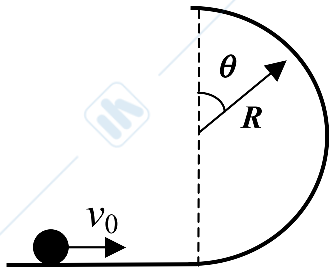
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

22/7/2011
ore 16:30

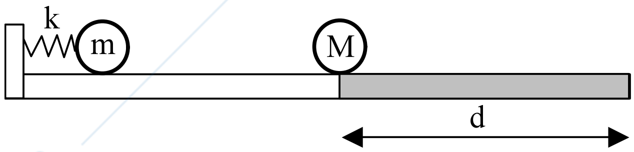
FISICA (primo appello)

Proff. Della Valle, Nisoli, Torricelli

1)
Un corpo puntiforme viene lanciato con velocità $v_0 = (4gR)^{1/2}$ lungo una guida liscia costituita da un tratto rettilineo orizzontale e da un semicerchio di raggio R. Si calcoli la posizione angolare θ sulla guida in corrispondenza della quale il corpo si distacca dalla guida.



2)
a) Si dia la definizione di urto completamente anelastico.
b) Un corpo puntiforme di massa m viene lanciato lungo un tavolo liscio tramite una molla di costante elastica k, inizialmente compressa di un tratto ΔL. Staccatosi dalla molla, ad una distanza d dal bordo del tavolo il corpo urta in modo completamente anelastico un altro corpo di massa M. Sapendo che l'ultimo tratto di tavolo di lunghezza d è scabro (coefficiente d'attrito $\mu_D = 0.5$), si determini la minima compressione della molla affinché i due corpi raggiungano il bordo del tavolo.



3)
a) Si definisca l'energia potenziale gravitazionale.
b) Si calcoli il lavoro necessario per spostare un satellite terrestre di massa m da un'orbita circolare di raggio $3R_T$ ad una di raggio $4R_T$. Si esprima il risultato in funzione della costante gravitazionale G e della massa della Terra M_T.

4)
a) Si enunci la relazione di Mayer, definendo le grandezze coinvolte.
b) Due moli di gas ideale (di cui non è nota la composizione) vengono riscaldate a volume costante somministrando un calore $Q_v = 117$ J. Se invece il gas viene riscaldato a pressione costante, per avere la stessa variazione di temperatura deve essere somministrato al gas un calore $Q_p = 200$ J. Si calcoli la variazione di temperatura. Si approssimi la costante del gas ideale con $R = 8.3$ J/(K mol).

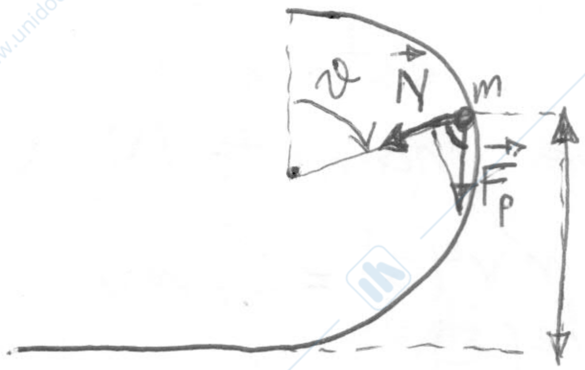
5)
a) Si dia la definizione di macchina di Carnot.
b) Una macchina termica motrice compie un ciclo scambiando calore con due sole sorgenti a temperatura $T_1 = 300$ K e $T_2 = 900$ K. Durante un ciclo la sorgente fredda subisce una variazione di entropia in modulo doppia di quella (in modulo) della sorgente calda. Si calcoli il rendimento della macchina.

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

1.



Poichè non sono presenti forze d'attrito, l'energia meccanica del sistema si conserva (tutte le forze in gioco sono conservative).
Preso come riferimento per la misura della quota h il livello del tratto rettilineo della guida abbiamo:

$$mgh(\vartheta) + \frac{1}{2}mv^2(\vartheta) = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Fintanto che il corpo è a contatto con la guida, dovrà essere $N > 0$. Sia R_N la risultante delle forze normali alla guida (risultante centripeta), data da

$$\vec{R}_N = (N + mg\cos\vartheta)\,\hat{u}_N .$$

Il moto lungo la guida curva è perciò governato dalla equazione (II principio della dinamica di Newton):

$$\vec{R}_N = m\vec{a}_N = m\frac{v^2(\vartheta)}{R}\hat{u}_N$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Per determinare l'angolo ove il corpo si distacca risolviamo il sistema di due equazioni in due incognite (N e V):

$$\begin{cases} \cancel{m} g R(1+\cos\vartheta) + \frac{1}{2}\cancel{m} v^2(\vartheta) = \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 \\ (N + mg\cos\vartheta) = m\,\frac{v^2(\vartheta)}{R} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N = \frac{m}{R}\left(v^2(\vartheta) - gR\cos\vartheta\right) \\ v^2(\vartheta) = v_0^2 - 2gR - 2gR\cos\vartheta \end{cases}$$

$$N = \frac{m}{R}\left(v_0^2 - 2gR - 3gR\cos\vartheta\right) =$$

$$= mg\left(2 - 3\cos\vartheta\right), \text{ essendo } v_0^2 = 4gR$$

$$N > 0 \Rightarrow 2 - 3\cos\vartheta > 0 \Rightarrow \vartheta < a\cos\left(\frac{2}{3}\right)$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

2.

a) Vedi appunti del corso

b)

