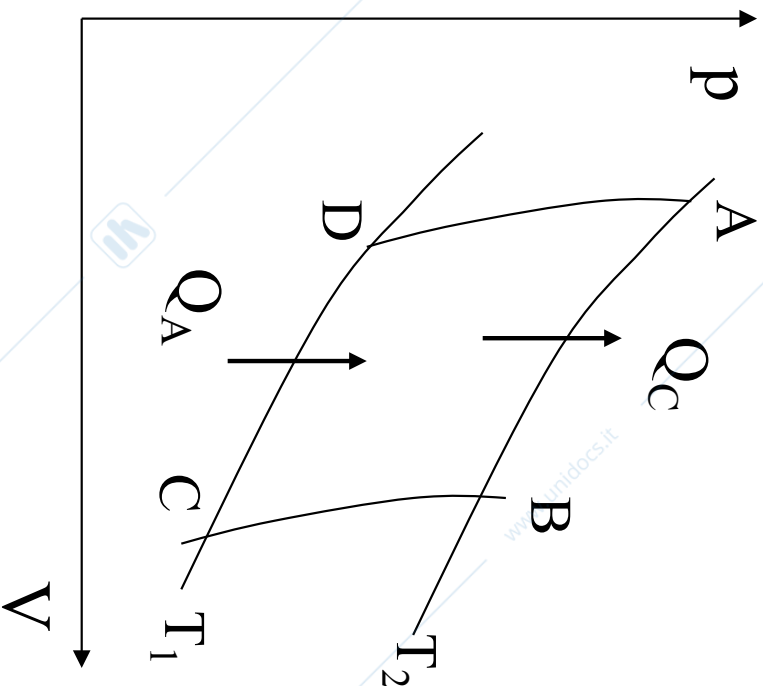
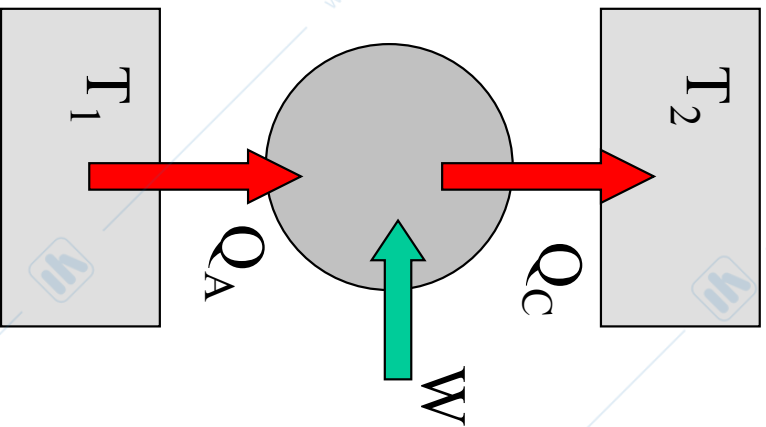
$$\xi = \frac{Q_A}{|W|} = \frac{Q_A}{|Q_C + Q_A|} = \frac{Q_A}{-Q_C - Q_A} = \frac{nRT_1 \ln(V_C / V_D)}{-nRT_2 \ln(V_A / V_B) - nRT_1 \ln(V_C / V_D)}$$

inoltre sappiamo già che

$$\left(\frac{V_B}{V_A} \right) = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)$$

$$\xi = \frac{Q_A}{|W|} = \frac{Q_A}{|Q_C + Q_A|} = \frac{nRT_1 \ln(V_C / V_D)}{nRT_2 \ln(V_B / V_A) - nRT_1 \ln(V_C / V_D)} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

$$\xi = \frac{Q_A}{|W|} = \frac{Q_A}{|Q_C + Q_A|} = \frac{nRT_1 \ln(V_C/V_D)}{nRT_2 \ln(V_B/V_A) - nRT_1 \ln(V_C/V_D)} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$



Il calore ceduto dal sistema alla sorgente caldo ($T = T_2$) è maggiore, in modulo, di quello assorbito ($|Q_C| > Q_A$), cioè sottratto alla sorgente fredda ($T = T_1$). Il processo avviene sempre in presenza di lavoro fornito dall'ambiente al sistema.

6 – Gas reali. Equazione di stato

I gas reali seguono le relazioni valide per i gas ideali quanto più bassa è la pressione ed alta la temperatura. Inoltre un gas reale non mantiene sempre la fase gassosa, ma può passare alla fase liquida o solida (cambiamento di fase) \Rightarrow il comportamento tipico del gas ideale è il limite quando la pressione tende a zero.

Esiste un'equazione semi-empirica che permette di descrivere in modo approssimato il comportamento di un gas reale \Rightarrow equazione di Van der

Waals :

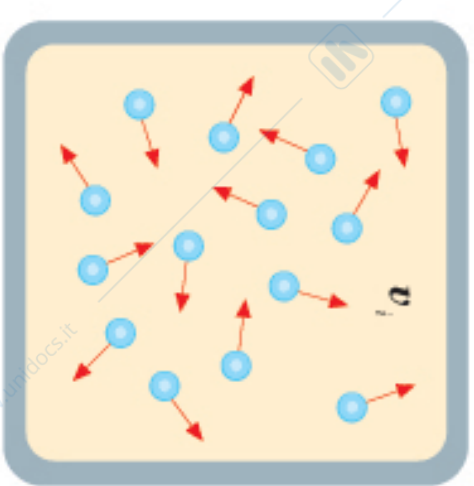
$$\left(P + a \frac{n^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

Dove a e b sono dei coefficienti caratteristici del gas in esame: al termine an^2/V^2 il nome di pressione interna e al termine nb di covolume.

7 – Teoria cinetica dei gas (seconda metà dell'800)

Le ipotesi di partenza del modello cinetico sono:

1) Un gas è costituito da molecole uguali, in moto continuo e disordinato (\Rightarrow la velocità media è nulla)



$$\mathbf{v}_m = \sum_i \mathbf{v}_i = 0$$

2) Gli urti tra molecole e tra molecole e pareti del contenitore sono elastici (\Rightarrow conservazione della quantità di moto e dell'energia negli urti tra molecole e conservazione dell'energia negli urti tra molecole e pareti)

3) Non ci sono forze intermolecolari, se non durante gli urti (\Rightarrow l'energia potenziale interna è nulla, la sola forma di energia è quella cinetica)

4) Le dimensioni delle molecole sono molto piccole rispetto alle distanze medie tra di esse (\Rightarrow il volume totale occupato dalle molecole è trascurabile rispetto a quello del recipiente)

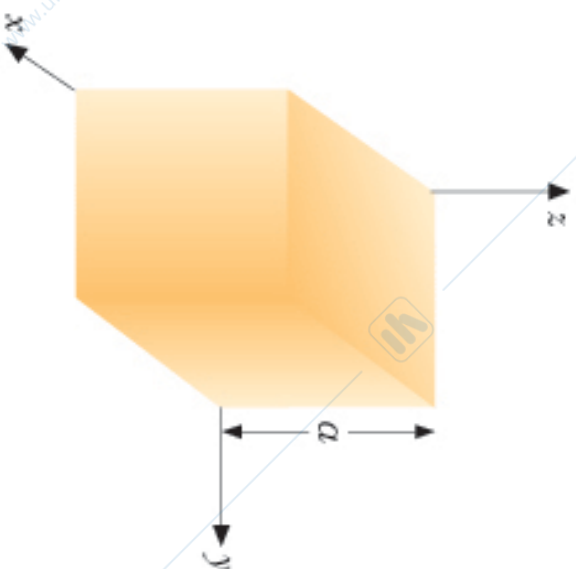
Sulla base del modello cinetico è stata sviluppata la teoria cinetica dei gas.

I principali risultati di questa teoria sono:

- 1) l'energia cinetica media traslazionale di una molecola di un gas ideale è proporzionale alla temperatura del gas.
- 2) la temperatura è l'espressione dell'energia cinetica media del moto di agitazione termica
- 3) all'agitazione termica si riconduce anche il meccanismo di scambio di energia (\Rightarrow calore). La trasmissione di calore da un corpo caldo ad uno freddo si spiega in termini di cessione di energia meccanica negli urti che avvengono tra le molecole più veloci e quelle più lente.

Calcolo della pressione

La velocità di una molecola: $\vec{v} = v_x \vec{u}_x + v_y \vec{u}_y + v_z \vec{u}_z$

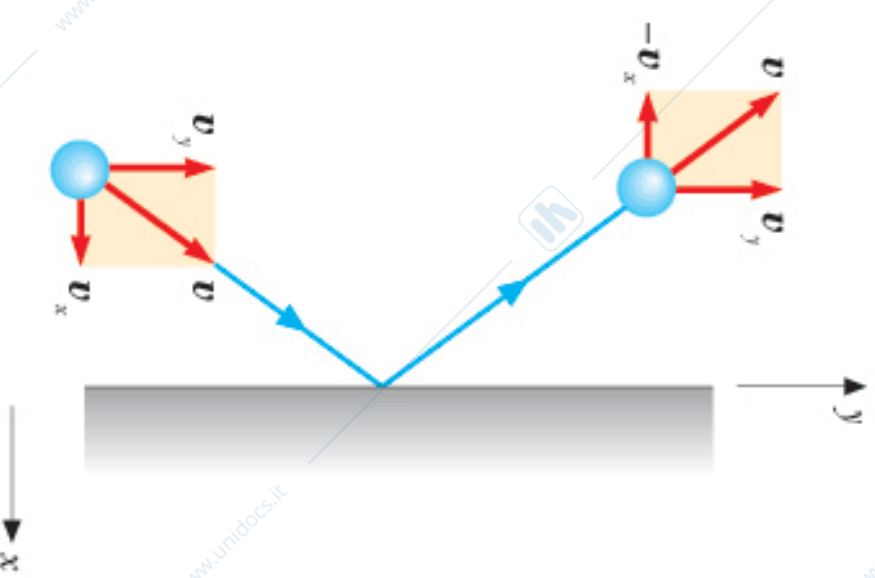


Nell'urto elastico contro la parete yz cambia solo la componente $v_x \vec{u}_x$ che diventa $-v_x \vec{u}_x$

La variazione di quantità di moto nell'urto della

molecola con la parete yz è (m = massa molecola):

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{fin} - \vec{p}_{in} = -mv_x \vec{u}_x - mv_x \vec{u}_x = -2mv_x \vec{u}_x$$



L'urto successivo con la parete yz considerata avverrebbe dopo un tempo $t = 2 \frac{a}{v_x}$ (moto uniforme, $a =$ distanza tra la parete yz ($x=a$) e la parete $yz(x=0)$ del cubo)

L'impulso lungo x comunicato dalla molecola alla parete risulta, in modulo:

$$J_x = \int F_x dt = F_x t = \Delta P_x \quad (F_x = \text{forza media esercitata sulla parete dalla molecola})$$

da cui:

$$F_x = \frac{\Delta P_x}{t} = 2m v_x \frac{v_x}{2a} = \frac{m v_x^2}{a}$$

Sommando i contributi di tutte le molecole si ottiene:

$$R_x = \sum_{i=1}^N F_{x,i} = \frac{m}{a} \sum_{i=1}^N v_{x,i}^2$$

La pressione sulla parete yz di area $S=a^2$, dovuta agli urti molecolari, risulta:

$$p = \frac{R_x}{S} = \frac{m}{a^3} \sum_{i=1}^N v_{x,i}^2 = \frac{Nm}{V} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{x,i}^2$$

dove $N =$ numero totale di molecole nel cubo di volume $V=a^3$

Si chiama **velocità media quadratica** la quantità scalare \bar{v} definita come la radice quadrata della media dei quadrati delle velocità: $\bar{v} = \sqrt{\bar{v}^2}$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2)$$

Se il moto è completamente disordinato non c'è alcuna direzione privilegiata per le molecole e pertanto:

$$\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \frac{\bar{v}^2}{3}$$

In conclusione si ottiene:

$$p = \frac{Nm}{V} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{x,i}^2 = \frac{Nm}{V} \frac{\bar{v}^2}{3} \Rightarrow pV = \frac{1}{3} Nm\bar{v}^2$$

Il ragionamento è identico per quanto riguarda gli urti sulle altre pareti

Definiamo come energia cinetica media di traslazione \bar{E}_k delle

molecole:
$$\bar{E}_k = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

Si ottiene:
$$pV = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2 = \frac{2}{3} N \bar{E}_k$$

Per un gas ideale si ha:
$$pV = nRT$$

da cui:
$$nRT = \frac{2}{3} N \bar{E}_k \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT$$

Sapendo che $N_A = n^\circ$ di molecole per contenute in una mole, si ha:

$$N_A = \frac{N}{n} \Rightarrow \bar{E}_k = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

L'energia cinetica media traslazionale di una molecola di un gas ideale è proporzionale alla temperatura del gas