LEZIONE 2: MOTO ONDULATORIO PARTE II

DAVIDE PAGANO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA

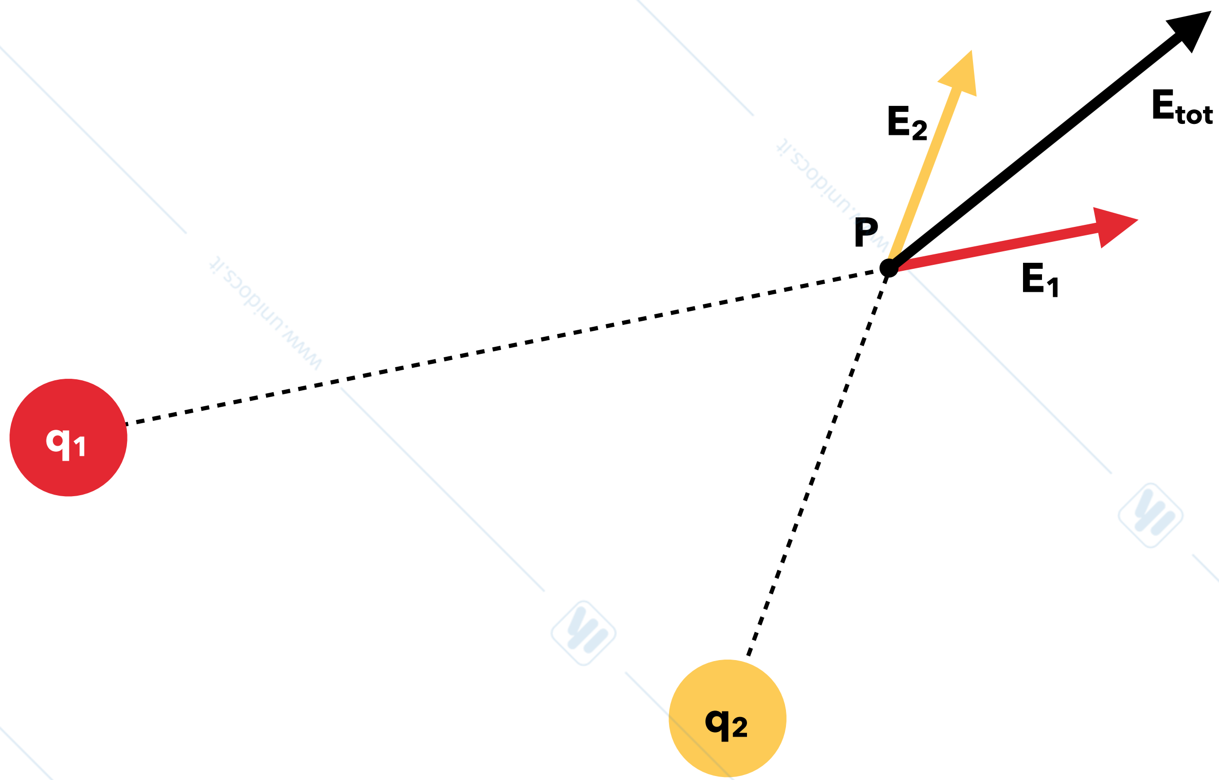
FISICA SPERIMENTALE (OTTICA ONDE)

A.A. 2017/2018

LEZIONE 2: MOTO ONDULATORIO

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE E INTERFERENZA

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE



- Il campo elettrico risultante in *P* è la somma vettoriale dei campi elettrici prodotti dalle singole cariche elettriche in quel punto

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

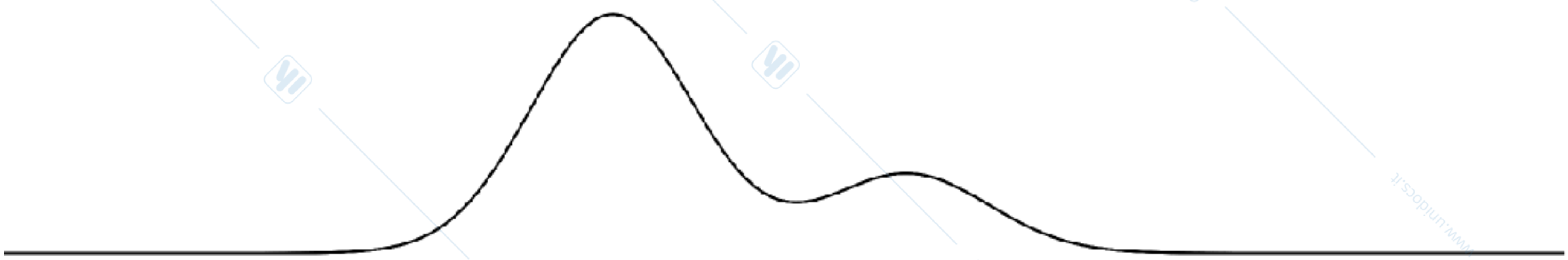
- Nell'esempio precedente si è utilizzato il *principio di sovrapposizione* per trovare il campo elettrico risultante

- Il principio di sovrapposizione è una proprietà importantissima dei *sistemi lineari*, ovvero sistemi la cui evoluzione è descritta da **equazioni lineari** (operazioni lineari sono la somma, la sottrazione, il prodotto per costante e la derivata di qualsiasi ordine)

- **Principio di sovrapposizione**: un effetto che dipenda **linearmente** da più cause tra loro indipendenti è uguale alla somma degli effetti singolarmente prodotti da ciascuna causa

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

- Applicato alle onde, il principio di sovrapposizione afferma che in ogni punto dello spazio in cui due onde incidono, l'oscillazione risultante è la somma algebrica delle oscillazioni delle singole onde

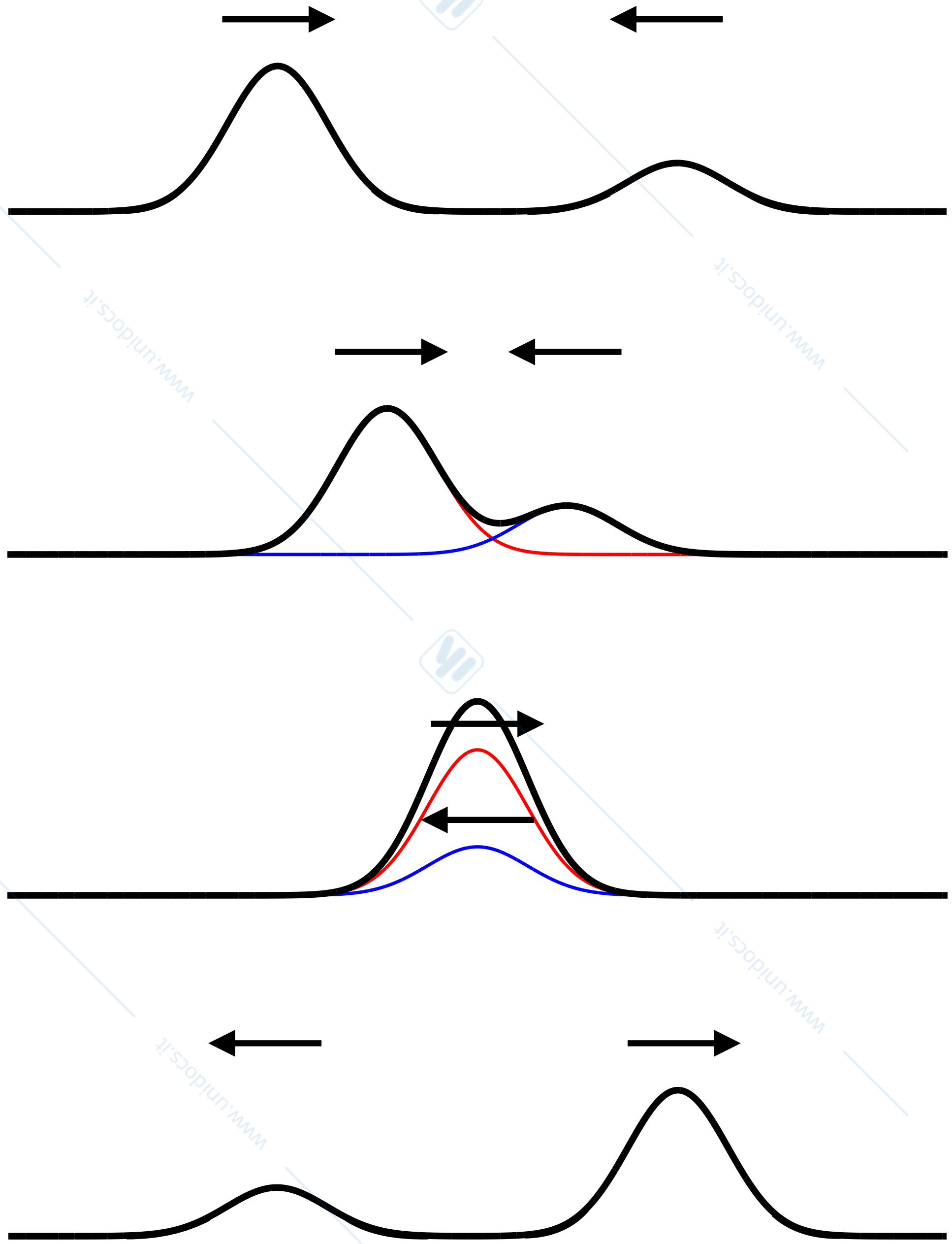


PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

- $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

- Il principio di sovrapposizione vale **solo** per sistemi dinamici lineari e quindi anche per le onde la sua validità **non** è generale

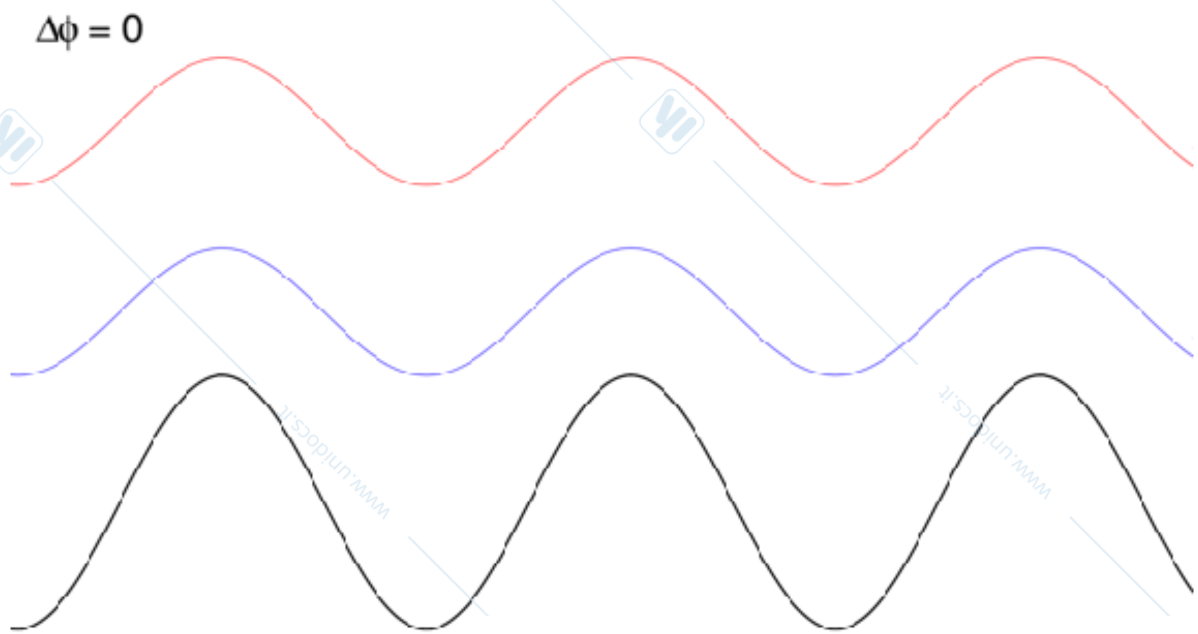
- Infatti, per esempio, per le onde meccaniche vale solo se la forza di richiamo varia **linearmente** con lo spostamento dalla posizione di equilibrio



INTERFERENZA

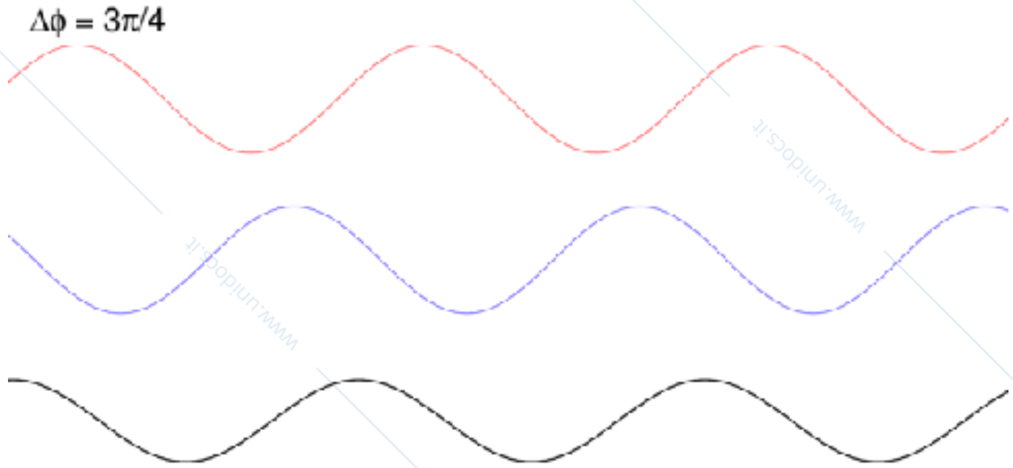
- L'*interferenza* è un fenomeno fisico che si verifica quando due o più onde si sovrappongono in un certo punto

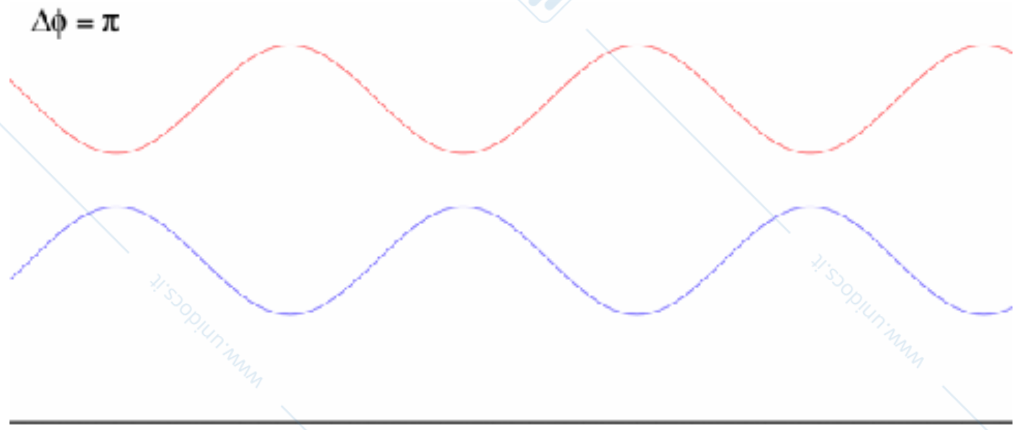
- La forma d'onda risultante dipende dalle *relazioni di fase* delle onde che interferiscono



Interferenza costruttiva (onde in fase)

INTERFERENZA





Interferenza distruttiva (onde in opposizione fase)

INTERFERENZA

- Negli esempi precedenti la differenza di fase tra le due onde sinusoidali determinava l'ampiezza dell'onda risultante

- Siano $y_1(x,t) = y_m sin(kx - \omega t - \varphi_1)$ e $y_2(x,t) = y_m sin(kx - \omega t - \varphi_2)$ l'equazioni di 2 onde che differiscono solo per la costante di fase

- $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_m[sin(kx - \omega t - \varphi_1) + sin(kx - \omega t - \varphi_2)]$

- Dalla trigonometria (**1ª formula di prostaferesi**) sappiamo che

$$sin(A) + sin(B) = 2\,sin\left(\frac{A+B}{2}\right) cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

INTERFERENZA

- Otteniamo quindi $y(x,t) = [2y_m cos(\Delta\varphi/2)]sin(kx - \omega t - \varphi')$

$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ $\varphi' = \varphi_1 + \varphi_2$

sfasamento

- L'onda risultante è **sempre sinusoidale** a prescindere da $\Delta\varphi$

- $\Delta\varphi = 0 \longrightarrow y(x,t) = 2y_m sin(kx - \omega t - \varphi)$ **interferenza costruttiva**

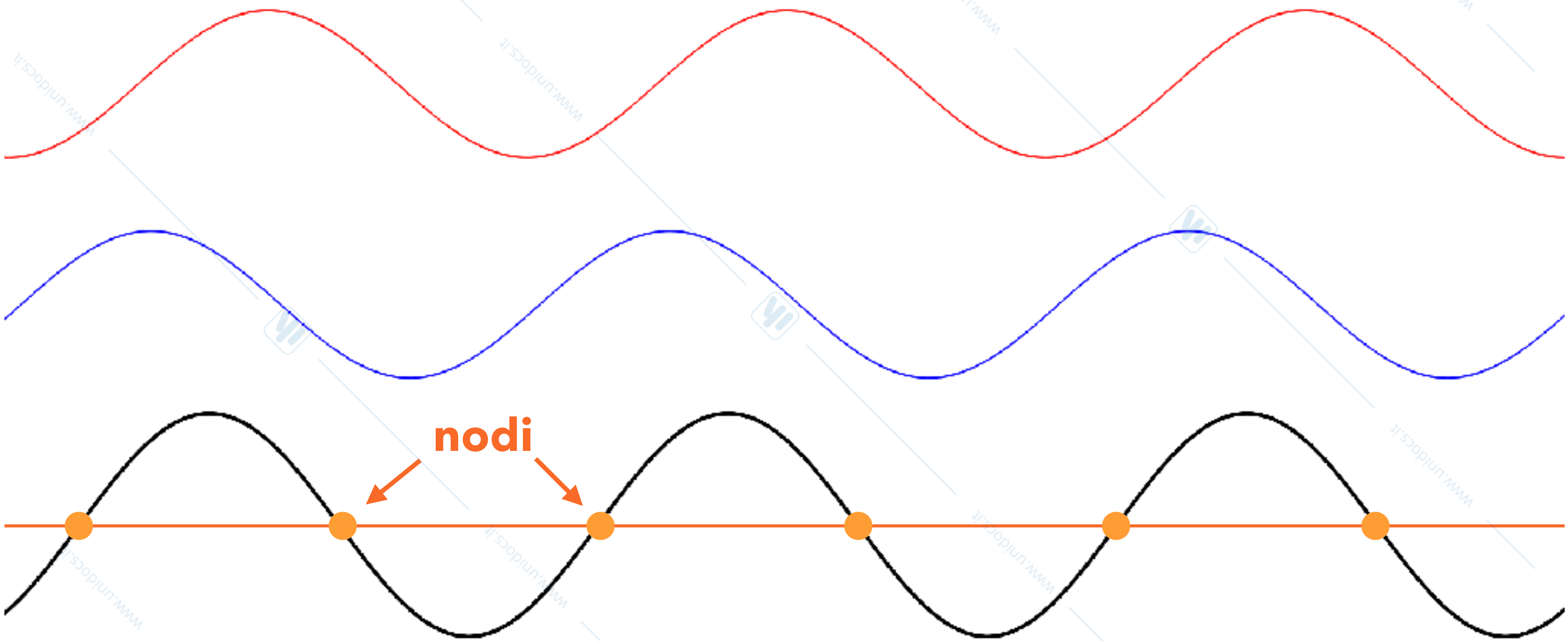
- $\Delta\varphi = \pi \longrightarrow y(x,t) = 0$ **interferenza distruttiva**

LEZIONE 2: MOTO ONDULATORIO

ONDE STAZIONARIE

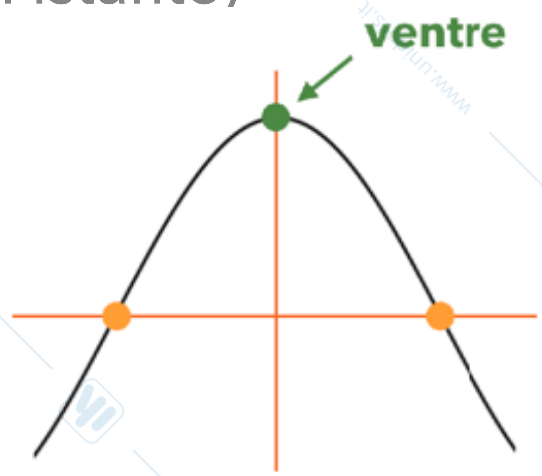
ONDE STAZIONARIE

- Consideriamo il caso di 2 onde che si propagano in versi opposti



ONDE STAZIONARIE

- Nei *nodi* lo spostamento è sempre nullo (ad ogni istante)



- Tra due nodi consecutivi c'è un punto che oscilla con ampiezza massima: *ventre* o *antinodi*
- Analizziamo matematicamente questo tipo di onde dette *stazionarie*
- $y_1(x,t) = y_m sin(kx - \omega t)$ e $y_2(x,t) = y_m sin(kx + \omega t)$
- $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_m sin(kx - \omega t) + y_m sin(kx + \omega t)$

ONDE STAZIONARIE

- Usando ancora la 1ª formula di prostaferesi:

$$y(x,t) = [2y_m sin(kx)]cos(\omega t)$$ **Equazione delle onde stazionarie**

- Non rappresenta un'onda viaggiante perché la variabile spaziale x e quella temporale t non compaiono nella forma $x \pm vt$

- Ogni punto della corda oscilla di moto armonico con la stessa pulsazione ω ma con un'**ampiezza che dipende dalla posizione x**

- Posizione ventri: $|sin(kx)| = 1 \longrightarrow kx = (n + \frac{1}{2})\pi \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$

$$\longrightarrow \quad x = (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$$ i ventri sono separati di $\frac{\lambda}{2}$

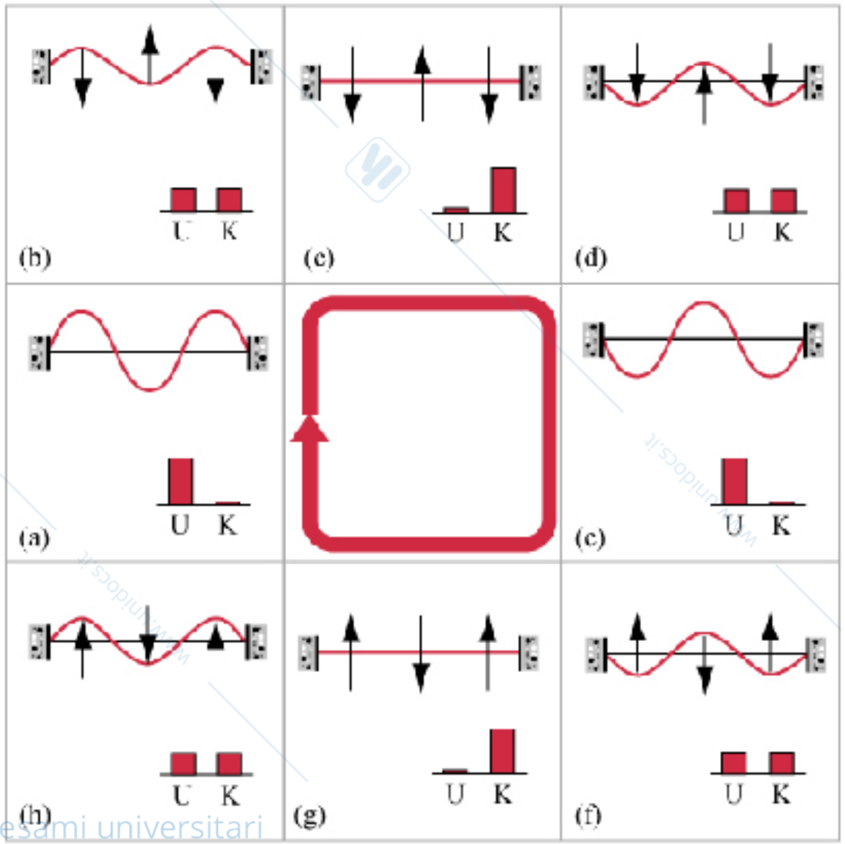
ONDE STAZIONARIE

- Posizione nodi: $sin(kx) = 0 \longrightarrow kx = n\pi \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$

$\longrightarrow x = n\frac{\lambda}{2}$ anche i nodi sono separati di $\frac{\lambda}{2}$

- Un'onda stazionaria **non trasporta energia** (non è un'onda viaggiante)

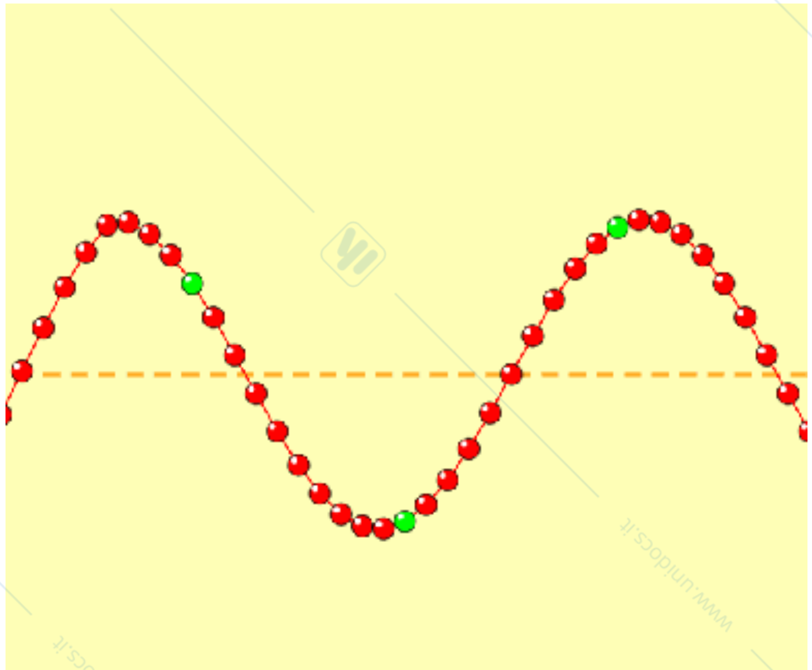
- L'energia staziona sulla corda trasformandosi da cinetica a potenziale e viceversa



ONDE STAZIONARIE

- Il moto della corda in presenza di un'onda stazionaria **è analogo a un moto ondulatorio** in cui ogni elemento compie un **moto armonico**

- La corda può essere vista come un **sistema di infiniti oscillatori armonici accoppiati**



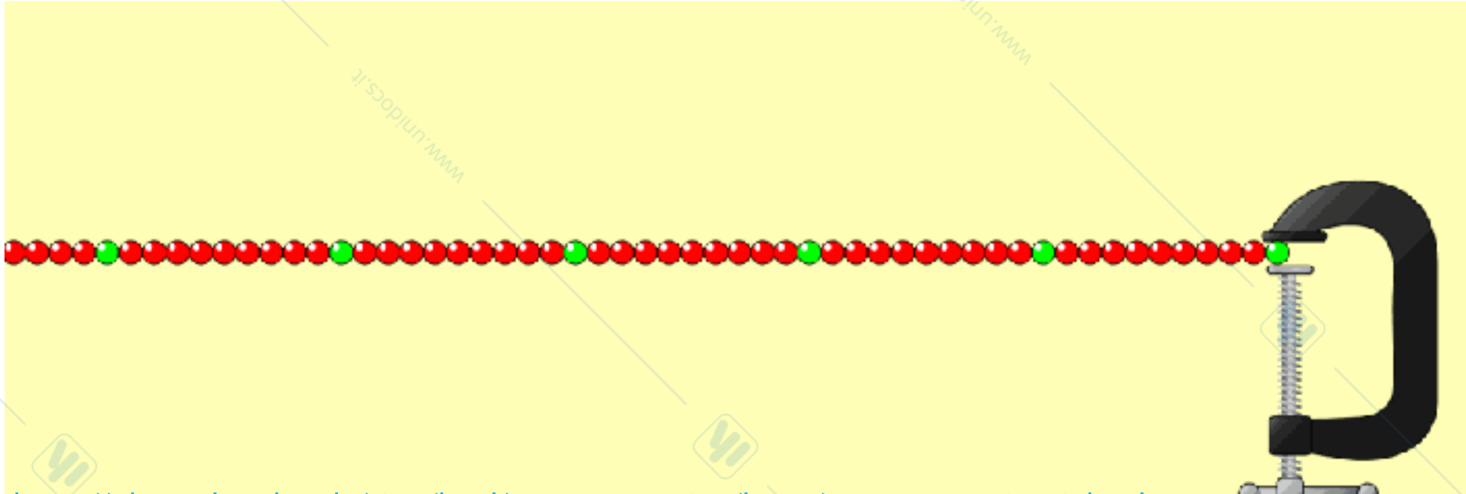
- Possiamo avere onde stazionarie solo su una corda?

ONDE STAZIONARIE

- No...

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Consideriamo un impulso su una corda tesa fissata ad un'estremità



https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_it.html

- Quando l'impulso raggiunge l'estremità fissa il supporto risente di una forza (verso l'alto nell'esempio precedente)
- La forza di reazione del supporto sulla corda fa si che sulla corda si propaghi un **secondo impulso** verso l'estremo libero

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Questo impulso riflesso deve essere tale che l'interferenza tra l'impulso incidente e quello riflesso sia **distruttiva** nell'estremo fisso

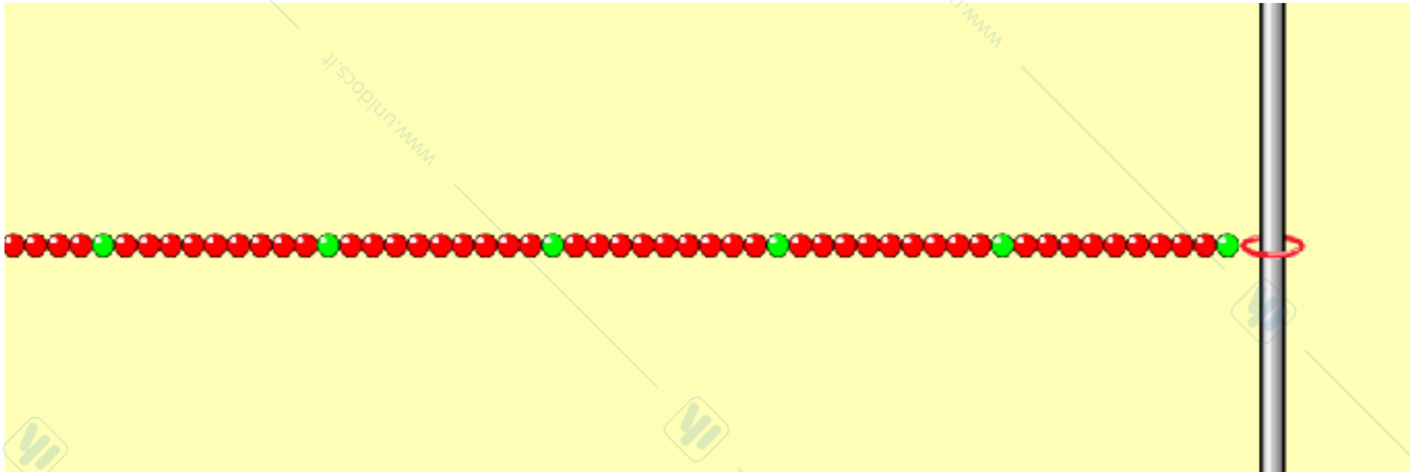
- L'impulso riflesso deve essere pertanto **capovolto e speculare** a quello incidente

- Più in generale, un'onda traversale subisce uno sfasamento di 180° quando viene riflessa da un punto fisso

- Lo sfasamento dell'onda riflessa deriva dalle **condizioni a contorno** del problema, ovvero che l'estremo fisso della corda non si muova

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Consideriamo adesso il caso della riflessione da estremo libero



https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_it.html

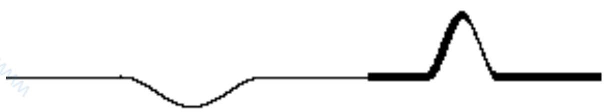
- Anche in questo caso la reazione dell'anello sulla corda genera un impulso che viaggia in direzione opposta a quello incidente
- Qui però le condizioni a contorno sono diverse: **l'anello subisce il massimo spostamento possibile**

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Le due impulsi allora (quello incidente e quello riflesso) devono **interferire costruttivamente**
- Un'onda traversale viene riflessa **senza sfasamento** da un estremo libero di una corda
- In generale oltre al fenomeno della riflessione abbiamo anche il fenomeno della <u>*trasmissione*</u>
- Nel caso di onde su una corda questo può essere osservato unendo **due spezzoni di corda con diversa massa lineica**

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Consideriamo un impulso che viaggi dallo spezzone meno denso a quello più denso

*


- Alla separazione tra i due mezzi l'onda è **parzialmente riflessa** e **parzialmente trasmessa** (il punto di separazione non è un nodo)
- L'intensità dell'onda riflessa è minore di quella incidente (parte dell'energia è trasmessa) ed è **sfasata di 180°**
- L'onda trasmessa si propaga con una **diversa velocità** ma **stessa frequenza dell'onda incidente** (quindi diversa lunghezza d'onda)

* http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html

RIFLESSIONE ALL'ESTREMITÀ

- Consideriamo adesso il caso opposto: un impulso che viaggi dallo spezzone più denso a quello meno denso

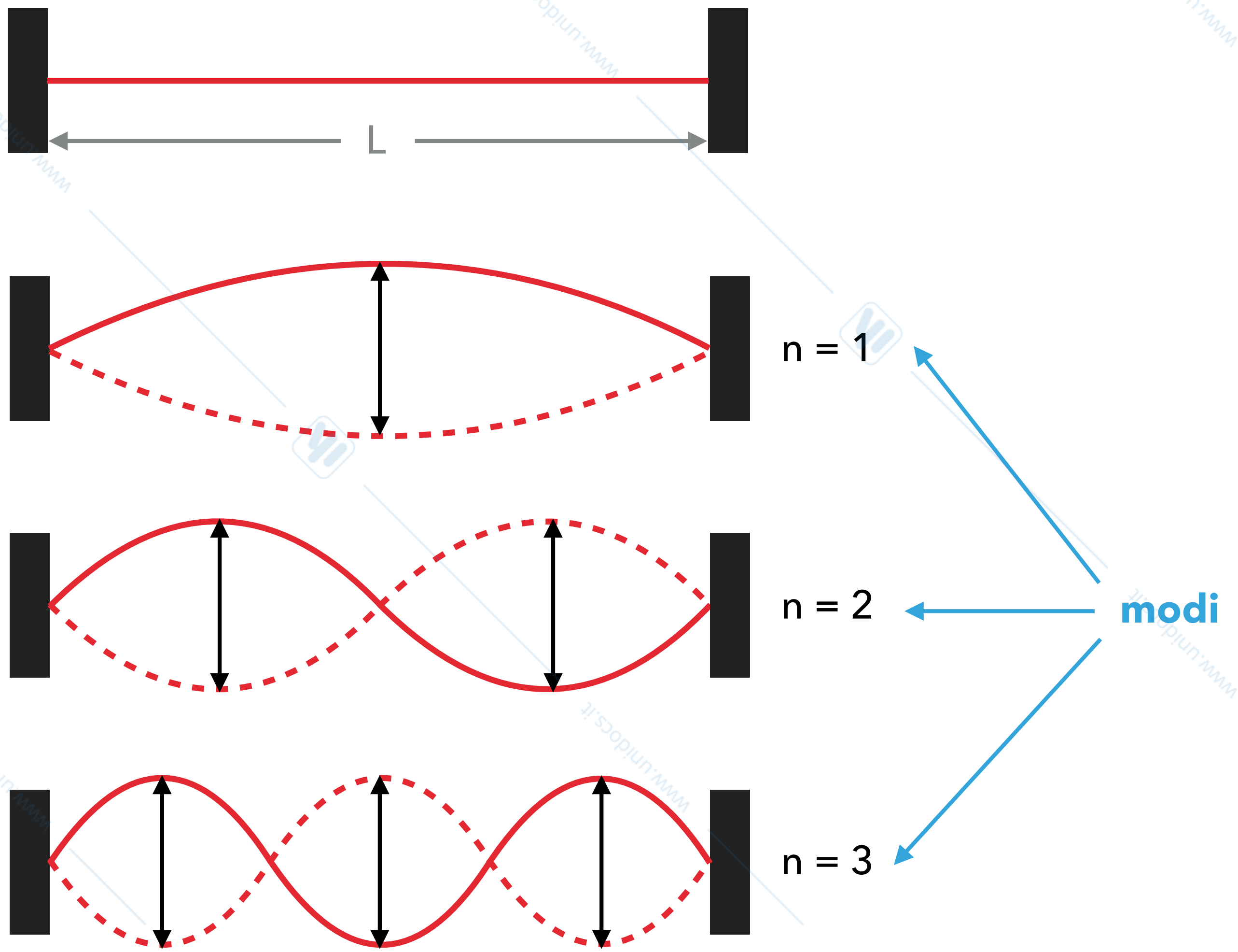
*

- Il segnale riflesso è **in fase** con quello incidente
- Il segnale trasmesso ha **diversa *v*** ma **stessa** ν e di quello incidente
- In entrambi i casi visti l'energia trasmessa dipende dal rapporto tra le masse lineiche dei due spezzoni

* http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html

ONDE STAZIONARIE SU UNA CORDA TESA CON ESTREMI FISSI

- Consideriamo il caso di una corda tesa con entrambi gli estremi fissi



ONDE STAZIONARIE SU UNA CORDA TESA CON ESTREMI FISSI

- Siccome la distanza tra due nodi adiacenti è pari $\frac{\lambda}{2}$ allora:

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

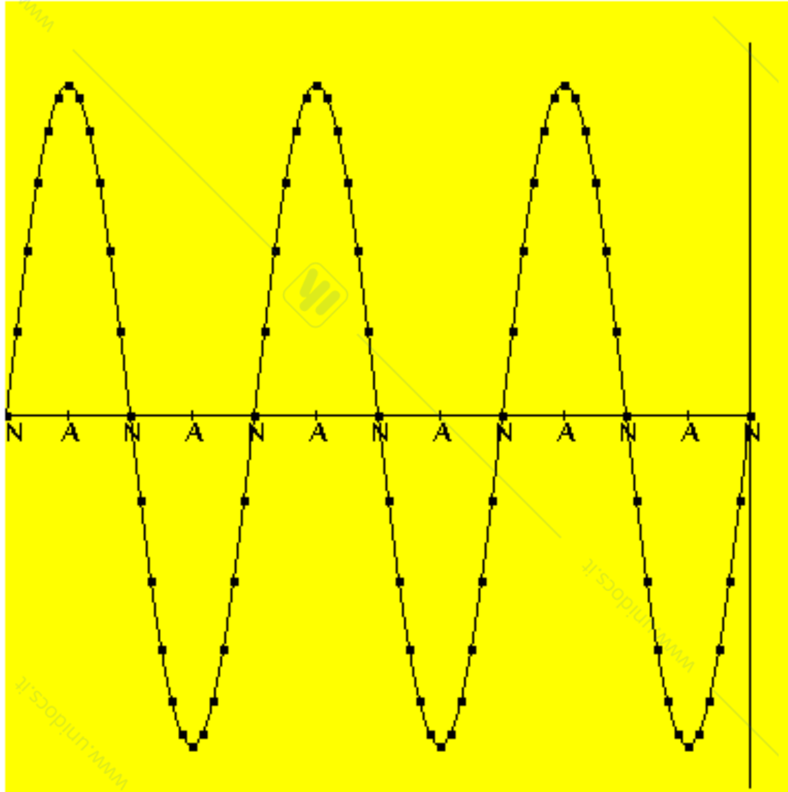
- Ovvero $\lambda_n = \frac{2L}{n} \longrightarrow \boxed{\nu_n = n\frac{v}{2L}}$

Frequenze proprie della corda (autofrequenza)

- Solo un'eccitazione esterna ad una frequenza propria genera un'onda stazionaria

ONDE STAZIONARIE SU UNA CORDA TESA CON UN ESTREMO FISSO

- Sfruttando il fenomeno della riflessione all'estremità è possibile creare onde stazionarie anche in una corda con un solo estremo fisso



http://www.walter-fendt.de/ph14e/stwaverefl.htm

- La frequenza della sollecitazione esterna **deve coincidere con una frequenza propria** della corda
- In assenza di dissipazione l'ampiezza crescerebbe senza limite all'aumentare dell'energia introdotta
- Ha delle somiglianze con il fenomeno della **risonanza**

ONDE STAZIONARIE SU UNA CORDA TESA CON UN ESTREMO FISSO

- Nei **casi reali**, a causa della dissipazione d'energia nella corda si potrà **solo approssimativamente** ottenere un'onda stazionaria
- Quelli che sembrano nodi non lo potranno essere realmente in quanto l'energia deve essere trasportata per compensare l'energia dissipata nella corda
- Se si potesse sollecitare la corda con più frequenze, la corda selezionerebbe quelle uguali a suoi autofrequenze
    - Che è il principio alla base del funzionamento degli strumenti musicali