Possiamo scomporre il moto del sistema in tre fasi:

i) Moto di m sotto l'azione di forze conservative (molla elastica ideale)

ii) Urto anelastico tra m e M in cui si conserva solo la quantità di moto mentre viene completamente dissipata l'energia cinetica <u>interna</u> del sistema (dopo l'urto m e M si muovono insieme).

iii) Moto di m, M sotto l'azione frenante dell'attrito ($\vec{F}_a = -\mu_D (m+M) g \, \hat{u}_x$)

Affinché m e M raggiungano il bordo del tavolo dovrà essere (thr. forze vive):

$$\vec{F}_a \cdot d\hat{u}_x \; (= \mathcal{L}_{attrito}) = 0 - \frac{1}{2}(m+M) v_f^2$$

essendo v_f la velocità (comune) di m e M dopo l'urto. Quindi

$$\mu_D \cancel{(m+M)} g d = \frac{1}{2} \cancel{(m+M)} v_f^2$$

da cui $v_f = \sqrt{2\mu_D g d}$.

Durante l'urto, avremo (thr. conservazione della quantità di moto):

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$m v_i \hat{u}_x = (m+M) v_f \hat{u}_x$, essendo v_i la velocità di m prima dell'urto.

Quindi

$$v_i = \frac{(m+M)}{m} v_f = \left(1+\frac{M}{m}\right)\sqrt{2\mu_D g d}.$$

Infine, durante la Fase (i) del moto, valendo il thr. di conservazione della energia meccanica, avremo:

$\frac{1}{2} K \Delta L^2 = \frac{1}{2} m v_i^2$, da cui

$$\Delta L = \sqrt{\frac{m}{K}}\, v_i = \left(1+\frac{M}{m}\right)\sqrt{\frac{2\mu_D m g d}{K}} =$$

$$= \left(1+\frac{M}{m}\right)\sqrt{\frac{mgd}{K}}$$ essendo $\mu_D = 0.5$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

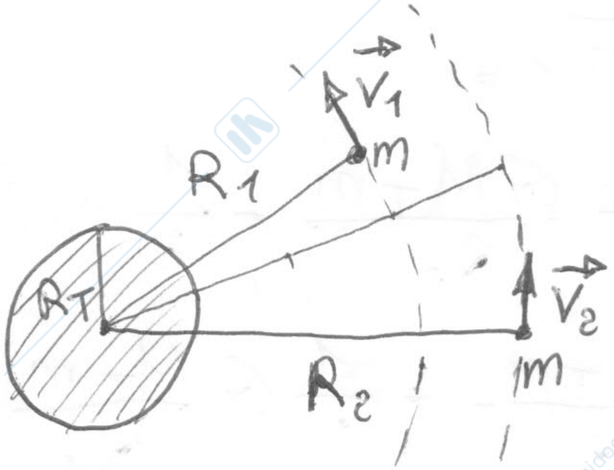
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

3.

a) Vedi appunti del corso

b)



$R_1 = 3R_T$
$R_2 = 4R_T$

Nel suo moto, il satellite è soggetto alla attrazione gravitazionale (forza reale) ed alla forza centrifuga (apparente in un SdR ruotante con il satellite stesso).

$$\vec{F}_G = -G\frac{M_T m}{R^2}\hat{u}_R$$

$$\vec{F}_c = m\frac{v^2}{R}\hat{u}_R$$

Nel SdR ruotante con il satellite, il satellite risulta in quiete, dunque

$$\vec{F}_G + \vec{F}_c = 0 \Rightarrow v^2 = GM_T/R.$$

Per portare il satellite dall'orbita R_1 all'orbita R_2, occorre compiere

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

un lavoro pari alla variazione di energia meccanica del satellite nelle due orbite:

$$\mathcal{L} = E_2 - E_1 =$$

$$= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{G M_T m}{R_2} - \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{G M_T m}{R_1}$$

$$= -\frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R_2} + \frac{1}{2} G \frac{M_T m}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2} G M_T m \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) =$$

$$= \frac{1}{24} G \frac{M_T m}{R_T}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

4.

a) Vedi appunti del corso

b)

$$c_p = c_v + R$$

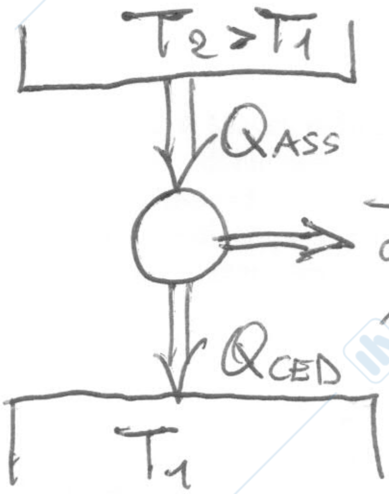
$$\underbrace{n c_p \Delta T}_{Q_p} = \underbrace{n c_v \Delta T}_{Q_v} + n R \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{Q_p - Q_v}{nR} = \frac{83\,J}{2 \cdot 8.3\,J/K} = 5\,K$$

5.

a) Vedi appunti del corso

b)



$$\mathcal{L} = Q_{ASS} - Q_{CED}$$

$$\eta = \mathcal{L}/Q_{ASS} = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q_{CED}}{T_1} \quad , \quad \Delta S_2 = -\frac{Q_{ASS}}{T_2}$$

$$|\Delta S_1| = 2|\Delta S_2| \Rightarrow \frac{Q_{CED}}{T_1} = 2\frac{Q_{ASS}}{T_2}$$

$$Q_{CED}/Q_{ASS} = 2\,T_1/T_2 \Rightarrow \eta = 1 - 2T_1/T_2 = 1/3$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari