

Circuiti elettrici:

01. Introduzione

Conduttori

Conduttori

Al loro interno sono verificate particolari condizioni per cui è possibile il moto di alcune delle cariche che li costituiscono.

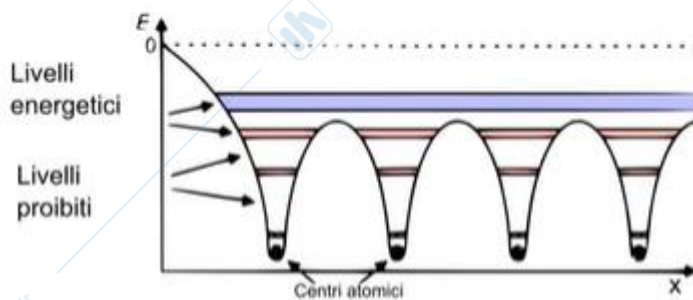
Portatori di cariche elettriche libere:

- elettroni di conduzione nei metalli
- ioni (positivi e negativi) nelle soluzioni elettrolitiche
- elettroni e ioni nei plasmi (es. nelle scariche elettriche)

esempio: NaCl sciolto in acqua, forma una soluzione conduttiva dove si muovono gli ioni Na^+ e Cl^-

esempio: all'interno della scarica elettrica che costituisce il fulmine (gas ionizzato) c'è un movimento di elettroni e ioni positivi

Solidi conduttori



- per i conduttori solidi alcuni elettroni sono praticamente separati dall'atomo originario e sono liberi di muoversi all'interno del conduttore
 - nel processo di aggregazione, alcuni livelli energetici dei diversi atomi si fondono e si formano livelli che si estendono su tutto il solido
 - se i livelli non sono completamente occupati è possibile il moto degli elettroni

In un atomo isolato, questo ha dei livelli atomici legati a se stessi.

Quando gli atomi si aggregano per formare un solido, alcuni di questi livelli rimangono legati all'atomo, altri vengono condivisi in tutto il solido.

Esempio

Per Cu e Ag un elettrone per ogni atomo è libero di muoversi
Il numero di elettroni liberi per unità di volume è:

$$n = \frac{N_A \rho}{A}$$

dove N_A è il numero di Avogadro, ρ è la densità e A è la massa di una mole di sostanza (pari al peso atomico espresso in unità di massa).

$$n_{Cu} = \frac{N_A \rho_{Cu}}{A_{Cu}} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 8.96 \text{ g cm}^{-3}}{63.546 \text{ g mol}^{-1}} = 8.48 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_{Ag} = \frac{N_A \rho_{Ag}}{A_{Ag}} = \frac{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 10.5 \text{ g cm}^{-3}}{107.87 \text{ g mol}^{-1}} = 5.86 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

Isolanti e semiconduttori

Isolanti (dielettrici)

gli elettroni sono vincolati agli atomi e non possono muoversi all'interno del materiale sotto l'azione di forze elettriche.

Esempi: vetro, PMMA, olio, plastica, legno

Semiconduttori

classe di materiali con una conducibilità intermedia tra i conduttori e gli isolanti

Esempi: silicio, germanio, arseniuro di gallio

02. La corrente elettrica:

La corrente elettrica

All'interno di un conduttore gli elettroni liberi hanno un moto sotto gli effetti dell'agitazione termica. Non esiste una direzione privilegiata

Sotto l'effetto di campi elettrici, le cariche elettriche, se libere di muoversi assumono un moto ordinato (analogo al moto di un fluido viscoso sotto l'effetto della gravità o di una differenza di pressione).

Corrente elettrica

Si chiama corrente elettrica un moto ordinato di cariche elettriche.

Intensità di corrente

Intensità di corrente

Carica totale che attraversa una data superficie per unità di tempo

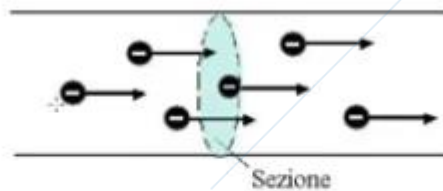
$$i = \frac{dq}{dt}$$

- L'intensità di corrente è una grandezza scalare.

Nel Sistema Internazionale si misura in Ampere ($A = Cs^{-1}$).

L'Ampere è una unità di misura fondamentale

Corrente elettrica



Intensità di corrente

carica totale che attraversa la sezione di un conduttore nell'unità di tempo

$$i = \frac{Nq}{t} = \frac{Q}{t}$$

Intensità di corrente: unità di misura

nel Sistema Internazionale: *ampere* (A)

È una unità di misura fondamentale [v. slides 01-1-introduzione.pdf, pagina 28](#)

Liberté, Égalité, Fraternité e... il Sistema Internazionale di Unità di Misura (Système International d'Unités) o SI

Nato su iniziativa dell'Assemblea Nazionale francese, e poi sviluppato ed adottato in tutto il mondo

Unità di misura fondamentali

Grandezza fisica	Nome	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo (o kilogrammo)	kg
Tempo	secondo	s
Corrente elettrica	ampere	A
Temperatura termodinamica	kelvin	K
Quantità di materia	mole	mol
Intensità luminosa	candela	cd

Per approfondire si può consultare la sezione dedicata al SI sul sito del Bureau International des Poids et Mesures: <http://www.bipm.org>

Nuova definizione di ampere

Dal 20 maggio 2019 un ampere corrisponde esattamente ad un flusso di elettroni pari a:

$$1A = \frac{1}{1,602176634} \cdot 10^{19} \frac{e}{s}$$

Valori tipici di correnti elettriche

	I (A)
Circuiti integrati	$10^{-12} \div 10^{-6}$
Lampadina	1
Fulmine	10^4
Cavo superconduttore ($A = 1cm^2$)	10^7

Carica elettrica: unità di misura

Se consideriamo un conduttore percorso da una corrente costante I , una carica elettrica Q attraversa la sua sezione nel tempo t

$$Q = It$$

La carica elettrica viene quindi definita in questo modo:

Il coulomb è la carica che attraversa in un secondo la sezione di un conduttore percorso da una corrente di 1 ampere (A):

$$\text{coulomb (C = A s)}$$

Carica elementare

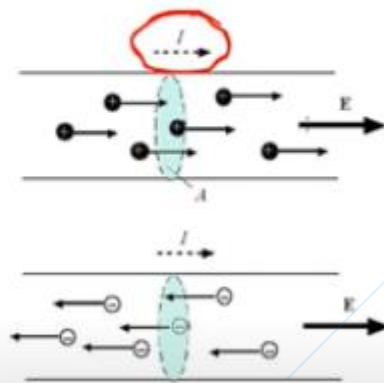
$$e = 1.602176634 \cdot 10^{-19} C$$

Osservazioni

- Per convenzione si considera una corrente elettrica positiva quando ha il verso del moto delle cariche positive.

- La corrente quindi fluisce:
 - ⇒ nella direzione del campo elettrico
 - ⇒ da un punto a potenziale più alto ad un punto a potenziale più basso

- Nei metalli i portatori di carica (elettroni di conduzione) hanno carica negativa. In questo caso il segno convenzionale della corrente è opposto al verso del moto reale dei portatori di carica.



$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

Notazioni

Corrente variabile nel tempo

$$i = i(t)$$

Corrente stazionaria

$$i = \text{costante} = I$$

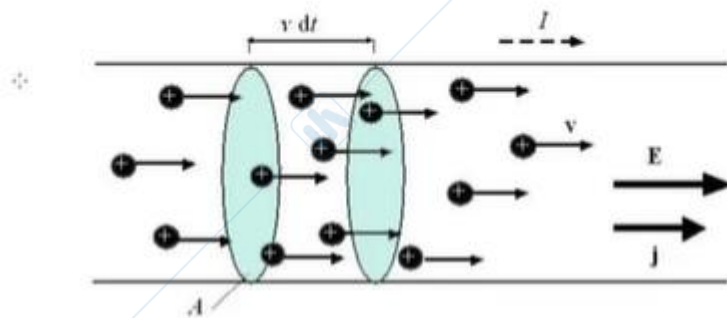
Viene anche detta corrente continua (CC).
In inglese viene chiamata "direct current" (DC).

La lettera maiúscola indica una corrente stazionaria.

Una corrente variabile nel tempo è indicata con una lettera minuscola.

03. densità di corrente:

Densità di corrente



La carica che attraversa la superficie A nell'intervallo di tempo dt è

$$dq = q \cdot N_q \cdot (Avdt) = \rho \cdot (Avdt)$$

dove con N_q si indica il numero di portatori per unità di volume e con ρ la densità volumica di carica

$$i = \frac{dq}{dt} = (\rho v) A$$

La velocità v viene chiamata velocità di deriva e si indica con v_d

Intendiamo la corrente per unità di superficie.

Consideriamo un conduttore con una certa sezione percorso da una corrente i e la densità di corrente (j) è la corrente che attraversa l'unità di superficie A .

Se la corrente è uguale in tutti i punti della sezione allora:

$$j = \frac{di}{dA} = \frac{i}{A}$$

La portata dei fluidi:

$$Q = VA \quad \text{con} \quad \frac{m^3}{s} = \frac{m}{s} m^2$$

Noi adesso abbiamo l'intensità di corrente.

Qui abbiamo i coulomb/secondo.

$$i = j A = n A$$

$$A = \frac{C}{s} = \frac{A \cdot m^2}{m^2}$$

Per avere una corrente elettrica basta mettere la densità di carica ρ :

$$i = j A = \rho n A$$

$$A = \frac{C}{s} = \frac{A \cdot m^2}{m^2} = \frac{C}{m^3} \frac{m}{s} m^2 = \frac{C}{s}$$

Quindi consideriamo i numeri di portatori di carica per l'elettrone

$$i = j A = \rho n A = N_e e n A$$

04. velocità di deriva:

con conduttori metallici in rame e con le correnti che sono normalmente in circolo negli impianti domestici.

Partiamo da:

$$i = j A = \rho n A = N_e e n A$$

Possiamo ricavare la velocità degli elettroni come corrente/ numero di elettroni per unità di volume, carica dell'elettrone e sezione.

Consideriamo come corrente 14 Ampere.

$$v = \frac{i}{N_e e A} = \frac{14 A}{8.48 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} =$$

$$= 0.04 \frac{\text{cm}}{s} = 0.4 \frac{\text{mm}}{s}$$

Quello che viene molto grande è la densità di corrente:

$$j = \frac{14 \text{ A}}{2.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 5.6 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

La corrente che percorre i fili di rame dei nostri impianti domestici ha una velocità estremamente bassa, cioè gli elettroni si muovono ad una velocità bassissima.

Dopo quanto tempo si accende la lampadina dopo che abbiamo premuto l'interruttore?

Si accende istantaneamente o quasi. Si tiene presente che ciò che si propaga nei cavi è il campo elettrico, cioè il movimento degli elettroni in una zona causa il movimento a catena di tutti gli elettroni nel filo, perché nel filo abbiamo un campo elettrico che si propaga nel filo con una velocità prossima alla velocità della luce e mette in moto simultaneamente tutti gli elettroni all'interno del filo.

È interessante paragonare la velocità di deriva con la velocità dovuta all'agitazione termica.

Qua dobbiamo ricordarci della termodinamica:

si considera la velocità equivalente media

$$\frac{1}{2} m v_{qm}^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

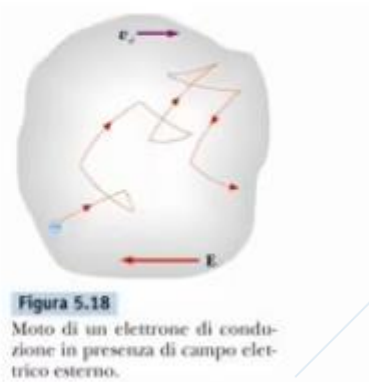
Quindi a questo punto possiamo trovare la velocità quadratica media:

$$v_{qm}^2 = \frac{3 k_B T}{m} \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{6099 \cdot 10^{-23} \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1.2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

è un

valore enorme rispetto alla velocità di deriva.

Velocità termica e velocità di deriva



Con corrente elettrica si intende un moto ordinato di cariche elettriche; le cariche elettriche sono in realtà sottoposte ad un moto di agitazione termica estremamente importante. Quando c'è un campo elettrico a questo si aggiunge una deriva, cioè un moto che fa sì che in media le cariche si muovano nella direzione del campo elettrico con stesso verso o verso opposto a seconda del segno della carica.

05. Circuiti forza elettromotrice.

Conservazione della carica elettrica

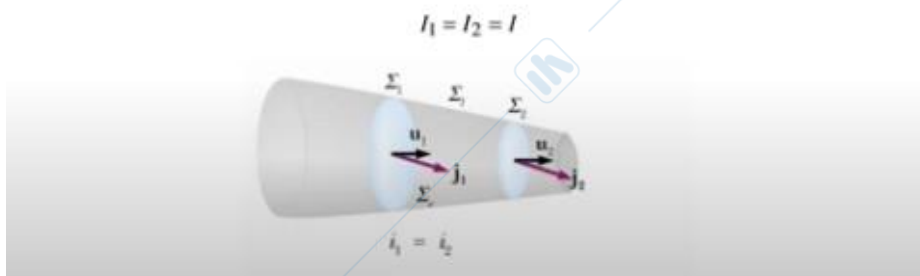
La carica elettrica è conservata

Ne deriva la legge di continuità:

$$i_{\text{ingresso}} - i_{\text{uscita}} = \frac{dQ}{dt}$$

Se la corrente uscente è diversa da quella entrante si deve avere un accumulo di carica

In condizione di corrente stazionaria non si possono avere accumuli di carica (che altrimenti crescerebbero all'infinito):



La carica elettrica è una grandezza conservata, quindi non può essere creata o distrutta.

Come carica elettrica si considera la somma algebrica della carica (carica positiva + negativa). La conseguenza di questo fatto è la legge di continuità.

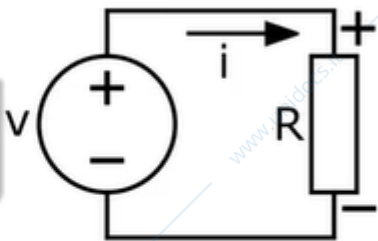
Se entra + corrente di quanto ne esce, allora dq/dt deve aumentare. Viceversa, se esce + corrente di quanto ne entra, allora c'è una diminuzione della carica nel sistema.

Noi consideriamo un circuito percorso da una corrente stazionaria, cioè che non varia nel tempo e rimane sempre uguale, allora non si possono avere accumuli di carica; se ci fosse un accumulo di carica con conseguente sbilanciamento di carica in entrata con quella in uscita, allora l'accumulo di carica diventerebbe sempre + grande diventando infinito.

Quindi la condizione fondamentale per un circuito percorso da corrente stazionaria è che le correnti entranti in qualsiasi parte del circuito devono essere uguali a quelle uscenti.

Circuiti

Circuito elettrico
l'interconnessione di elementi elettrici in un percorso chiuso in modo che la corrente possa fluire con continuità



Circuiti elettrici a parametri concentrati:

- fenomeni stazionari
- tensioni e correnti che variano lentamente rispetto ai tempi di propagazione dei segnali nel circuito

Si può trascurare il ritardo di propagazione dei segnali dovuto alla velocità della luce finita \Rightarrow gli effetti si propagano istantaneamente in tutto il circuito.

Percorso chiuso = continuità elettrica.

Se il circuito è piccolo, non esteso e i fenomeni sono lenti, possiamo immaginare che gli effetti si propagano istantaneamente in tutto il circuito (interruttore).

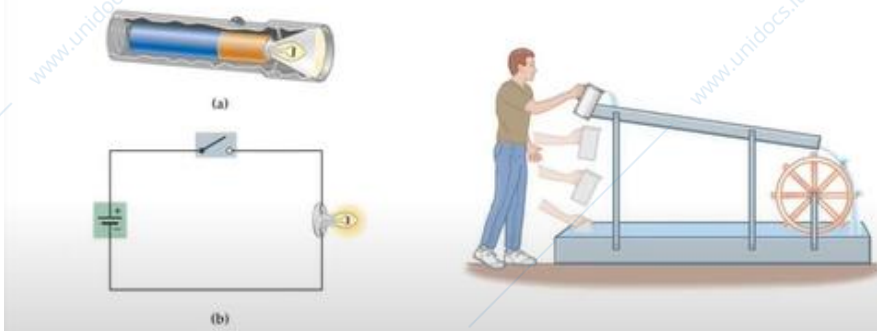
Non è a parametri concentrati quando ci sono fenomeni che variano rapidamente o i circuiti sono molto estesi, come la trasmissione radio o sulle linee telefoniche.

Oppure può non essere a parametri concentrati la guida d'onda come un cavo coassiale.

Elementi di un circuito: generatore di forza elettromotrice

La fem non è una forza ma un potenziale elettrico (per cui viene anche detto generatore di tensione).

Fornisce alle cariche l'energia necessaria per potersi muovere all'interno di un circuito.



Fondamentale è la sorgente che può mantenere in moto le cariche, la chiamiamo generatore di forza elettromotrice.

La forza elettromotrice non è una forza ma un potenziale elettrico che fornisce alle cariche l'energia necessaria per potersi muovere in un circuito.

Lo possiamo considerare equivalente ad un fenomeno come questa persona che fornisce energia potenziale all'acqua di questo circuito idraulico, per far sì che questa possa muoversi.

Per esserci una corrente continua che percorre questo circuito bisogna che all'acqua venga fornita incessantemente energia potenziale.

Così la forza elettromotrice fornisce energia potenziale elettrostatica, cioè un potenziale elettrico alle cariche in modo che questa possa muoversi all'interno del circuito.

Forza elettromotrice

lavoro necessario per spostare una carica unitaria tra i due poli di una batteria:

$$\varepsilon = \frac{L}{\Delta Q}$$

⇒ si trasforma in potenziale che permette il movimento delle cariche

Nel Sistema Internazionale si misura in:

$$Volt = V = \frac{J}{C}$$

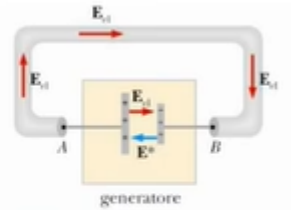


Figura 5.22
Campi elettrici in un circuito semplice.

All'interno del generatore deve essere attivo un fenomeno che trasforma un'energia che potrebbe anche non essere elettrica, in energia elettrica, in potenziale che permette il movimento delle cariche.

Se la sorgente di forza elettromotrice non è collegata ad un circuito:

$$f_{em} = \phi_a - \phi_b$$

La forza elettromotrice è la differenza di potenziale tra i poli del generatore a circuito aperto

Si dà un'indicazione di qual è la fem fornita.

06. Resistenza elettrica:

Sorgente di fem collegata ad un circuito resistivo

Il circuito è chiuso e circola corrente

- Un generatore che eroga corrente (circuito chiuso) è sede di una corrente di intensità uguale a quella del circuito esterno
- La corrente convenzionalmente fluisce
 - * dal polo + al polo - nel circuito esterno
 - * dal polo - al polo + all'interno del generatore

Resistenza

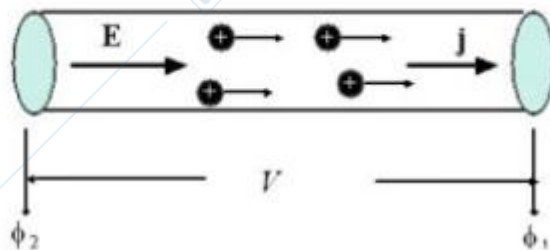


In circostanze normali i fili metallici oppongono una certa resistenza al moto degli elettroni perchè il moto di deriva è ostacolato da continui urti con gli atomi del reticolo.

- Ad ogni urto l'energia cinetica degli elettroni viene dissipata e ceduta al materiale.
- Occorre quindi compiere lavoro per sostenere il moto delle cariche.
- Di conseguenza ai capi di un conduttore percorso da corrente è presente una differenza di potenziale.

Il movimento delle cariche all'interno del materiale è ostacolato da urti continui con gli atomi del reticolo, quindi il movimento non è un flusso regolare.

Resistenza elettrica (R)



Resistenza elettrica R

Rapporto tra la differenza di potenziale ($V = \phi_2 - \phi_1$) applicata ad un conduttore e la corrente che lo attraversa

$$R = \frac{V}{I}$$

e quindi:

$$V = RI$$

oppure

$$I = \frac{V}{R}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

Unità di misura nel Sistema Internazionale: $\text{Ohm} = \text{Volt}/\text{Ampere} = \Omega$

Questa definizione indica che, se ci si mette nelle stesse condizioni (es. di temperatura, a volte umidità, concentrazione di elettroliti...) una differenza di potenziale V provoca la stessa corrente I .

La legge di Ohm

Per molti materiali, inclusi la maggior parte dei metalli, la resistenza R è costante in un ampio intervallo di I e V e quindi:

Legge di Ohm

$$V = R(\text{costante}) \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V}{R}$$

Andamento lineare della corrente in funzione della tensione

- È una legge empirica
- Vi sono dei limiti alla sua applicabilità (ad esempio sulla potenza dissipata).

Il fenomeno è analogo a quanto si verifica per un condotto percorso da un fluido reale in regime laminare, vedi [La resistenza idrodinamica](#), file 05-fluidi.pdf pagina 92.

La resistenza R dipende dal materiale e dalla temperatura, ma non dalla tensione e dalla corrente che ne risulta.

Per la legge di Ohm: esiste una proporzionalità diretta tra tensione applicata e corrente che circola nel circuito.

La costante di proporzionalità è la resistenza elettrica.

Vale solo per alcuni conduttori detti ohmici, vi sono limiti di applicazione della legge sulla potenza dissipata, cioè se un conduttore viene percorso da una corrente eccessiva o da una differenza di potenziale eccessiva, allora questa legge cessa di valere ed anche il conduttore si può distruggere.

Questa legge è analoga alla legge dell'idrodinamica.

La resistenza idrodinamica

- Fluido viscoso che scorre in un condotto con pareti rigide
- Per ottenere una portata Q occorre applicare una Δp

Si definisce la **resistenza di un condotto** come:

$$R = \frac{\Delta p}{Q}$$

in analogia alla resistenza elettrica: $\Delta p \Leftrightarrow \Delta V$ e $Q \Leftrightarrow I$

correnti elettriche: $\Delta V = RI$ fluido viscoso: $\Delta p = RQ$

Nel caso in cui valga la legge di Poiseuille si può scrivere:

$$Q = \bar{v}A = \frac{\Delta p \pi r^4}{8\eta l} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

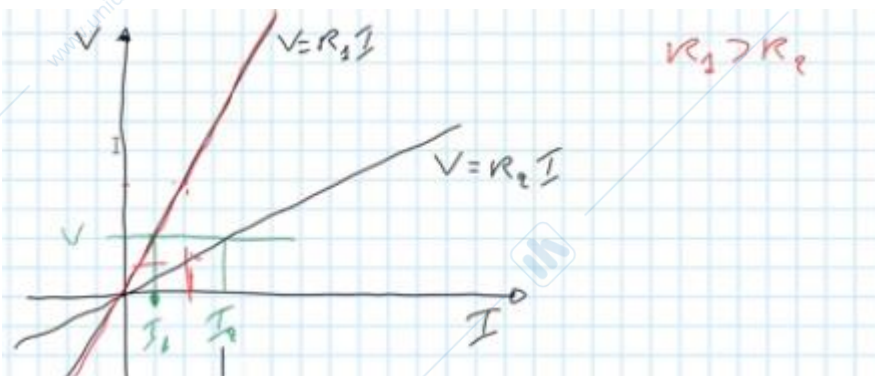
Per la resistenza fluidodinamica valgono le leggi di Kirchoff analogamente alle resistenze elettriche

La **legge di Murray sul calibro dei vasi sanguigni**, file 20-applicazioni.pdf, pagina 41.

Anche qui avevamo una proporzionalità diretta tra una sorgente del moto e un flusso. Quindi abbiamo proporzionalità diretta tra differenza di pressione ai capi di un condotto e portata.

Allo stesso modo per le correnti elettriche e i conduttori ohmici abbiamo proporzionalità diretta tra differenza di potenziale ai capi di un conduttore e corrente.

Quindi la relazione tra tensione e corrente è una retta che passa per l'origine e la possiamo rappresentare così:

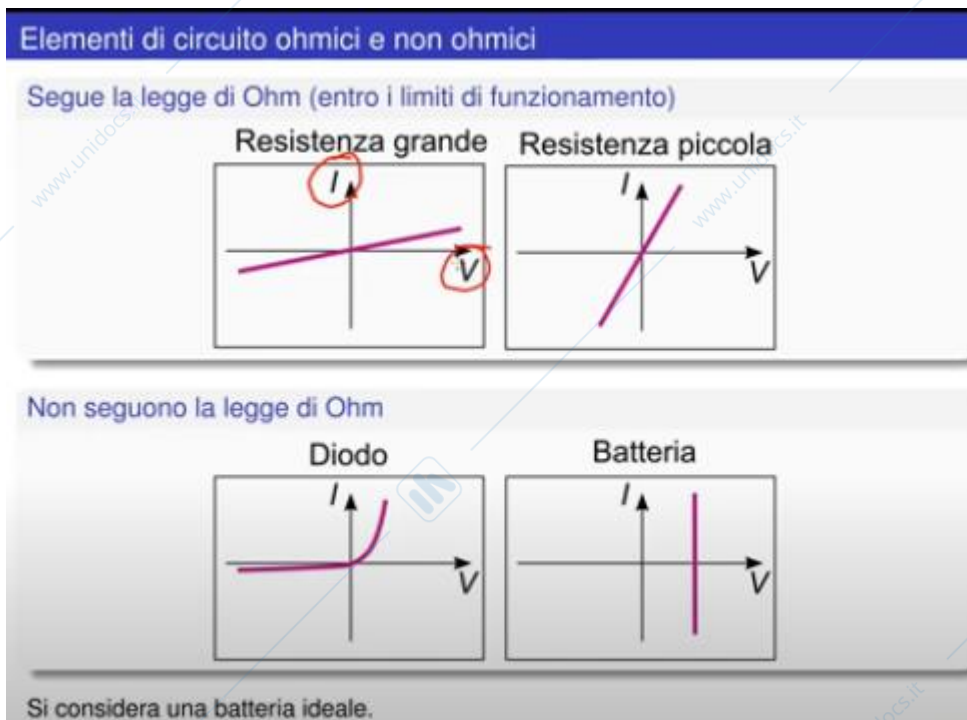


La prima retta rappresenta una resistenza R_1 maggiore di R_2 , in quanto a parità di corrente occorre una maggiore differenza di potenziale e quindi abbiamo una resistenza (impedimento) più grande al passaggio della corrente R_1 .

Oppure equivalentemente sull'altro asse, a parità di differenza di potenziale la resistenza R_1 fa passare una corrente minore rispetto alla resistenza R_2 .

Spesso quando si valuta un elemento di circuito il grafico non ha questi assi cartesiani, ma spesso sono scambiati.

E quindi viene rappresentata la corrente in funzione della tensione indicata:



$I(V)$.

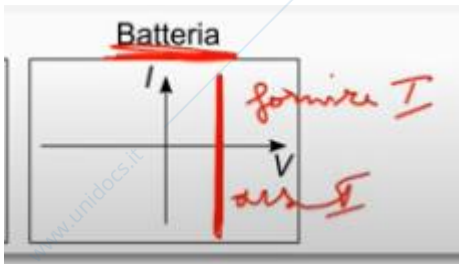
Questo è anche + ragionevole, perché la tensione è la causa della corrente, quindi abbiamo l'effetto in funzione della causa.

Rappresentato nel primo modo allora una resistenza + grande è una resistenza che ha una pendenza minore, perché ad una grande tensione corrisponde una piccola corrente, rispetto al caso di destra in cui ho una resistenza + piccola e anche una piccola tensione può provocare il passaggio di una carica.

Non tutti gli elementi di circuito seguono la legge di OHM, un esempio è il diodo cioè un elemento che si usa nei circuiti integrati e c'è una

relazione non lineare tra tensione e corrente, in particolare ha un andamento che ricorda quello di esponenziale.

È un altro elemento di circuito che non è unico ed è la batteria. Una batteria ideale è un generatore di forza motrice ideale che fornisce la stessa forza elettromotrice indipendentemente da quanta corrente viene richiesta.



Quindi notiamo che nella batteria può fornire o assorbire corrente, ai suoi capi è presente sempre la stessa differenza di potenziale e sempre la stessa fem.

07. origine della resistenza:

Conducibilità elettrica

La densità di corrente j in un conduttore dipende dal campo elettrico E e dalle proprietà del materiale

Per molti materiali conduttori, in particolare i metalli, j è proporzionale a E

Conducibilità σ

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Per i conduttori lineari σ è una costante

Nel Sistema Internazionale si misura in: $A m^{-1} V^{-1} = \Omega^{-1} m^{-1}$

La velocità di deriva dei portatori quindi è proporzionale alla forza in modo analogo a quanto avviene quando la forza motrice compensa quella di attrito in un fluido viscoso, vedi [La legge di Stokes](#), file 05-fluidi.pdf pagina 108.

La differenza di potenziale è direttamente proporzionale ai conduttori che attraversa.

La densità di corrente all'interno del materiale è direttamente proporzionale al campo elettrico nel materiale, cioè la conducibilità è una costante a parità di temperatura.

Questo è uguale a quando andiamo a considerare un moto sotto effetto dell'attrito viscoso.

Moto di corpi in un fluido viscoso a basse velocità: la legge di Stokes

Sperimentalmente un corpo che si muove in un fluido incontra una resistenza che dipende:

1. dalle dimensioni e dalla forma del corpo
2. dalla densità e viscosità del fluido
3. dalla velocità relativa tra corpo e fluido

Per basse velocità il moto del fluido intorno al corpo è laminare e la resistenza incontrata è direttamente proporzionale a v

Per un corpo sferico di raggio R :

Legge di Stokes

$$F_s = -6\pi\eta Rv$$

Per velocità maggiori (ma al di sotto della velocità del suono) il flusso diventa turbolento la dipendenza dalla velocità diventa quadratica.

La forza di Stokes è direttamente proporzionale alla velocità del corpo e queste sono le caratteristiche della costante di proporzionalità: abbiamo la viscosità e le dimensioni. Una volta note le dimensioni della particella e la viscosità del fluido c'è una proporzionalità diretta.

Velocità limite in un fluido

Qual è la velocità massima (ovvero la velocità limite, v_l) per una piccola sfera di raggio R , densità ρ che cade in un fluido di viscosità η e densità ρ_0 ?

Quando la sfera raggiunge la velocità limite si ha moto rettilineo uniforme \Rightarrow accelerazione = 0 \Rightarrow la risultante delle forze 0

Scelgo l'asse positivo diretto verso il basso

$$\begin{cases} F_a = -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g & \text{Forza di Archimede (verso l'alto)} \\ F_s = -6\pi\eta Rv & \text{Forza di Stokes (in direzione opposta alla } v) \\ F_p = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g & \text{Forza peso (verso il basso)} \end{cases}$$

$$-\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0 g - 6\pi\eta Rv + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = 0$$

$$6\pi\eta Rv = \frac{4}{3}\pi R^3 g (\rho - \rho_0) \quad \Rightarrow \quad v = \frac{2}{9} \frac{R^2 g (\rho - \rho_0)}{\eta}$$

E la velocità era direttamente proporzionale alla forza che generava il movimento.

$$v_d = \mu E$$

La velocità di deriva è direttamente proporzionale al campo elettrico, esattamente come la velocità limite di caduta di una particella in un fluido viscoso è direttamente proporzionale alla forza che sta provocando il moto.

La quantità μ si chiama mobilità elettrica e per un conduttore ohmico non dipende dal campo elettrico, è una costante.

La mobilità si misura in

$$[\mu] = \frac{m}{V} = \frac{m^2}{V \cdot s}$$

Dalla velocità di deriva dei portatori possiamo ottenere la corrente elettrica o la densità di corrente:

se noi volessimo una portata volumetrica come se considerassimo il flusso di cariche come un fluido in movimento basta moltiplicare per A .

$$N_e A = \mu E A$$

Dobbiamo considerare le cariche, quindi moltiplichiamo per densità di carica (numero di cariche per unità di volume n_e per la carica elettrica).

$$\int j A = \mu E A N_e e$$

$$j A = \mu E A N_e e$$

Semplifico le A .

$$j = \mu N_e e E$$

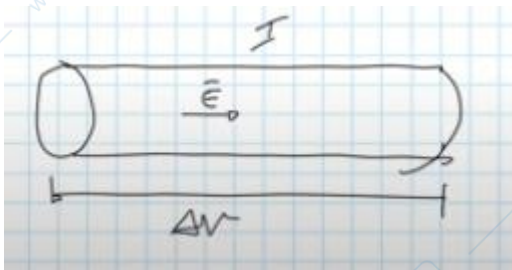
Abbiamo una proporzionalità diretta tra densità di corrente e campo elettrico.

Ora ripartiamo dalla formula dove avevamo già ottenuto l'intensità di corrente I :

$$I = \underbrace{\rho}_{\mu} N_d A = \mu E A N_c e$$

Consideriamo un conduttore cilindrico percorso da una corrente I , abbiamo una differenza di potenziale ΔV ai suoi capi.

Essendo questo conduttore di sezione costante e composto da un materiale omogeneo, abbiamo un campo elettrico che è costante all'interno del conduttore.



Ricordiamo che per un campo elettrico uniforme vale la relazione:

$$\Delta V = E l$$

Questa vale sempre in modo differenziale, cioè $E = dv/dx$

Qua abbiamo un campo costante quindi la relazione vale.

Parlavamo di differenza di potenziale, qua invece parliamo di caduta di potenziale. Anziché parlare di potenziale finale- iniziale, noi parliamo di potenziale iniziale-finale.

Allora possiamo scrivere che la corrente che attraversa il circuito è uguale a:

$$I = \mu A N_c e \frac{\Delta V}{l}$$

Possiamo isolare il ΔV

$$\Delta V = \frac{\rho}{A} \frac{l}{\mu_{K_e}} I$$

Si ha una proporzionalità diretta tra caduta di potenziale e corrente.

La costante di proporzionalità il prodotto tra diverse grandezze, alcune dipendono dalla geometria.

$$\Delta V = \frac{\rho}{A} \left(\frac{l}{\mu_{K_e}} \right) I$$

La grandezza indicata è la resistività e si indica con la lettera ρ .

Quindi la resistenza è data dalla:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \Delta V = RI$$

Questa costante ρ (resistività) è l'inverso della quantità trovata prima:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Classificazione elettrica dei materiali

	$\sigma \ (\Omega^{-1}m^{-1})$	$\rho \ (\Omega m)$
Conduttori		
Rame	$6.0 \cdot 10^7$	$1.67 \cdot 10^{-8}$
Argento	$6.3 \cdot 10^7$	$1.59 \cdot 10^{-8}$
Tungsteno	$1.8 \cdot 10^7$	$5.65 \cdot 10^{-8}$
Semiconduttori		
Germanio	2.2	0.46
Silicio	$4 \cdot 10^{-4} \div 1.5 \cdot 10^{-3}$	$640 \div 2.3 \cdot 10^3$
Isolanti		
Bakelite	$10^{-9} \div 10^{-7}$	$10^7 \div 10^9$
Vetro	$10^{-14} \div 10^{-10}$	$10^{10} \div 10^{14}$
Teflon	$< 10^{-16}$	$> 10^{16}$

Quindi la resistività si misura in ohm per metro.

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Dipendenza della resistività dalla temperatura

Metalli (entro un limitato intervallo di T):

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

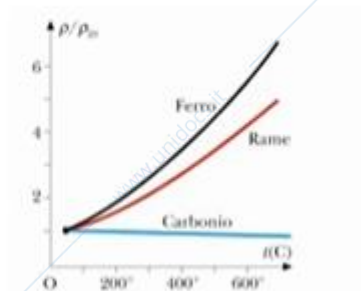


Figura 5.14
Coefficiente termico di alcuni conduttori.

Per i metalli la resistività aumenta con la temperatura.

Superconduttori

Al di sotto di una temperatura critica si ha una fortissima diminuzione della resistività e il materiale si comporta come un conduttore quasi perfetto.

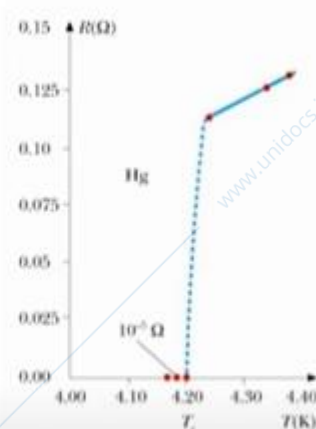
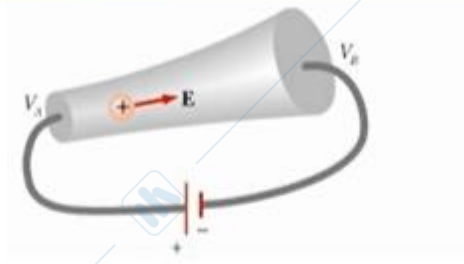


Figura 5.16
Resistenza di un campione di materiale superconduttore (Hg) nell'intorno della temperatura critica.

Sono dei materiali che a basse temperature subiscono un cambiamento delle caratteristiche elettriche.

Energia e potenza elettrica



$$V = V_A - V_B$$

dW = lavoro fatto dalla forza elettrica per portare la carica dQ dal punto A al punto B attraverso il circuito

Non si ha una conversione dell'energia potenziale in energia cinetica perchè l'energia viene dissipata dalla resistenza.

$$dW = dQ \cdot V = I dt \cdot V$$

La potenza dissipata (e che deve essere quindi fornita dal generatore) è:

$$\frac{dW}{dt} = I \cdot V$$

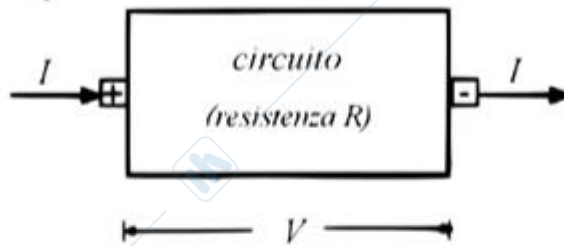
L'energia potenziale elettrostatica viene convertita in altre forme.

È presente una differenza di potenziale ai capi della resistenza perché il potenziale elettrico deve compiere un lavoro per fare attraversare al portatore di carica l'elemento del circuito.

Il lavoro compiuto dal campo elettrico è uguale alla differenza di potenziale per la carica che attraversa.

La carica che attraversa è direttamente proporzionale al tempo e alla corrente.

Potenza dissipata da una resistenza: effetto Joule



Energia (Joule) assorbita (dissipata) nella resistenza R nel tempo dt

$$dW = I \cdot V dt = RI^2 dt$$

Potenza (Watt) dissipata nella resistenza R

$$P = \frac{dW}{dt} = V \cdot I = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

La potenza erogata dal generatore viene dissipata nella resistenza
Compare sotto forma di energia termica

È detto effetto joule proprio perché questa resistenza trasforma l'energia elettrica in altre forme, generalmente in calore, dissipato in diverse forme.

Quindi la potenza dissipata è data da:

$$P = V \cdot I$$

Possiamo sostituire per la legge di ohm, per cui:

$$V = RI \rightarrow P = RI^2$$

Oppure sostituendo I :

$$\text{tempo } dt \quad P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

In generale, quando vediamo una differenza di potenziale ai capi di un elemento del circuito abbiamo un prodotto $V I$ che ci rappresenta la potenza dissipata.

09. potenza elettrica:

abbiamo visto la potenza nel caso di una resistenza, l'altro caso è quello di un generatore.

Tra il prodotto di $V I$ nel caso della resistenza in un generatore: la resistenza è percorsa da una corrente, se p in questo senso si ha una differenza di potenziale v a questi capi



Cioè c'è una differenza di potenziale che ostacola il passaggio della corrente. Per cui occorre una differenza di potenziale per forzare il passaggio della corrente.

Nel caso di un generatore abbiamo



La situazione è rovesciata, cioè abbiamo una differenza di potenziale che fornisce energia alle cariche, che vengono spostate al punto in cui il potenziale è più alto. Si parla sempre di potenza ma non dissipata, piuttosto una potenza fornita dal generatore.



Il principio di conservazione dell'energia richiede che la potenza erogata dal generatore $V_{em}I$ sia uguale a quella dissipata dalla resistenza RI^2 e quindi che:

$$V_{em}I = RI^2$$

$$V_{em} - RI = 0$$

La variazione di potenziale lungo il circuito (percorso chiuso) è zero

Quando abbiamo un circuito ci sono elementi del circuito che possono erogare potenza, come il generatore che eroga la fem per la corrente erogata dal generatore.

In un circuito di questo tipo formato da un generatore e da una resistenza, la potenza erogata dal generatore deve essere uguale alla potenza dissipata dalla resistenza.

$$V_{em}I - RI^2 = 0$$

Convenzione generatori-carichi

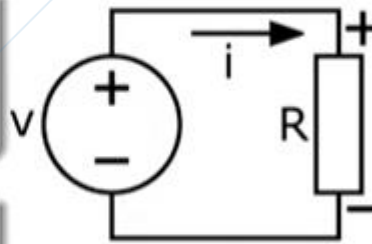
La convenzione generatore-carichi è uno dei (tre) possibili modi di considerare le correnti in un circuito.

Convenzione dei generatori

Il verso positivo della corrente esce dal morsetto contrassegnato come positivo ed entra dal negativo. Si avrà quindi che la potenza generata è positiva mentre quella assorbita è negativa.

Convenzione degli utilizzatori

Il verso positivo della corrente entra dal morsetto contrassegnato come positivo ed esce dal negativo: si avrà quindi un valore positivo per la potenza assorbita ed uno negativo per la potenza generata.



$$P_{\text{generatore}} = P_{\text{resistenza}}$$

$$Vi = Ri^2$$

I generatori sono strumenti che possono generare potenza o possano assorbirla, come la batteria del cellulare.

Si considera una corrente positiva quando esce dal generatore, quando quindi il generatore eroga potenza il prodotto vi è maggiore di zero.

La potenza è negativa quando entra nel generatore e in questo caso il prodotto $vi < 0$ se la corrente entra nel generatore e quindi assorbe potenza.

Una corrente entrante nel morsetto negativo rappresenta una potenza assorbita, per scrivere la conservazione dell'energia immessa nel circuito + quella drenata dal circuito $= 0$ cioè il circuito non accumula energia

ma la trasforma da una forma all'altra, la potenza erogata dal generatore è uguale a quella dissipata.

Convenzione degli utilizzatori

Anche i generatori vengono trattati come elementi passivi

Generatori come elementi passivi

Il verso positivo della corrente entra dal morsetto contrassegnato come positivo ed esce dal negativo. Si avrà quindi che:

- la potenza generata è negativa
- quella assorbita è positiva.

Questa convenzione permette di esprimere in modo naturale la conservazione dell'energia come somma di tutte le potenze erogate o fornite dagli elementi del circuito:

$$P_{\text{generatore}} + P_{\text{resistenza}} = 0$$

$$-Vi + Ri^2 = 0$$

I generatori vengono considerati come elementi passivi.

Corrente alternata

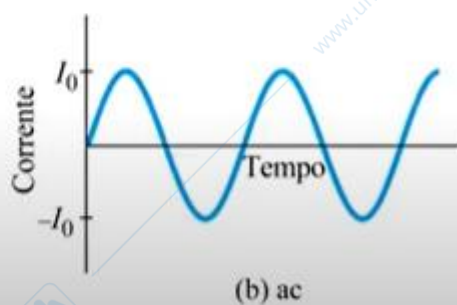
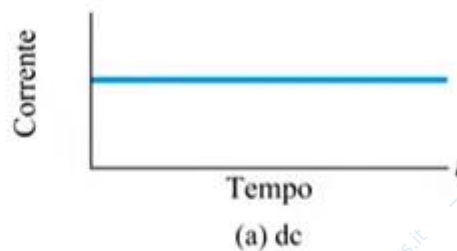
La forza elettromotrice di una batteria ideale è costante

- $V = RI \Rightarrow$ corrente continua (CC in italiano oppure DC, direct current in inglese)

I generatori delle centrali elettriche producono generalmente una tensione alternata

$$V = V_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = V_m \sin(\omega t)$$

- più facile da produrre
- più facile da distribuire
- $V = RI \Rightarrow$ corrente alternata (CA in italiano oppure AC, alternate current, in inglese)



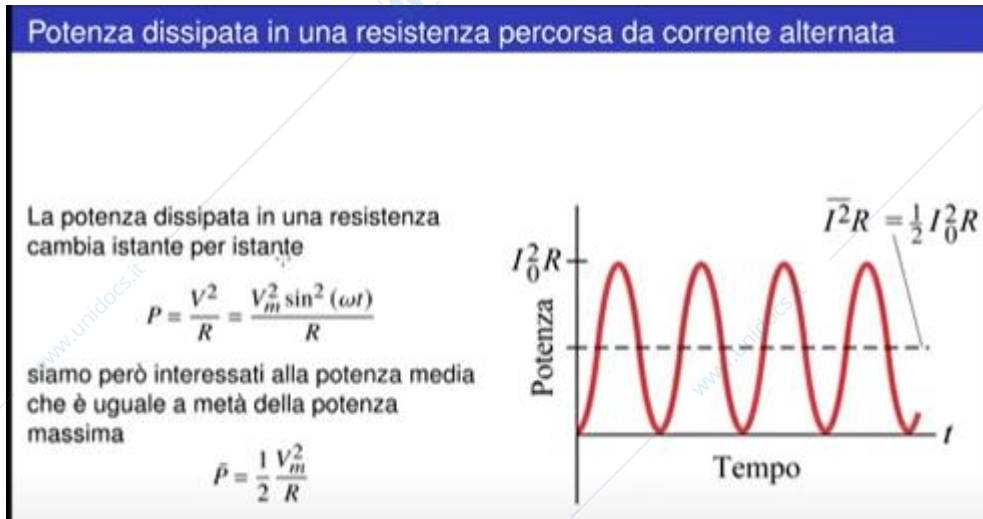
Nei circuiti già visti abbiamo parlato di tensioni costanti e correnti continue.

I generatori delle centrali elettriche non producono una tensione costante, ma una tensione alternata che segue un andamento di tipo sinusoidale.

In Italia è di 50 volte al secondo (50 Hertz).

La tensione alternata è + facile da produrre e da distribuire perché si può passare da bassa tensione ad alta tensione e viceversa.

Essendo la corrente variabile nel tempo, lo sarà anche la potenza dissipata nel tempo.



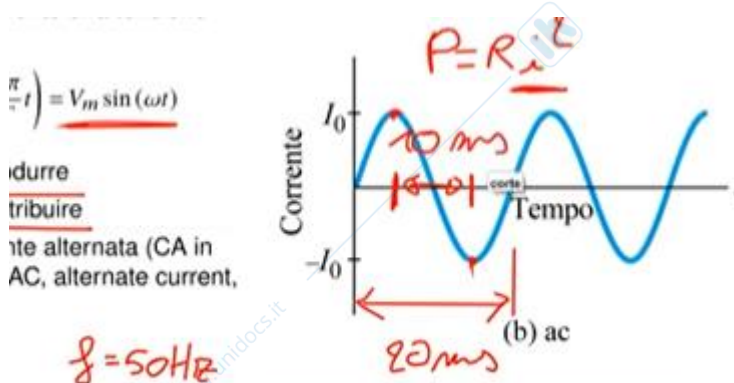
V_m è il valore della tensione massima.

Ha un andamento di tipo sinusoidale dove il valore medio non è zero ma $\frac{1}{2} \frac{V^2}{R}$.

La corrente raggiunge il valore massimo due volte in ogni periodo e la potenza dissipata in ogni secondo è

$$P = R \cdot i^2$$

Quindi non conta il verso della corrente, se la corrente entra allora è positiva, se la corrente sta uscendo la potenza dissipata è positiva perché si ha i^2 .



Quindi ogni 10 s si è raggiunta la potenza massima per poi azzerarsi.

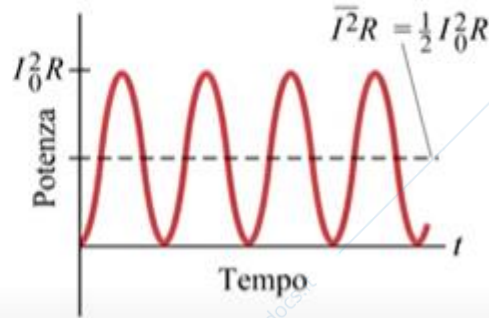
Potenza dissipata in una resistenza percorsa da corrente alternata

La potenza dissipata in una resistenza cambia istante per istante

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{V_m^2 \sin^2(\omega t)}{R}$$

siamo però interessati alla potenza media che è uguale a metà della potenza massima

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R}$$



Scriviamo che la potenza media potrebbe essere scritta come:

$$\bar{P} = \frac{\left(\frac{V_{\text{eff}}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R}$$

In questo modo la formula è uguale a quella per la corrente continua che era:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Definiamo come tensione efficace:

$$V_{\text{eff}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Quindi possiamo scrivere

$$\bar{P} = \frac{\left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$

Quando parliamo di correnti alternati, noi ci riferiamo alla tensione efficace e quindi sottoscriviamo un contratto che è un'efficienza efficace di 230 volt.

Caratteristiche della tensione alternata

1. tensione di picco

- l'escursione massima rispetto al livello zero

2. tensione efficace

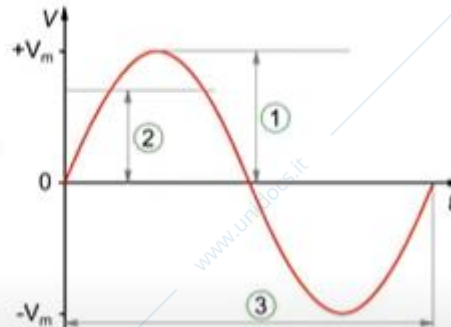
- la tensione che dovrebbe avere una tensione continua per dissipare la stessa potenza in una resistenza

$$\frac{V_{eff}^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R} \Rightarrow V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

in Italia $V_{eff} = 230V$

3. periodo T , in Italia

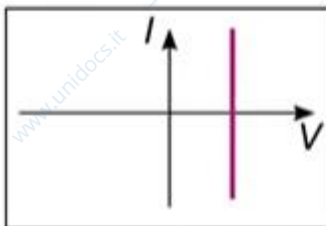
$$T = 0.02 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 50 \text{ Hz}$$



11. generatori reali.

Generatori reali

Generatore ideale



Un generatore ideale è in grado di fornire la stessa forza elettromotrice qualunque sia la richiesta di corrente

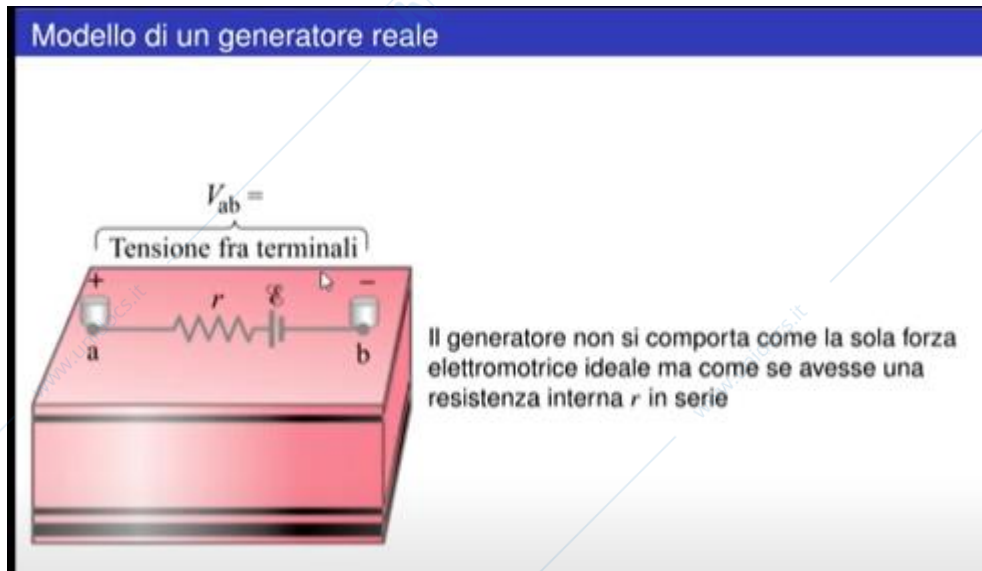
Un generatore reale ha delle limitazioni:

- molti generatori possono erogare corrente ma non assorbita
- all'aumentare della corrente erogata la forza elettromotrice tende a diminuire

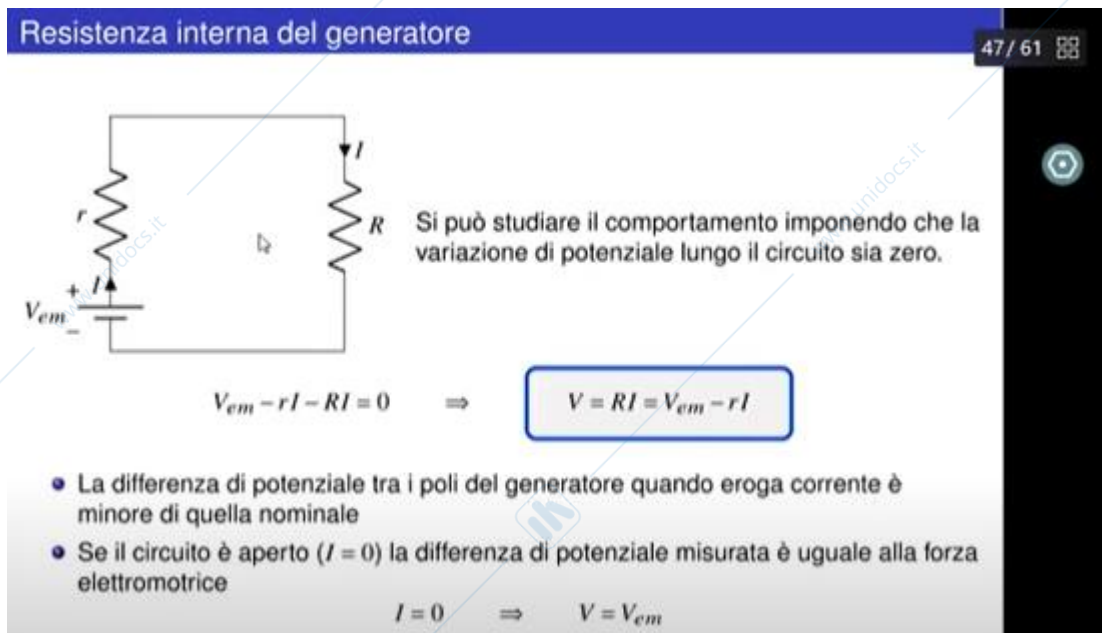
Se viene richiesta una certa corrente positiva, ai suoi capi è presente una certa forza elettromotrice; anche con una corrente negativa, il valore delle V rimangono invariate.

Se si compra una pila alcalina non è ricaricabile, perché non è possibile invertire la reazione. Quindi se si ricaricasse potrebbe esplodere.

Un generatore non è in grado di fornire sempre la stessa forza elettromotrice qualunque sia la corrente richiesta: in generale ad aumentare la quantità di energia erogata, la forza elettromotrice tende a diminuire.

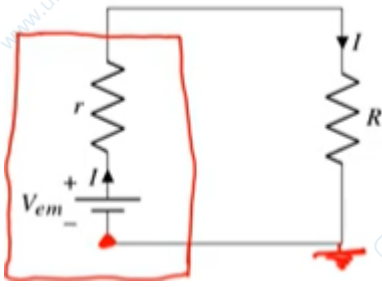


Un generatore reale si comporta come un generatore ideale con in aggiunta una resistenza in serie.



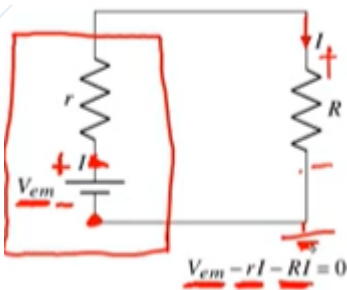
In questo modello può essere separato in due componenti del generatore reale, resistenza r piccola in serie a destra e a sinistra un generatore.

Possiamo studiare il comportamento di un circuito imponendo che la somma di tutto le differenze di potenziale lungo il circuito sia zero.



Quindi partiamo dal punto rosso che consideriamo come zero di riferimento.

Facendo il giro del circuito seguendo il percorso della corrente indichiamo la differenza di potenziale come la forza elettromotrice erogata dal generatore.



Quindi passiamo da un terminale positivo ad uno negativo → indichiamo v_m con segno +.

Poi incontriamo la resistenza, ricordiamo che nella resistenza quando la corrente è entrante allora abbiamo seguendo la direzione della corrente andiamo a discendere il potenziale. Perché il terminale dove entra la corrente a potenziale + alto e quella dove esce ha potenziale più alto, quindi scriviamo $-r i$.

Nella seconda resistenza stiamo percorrendo il circuito nello stesso verso della corrente quindi $-R i$.

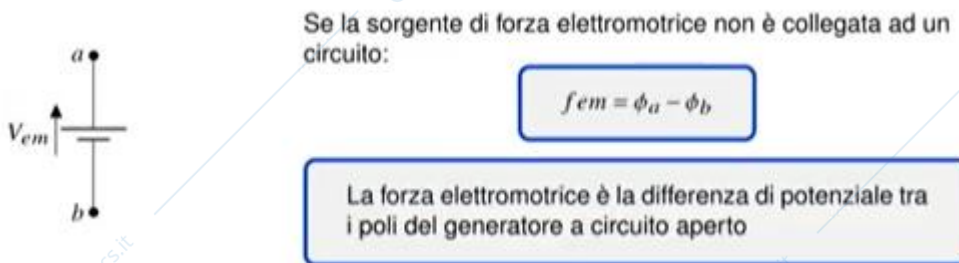
Il generatore ideale comprende v_{em} e la resistenza.

Per vedere qual è la tensione effettiva che posso applicare

$$V = RI = v_{em} - rI.$$

Quindi se il generatore eroga corrente la fem disponibile è disponibile è minore di quella nominale.

Quando il generatore di un circuito chiuso non eroga corrente, ai suoi capi abbiamo solo la forza elettromotrice.



Che cosa succede quando stiamo cercando di ricaricare una batteria, stiamo forzando una corrente in un generatore reale quindi stiamo immettendo una corrente che per convenzione è una corrente negativa.

Allora la v_{em} ai capi del generatore è la forza elettromotrice nominale $-r_i$, però R_i è negativo e quindi è una differenza di potenziale $+ grande$. Quindi ci vuole una leggera sovra-tensione per ricaricare una batteria.

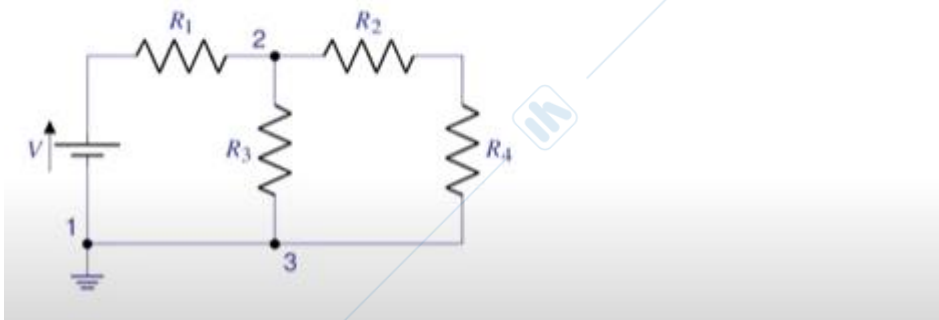
11. Leggi di Kirchoff serie e parallelo.

Reti di circuiti

Nodo: punto della rete dove si incontrano tre o più conduttori

Ramo: interconnessione tra due nodi vicini

Maglia: un percorso chiuso all'interno di un circuito elettrico che consiste nella concatenazione di più rami



Primo principio di Kirchhoff

I principio (dei nodi)

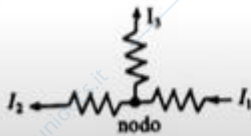
In ogni nodo la somma algebrica delle correnti è zero

$$\sum_k I_k$$

assumendo che le correnti entranti siano negative e quelle uscenti siano positive

La somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti

Esprime la conservazione della carica in assenza di accumuli di carica.



Si assegnano arbitrariamente le direzioni delle 3 correnti. La somma delle correnti entranti deve essere uguale alla somma delle correnti uscenti:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Risolviendo il circuito si ottengono correnti che cambiano segno a seconda dell'assegnazione fatta arbitrariamente. Il verso reale della corrente è quindi indipendente dalla scelta.

Esprime la conservazione della carica in presenza di correnti stazionarie o quasi stazionarie.

Secondo principio di Kirchhoff

Il principio (delle maglie)

La somma algebrica delle cadute di potenziale lungo una maglia è zero

$$\sum_k V_k$$

Esprime la conservazione dell'energia in un circuito (che non irradia).

Si fissa arbitrariamente la direzione di percorrenza ad esempio da sinistra verso destra

$$V = +V_{em}$$



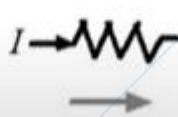
Si risale la differenza di potenziale passando dal polo - al polo +

$$V = -V_{em}$$



Si scende la differenza di potenziale passando dal polo + al polo -

$$V = -IR$$



Ci si muove con la corrente e quindi si scende la differenza di potenziale

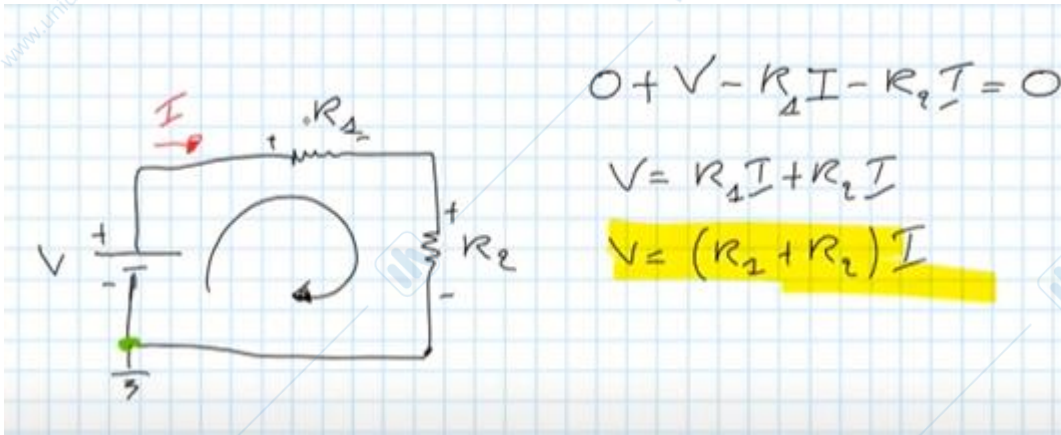
$$V = +IR$$



Ci si muove contro corrente e quindi si risale la differenza di potenziale

Utilizzando le leggi di Kirchhoff è possibile risolvere i problemi delle resistenze in serie o in parallelo.

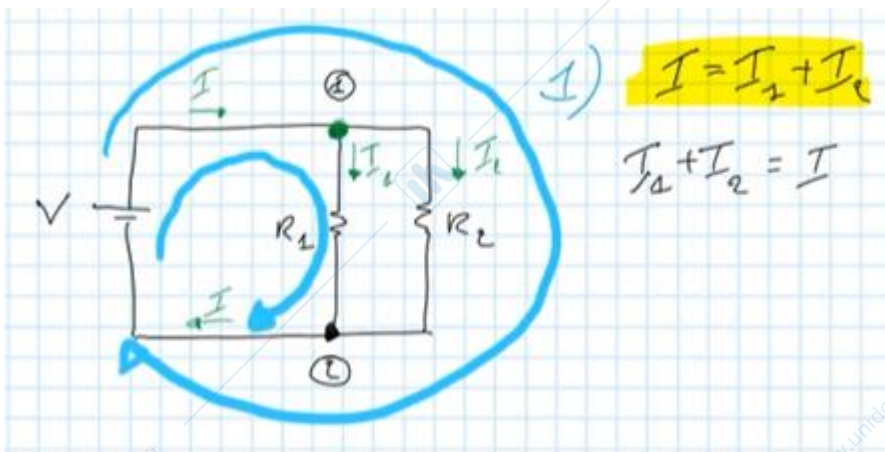
Abbiamo due resistenze in serie, fissiamo lo 0 e una direzione della corrente I.



Quindi la serie di due resistenze si comporta come una resistenza che ha come valore la somma delle due resistenze.

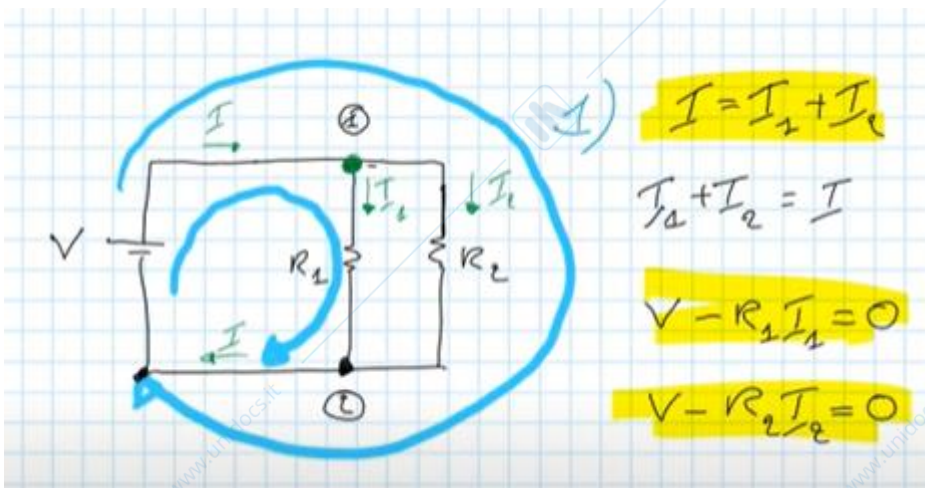
2 caso → resistenze in parallelo.

Fissiamo le correnti ad ogni ramo.



Abbiamo tre maglie differenti ma basta che ne scegliamo 2.

Seguo la prima maglia interna, quindi:



Queste sono le mie tre equazioni.

Risolvero ed ottengo che:

$$2) \quad V - R_1 I_1 = 0 \quad R_1 I_1 = V \quad I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$3) \quad V - R_2 I_2 = 0 \quad R_2 I_2 = V \quad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

Sostituisco alla prima:

$$1) \quad I = I_1 + I_2 \quad I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

Possiamo ancora trovare la famosa regola delle resistenze in parallelo, raccolgo v

$$I = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$V = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$$

R_{eq}

Quindi l'equivalente:

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

La resistenza equivalente di una serie è maggiore del valore delle singole resistenze:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

La resistenza equivalente di un parallelo è più piccola dei valori delle singole resistenze e quindi della resistenza più piccola, domina quindi la resistenza più piccola.

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} < \frac{1}{\frac{1}{R_1}} = R_1$$

12. Amperometro voltmetro.

Amperometro

Per misurare una corrente si utilizza un apposito strumento detto galvanometro sensibile a correnti molto deboli.

Per proteggere il galvanometro dalle correnti eccessive si introduce una resistenza di shunt formando così l'amperometro.

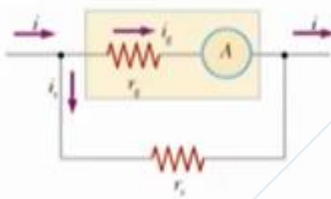


Figura 5.44

Resistenza di shunt.

Lo strumento ha una resistenza interna e quindi la sua introduzione nel circuito perturba la misura: la corrente che fluisce viene ridotta.

- r_A è il parallelo di r_g ed r_s
- È necessario avere $r_A \ll R$

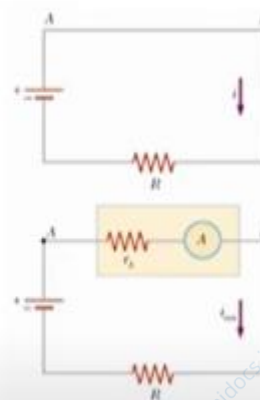


Figura 5.45

Inserimento di un galvanometro in un circuito.

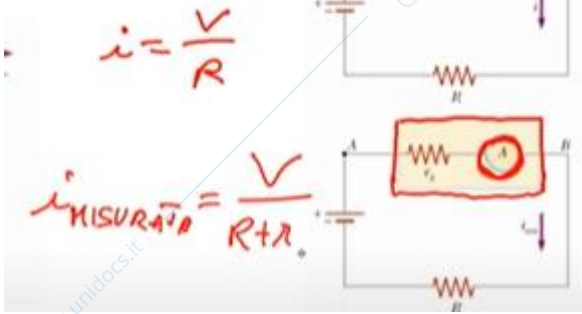
L'amperometro è uno strumento che dal punto di vista interno è costituito da un galvanometro che misura una corrente e da questa resistenza di protezione; quindi uno strumento di misura, due resistenze in parallelo, quindi la corrente attraversa la resistenza di shunt, una piccola corrente il galvanometro.

Quindi un amperometro dal punto di vista dell'utilizzatore esterno appare come uno strumento ideale che è l'amperometro e una resistenza in serie data dal parallelo delle due resistenze.

Non è possibile fare una misura di corrente senza perturbare la misura di partenza.

Quindi ciò che misuriamo è

dalle correnti eccessive
shunt formando così



Abbiamo cioè fatto un errore sistematico sulla nostra misura. Perché questi numeri siano il + possibile simili, è necessario che la resistenza dell'amperometro sia molto piccola, soprattutto regolata a questa R .

Voltmetro

Per misurare una tensione si utilizza un galvanometro con una resistenza in serie molto grande R_V . Si ricava la tensione dalla misura di corrente perché:

$$V = (R_V + R_g) I$$

Lo strumento ha una resistenza interna grande ($\sim 10 M\Omega$) ma non infinita e quindi la misura viene disturbata.

- Necessario avere $R_V \gg R$

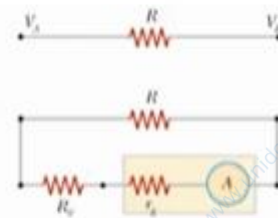


Figura 5.46
Inserimento di un voltmetro in un circuito.

Per proteggere il galvanometro che misura resistenze piccole, la tensione interna deve essere grande.

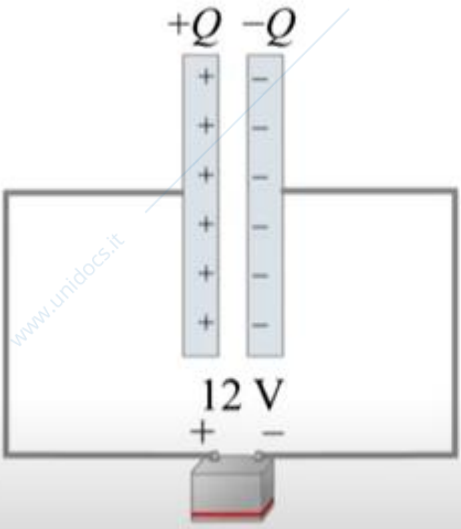
Supponiamo di misurare la resistenza tra A e B, allora andiamo a collocare il voltmetro in parallelo alla resistenza da misurare.

Se prima in questo circuito circolava una certa corrente, ora qua la corrente aumenta, quindi il generatore a cui è collegato questo sistema deve erogare una corrente maggiore. Prima avevamo soltanto la corrente che attraversava la resistenza, ora abbiamo la corrente che attraversa la

resistenza + quella che attraversa il voltmetro. Quindi l'introduzione del voltmetro altera la corrente.

13. carica di un condensatore:

Tensioni variabili e condensatori



In un condensatore ideale le cariche elettriche non possono attraversare lo spazio tra le armature

- il condensatore si comporta come un circuito aperto

Se la tensione ai capi del condensatore varia, come conseguenza della legge del condensatore

$$Q = CV$$

anche la carica varia

- nel circuito deve circolare una corrente

Condensatore collegato ad una batteria
Nel circuito non circola corrente

Le membrane cellulari possono essere considerate come dei condensatori, per la concentrazione di ioni positivi e negativi tra la membrana.

Una variazione della tensione ai capi dei condensatori corrisponde una corrente, cioè abbiamo:

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

Se la tensione varia allora circola una corrente.

Circuito RC: carica di un condensatore

In un circuito è presente in aggiunta alla resistenza anche un condensatore inizialmente scarico. Applicando la seconda legge di Kirchoff e ricorrendo che $q = Cv_C$:

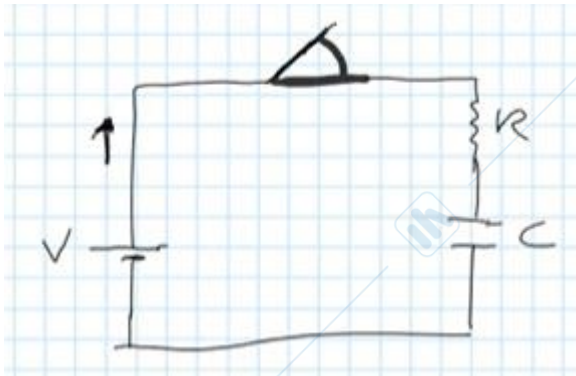
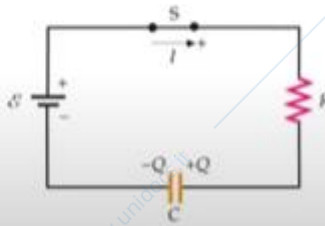
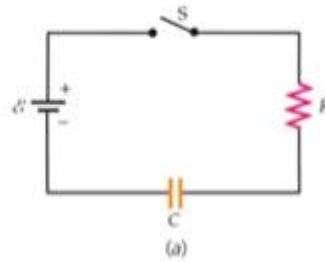
$$\varepsilon - v_R - v_C = 0 \quad \varepsilon - Ri - \frac{q}{C} = 0$$

dove q è la carica accumulata nel condensatore fino all'istante di tempo t

$$q = \int_{-\infty}^t i dt$$

L'equazione si può risolvere più facilmente facendo la derivata:

$$-R \frac{di}{dt} - \frac{i}{C} = 0 \quad \frac{di}{dt} = -\frac{1}{RC} i$$



Abbiamo una sola maglia con una sola corrente i .

Q è la differenza di potenziale.

$q = Cv$

$$\frac{d}{dt} \left(V - Ri - \frac{q}{C} \right) = 0$$

$$-R \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

$$-R \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} i = 0$$

Abbiamo ottenuto un'equazione in cui c'è solo la corrente.

La derivata è solo da una parte.

$$-R \frac{di}{dt} = \frac{1}{C} i$$

Divido per r e ottengo

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{RC} i$$

Ottingo che la derivata della corrente in funzione del tempo è uguale alla funzione stessa moltiplicata per un coefficiente.

Le funzioni delle quali facendone la derivata rimangono uguali sono gli esponenziali.

$$(e^x)' = e^x$$

Scriviamo una funzione esponenziale generica con parametri generici.

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

L'esponenziale ha un argomento adimensionali quindi devo annullare le grandezze.

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Quindi abbiamo una corrente iniziale con grandezza ampere.

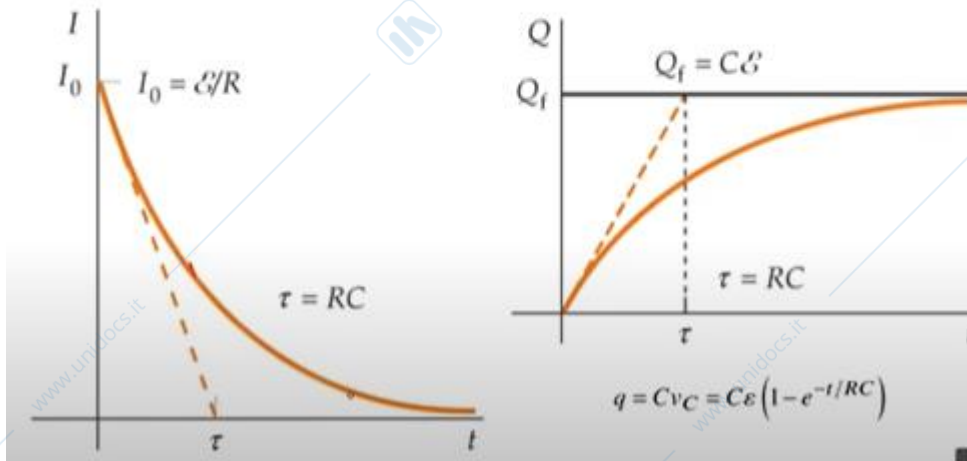
$$\frac{di}{dt} = +i_0 \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = +\frac{1}{RC} i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = RC$$

Carica di un condensatore

Se ad esempio il condensatore è inizialmente scarico $v_C = 0$ e quindi si ha che:

$$i_0 = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \quad v_R = Ri = \varepsilon e^{-t/RC} \quad v_C = \varepsilon - v_R = \varepsilon (1 - e^{-t/RC})$$



È un esponenziale decrescente.

Per $t=0$

$$V - Ri = \frac{Q}{C}$$

$$\uparrow$$

$$i = i_0 e^{-t/RC}$$

$$V - Ri_0 - \frac{0}{C} = 0 \quad Ri_0 = V \quad i_0 = \frac{V}{R}$$

$$i = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$

Per la resistenza la caduta di potenziale:

$$V = Ri$$

$$V_R = V e^{-t/RC}$$

$$\frac{q}{C} = V - Ri$$

$$\frac{q}{C} = V - Ri = V - V e^{-t/RC} = V \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

14. scarica di un condensatore:

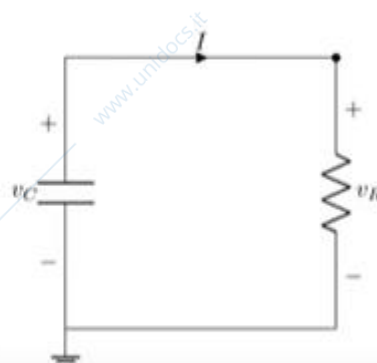
Circuito RC: scarica di un condensatore

In un circuito è presente un condensatore inizialmente carico con una resistenza in serie. Applicando la seconda legge di Kirchoff e ricordando che $q = Cv_C$:

$$v_C - v_R = 0 \quad \frac{q}{C} - Ri = 0$$

dove q è la carica accumulata nel condensatore all'istante di tempo t .
 Facendo la derivata si ottiene la stessa equazione della carica del condensatore perchè una corrente positiva nel circuito porta a scaricare la resistenza e quindi $i = -\frac{dq}{dt}$

$$-\frac{i}{C} - R \frac{di}{dt} = 0 \quad \frac{di}{dt} = -\frac{1}{RC} i$$



La corrente del circuito è quindi

$$i = i_0 e^{-t/RC}$$

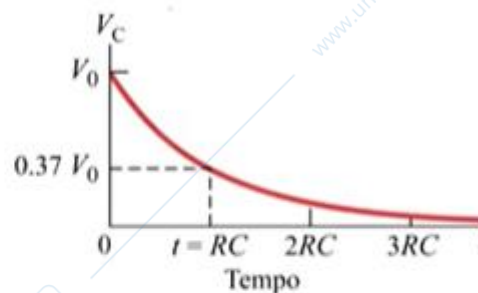
Scarica di un condensatore 6

$$v_R = Ri$$

Inizialmente il condensatore è carico e quindi

$$v_C(0) = \frac{q_0}{C} = v_0 \quad i_0 = \frac{v_0}{R}$$

$$v_R = Ri = v_0 e^{-t/RC} \quad v_C = v_R$$



Occorre quindi tenere presente che il condensatore si comporta come un circuito aperto solo in caso di tensione costante.

Se la tensione ai capi di un condensatore non è costante, attraverso il condensatore può passare una corrente elettrica durante le fasi di carica e scarica

Questo può dare origine a correnti di dispersione dovute ad accoppiamenti capacitivi non voluti, che sono particolarmente pericolose in campo elettromedicale.

$$v_R = Ri_R = V_0 e^{-t/RC}$$

La tensione ai capi del condensatore vale:

$$V_c = V_0 e^{-t/RC}$$

RC è il tempo, man mano che il tempo passa la tensione si riduce.

Il processo di carica/ scarica di un condensatore comporta un passaggio di corrente.

Un condensatore carico può provocare il passaggio di corrente nel circuito.