

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

DAVIDE PAGANO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA

FISICA SPERIMENTALE (OTTICA ONDE)

A.A. 2017/2018



INTRODUZIONE

“Non c'è alcun dubbio che, considerando retrospettivamente la storia del genere umano, ad esempio fra diecimila anni da oggi, la scoperta di Maxwell delle leggi dell'elettrodinamica sarà considerata l'evento più significativo del diciannovesimo secolo. La Guerra Civile americana apparirà come un insignificante fatto di provincia al confronto di questo fondamentale evento scientifico della stessa decade”.

Richard Feynmann

(Premio Nobel per la Fisica nel 1965)

INTRODUZIONE

- ▶ Esistono molte analogie *matematiche* tra campi elettrici e magnetici
- ▶ Consideriamo una regione Ω dello spazio in cui non ci siano cariche elettriche, poli magnetici o correnti elettriche ma dove $E \neq 0$ e $B \neq 0$

- ▶ Scelta una generica **superficie chiusa** in questa regione

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

- ▶ Scelto invece un generico cammino chiuso (sempre in Ω)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

INTRODUZIONE

- ▶ La prime due equazioni sono simmetriche

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

- ▶ Mentre le altre due non lo sono

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

- ▶ La variazione del flusso di un campo magnetico può generare un campo elettrico mentre non **sembra** possibile che la variazione del flusso di un campo elettrico possa generare un campo magnetico

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

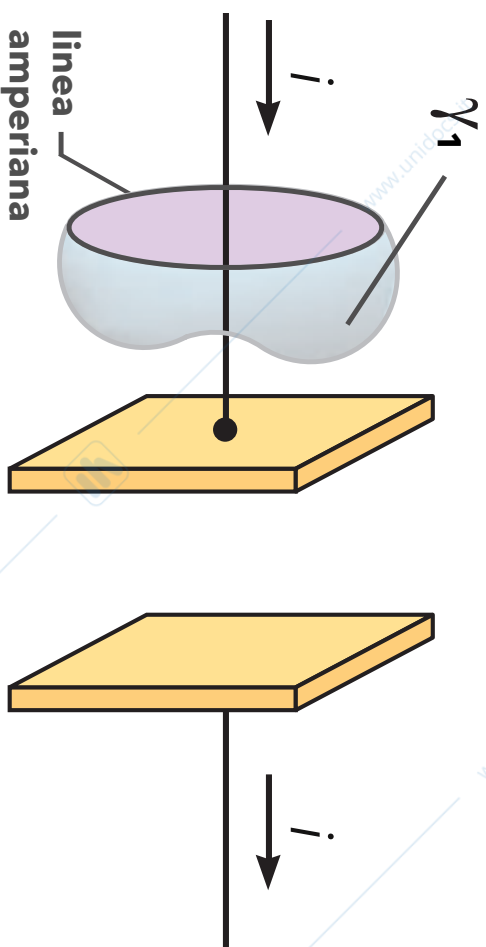
www.

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

- ▶ Consideriamo un condensatore **in carica** ed una linea amperiana come in figura

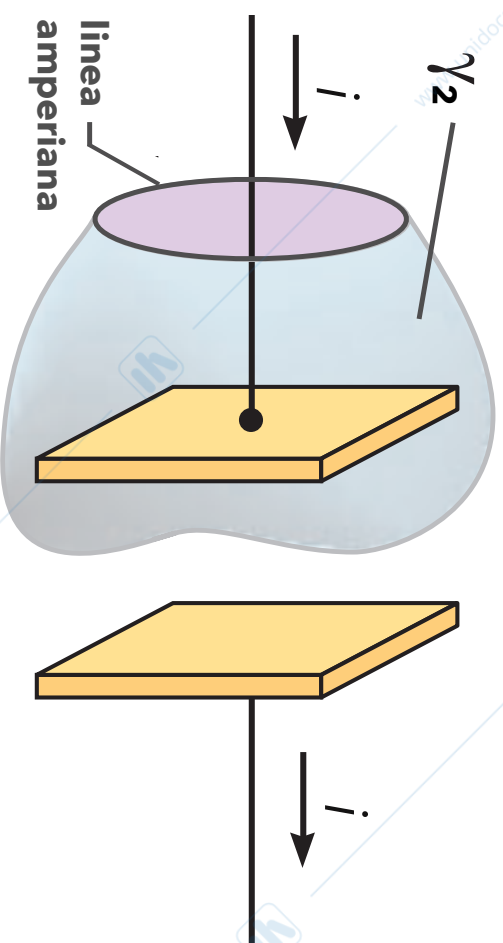


- ▶ Se consideriamo la superficie γ_1 , che ha come bordo la linea amperiana considerata, applicando la Legge di Ampere si ottiene

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

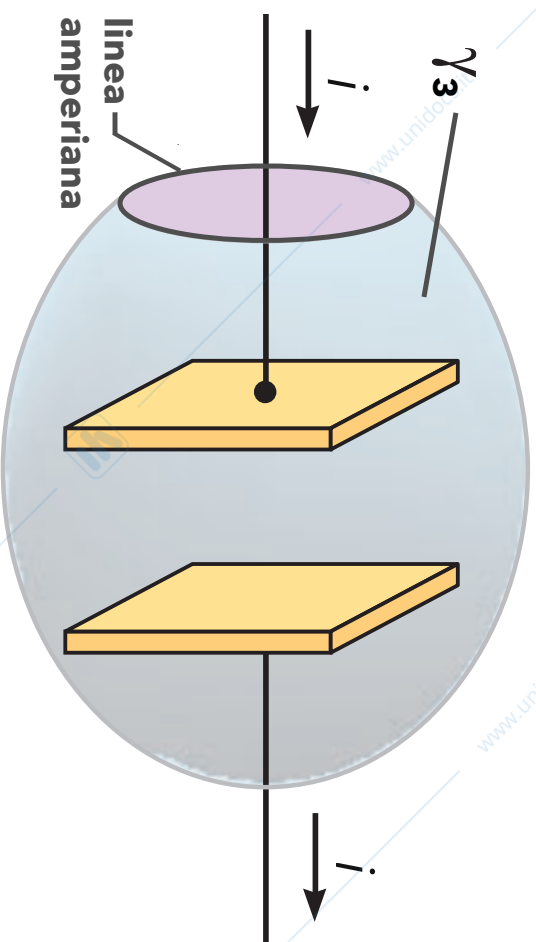
- ▶ Considero adesso una seconda superficie γ_2 che ancora come bordo **la stessa linea amperiana**



- ▶ Non ci sono correnti concatenate con γ_2 e quindi $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
- ▶ Il risultato **viola** la Legge di Ampere

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

- ▶ Notiamo infine che se definiamo γ_3 come in figura

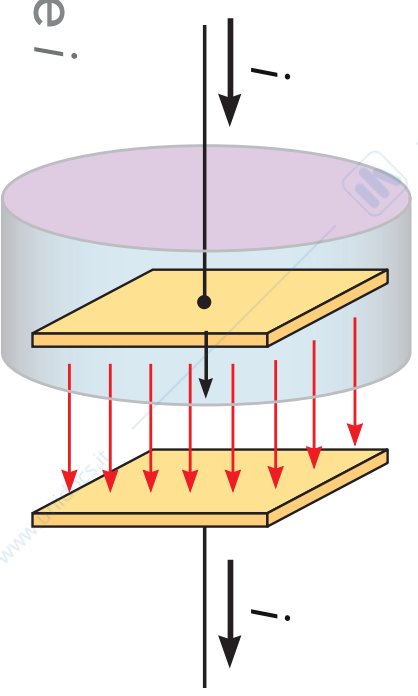


- ▶ Riotteniamo lo stesso risultato trovato con γ_1 :
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$
- ▶ Secondo Maxwell, allora, anche per γ_2 è necessario individuare un *termine di corrente* che funga da **sorgente** di campo magnetico

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

- ▶ Se per la Legge di induzione di Faraday $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
- ▶ Invertendo la relazione di causa-effetto tra i campi ci aspettiamo allora un termine aggiuntivo di sorgente che coinvolga Φ_E

- ▶ Consideriamo la **superficie chiusa** in figura



- ▶ Durante la carica del condensatore la corrente i fa variare la carica Q sulle armature

$$\Phi_E(t) = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{dopo un tempo } \Delta t \quad \Phi_E(t + \Delta t) = \frac{Q + i\Delta t}{\epsilon_0}$$

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$\triangleright \Delta\Phi_E = \frac{i\Delta t}{\epsilon_0}$$

$$\longrightarrow \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t} = i \longrightarrow$$

$$\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = i$$

Il primo membro dell'equazione precedente ha le dimensioni di una corrente ed è chiamato corrente di spostamento

i_d **non** è associata ad alcun movimento di cariche

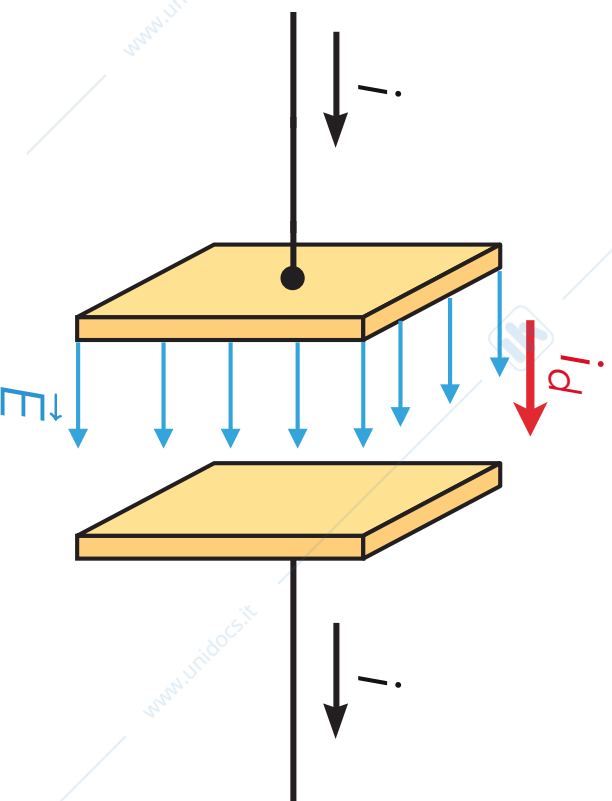
Maxwell introdusse la corrente di spostamento nella Legge di Ampere come un **nuovo termine di sorgente** di campo magnetico

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

Legge di Ampere-Maxwell

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

- ▶ Notiamo che con l'equazione precedente per tutte e 3 le superfici considerate si ottiene il medesimo valore per la circuitazione di \mathbf{B}
- ▶ Il concetto di corrente di spostamento e la relazione $i_d = i$ consentono di mantenere la nozione di continuità della corrente



LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

12

LE EQUAZIONI DI MAXWELL

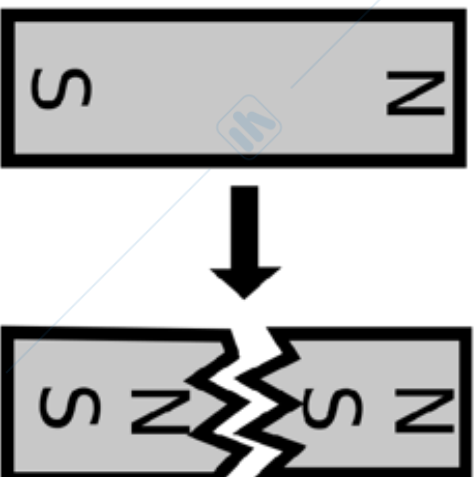
- ▶ Con la modifica della Legge di Ampere le equazioni di Maxwell sono adesso complete

Legge di Gauss per il campo elettrico	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$
Legge di Gauss per il campo magnetico	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
Legge di induzione di Faraday	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
Legge di Ampere-Maxwell	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$

LE EQUAZIONI DI MAXWELL

- ▶ Le equazioni di Maxwell non sono perfettamente simmetriche
- ▶ Il motivo è legato al concetto di monopolo magnetico

Atomi e molecole disposti in modo che i loro momenti magnetici siano allineati



Il taglio non ha alcun effetto sulla loro disposizione

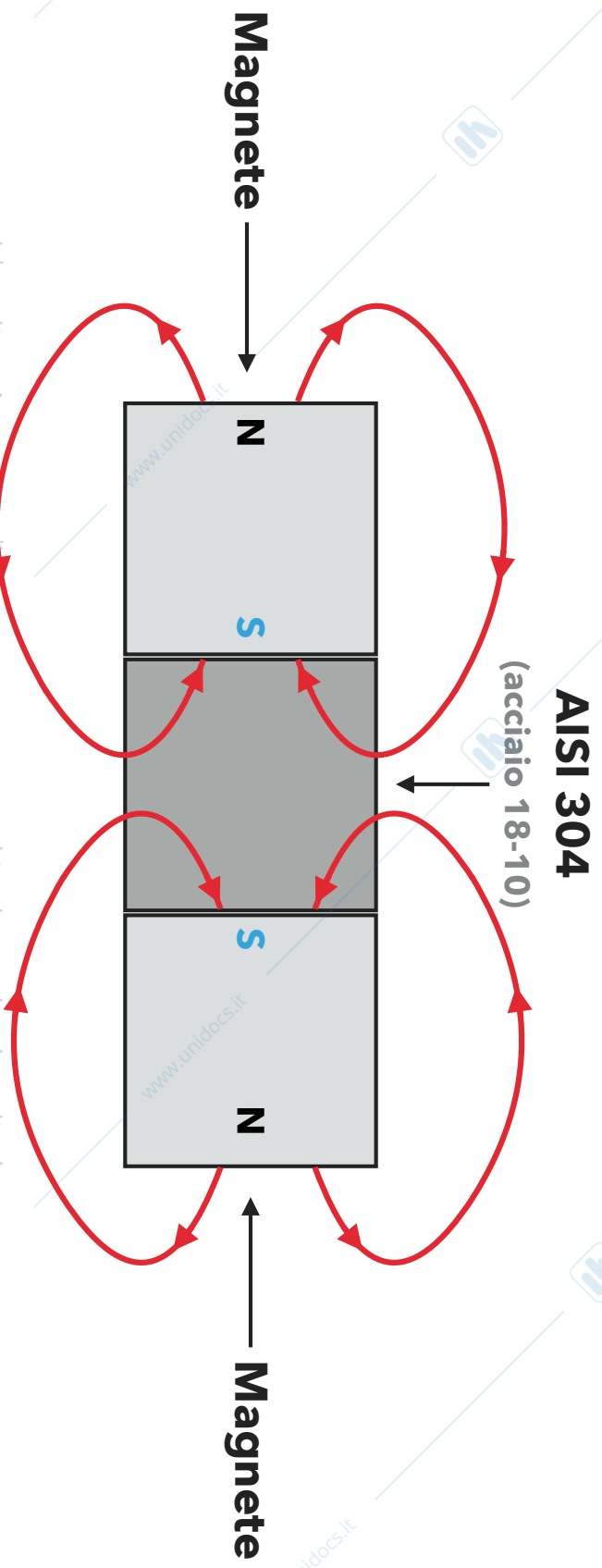
- ▶ È un'ipotetica **nuova particella** costituita da un solo polo magnetico e quindi dotata di una **carica magnetica netta**



I FALSI MONOPOLI MAGNETICI DELLA RETE...

- ▶ È possibile realizzare in casa un barretta le cui estremità siano entrambi poli N o poli S

▶ Abbiamo creato un monopolio magnetico? **Certamente no!**



LE EQUAZIONI DI MAXWELL

- Se si trovasse il monopolo magnetico potremmo definire la carica magnetica q_m e la corrente magnetica $i_m = dq_m/dt$

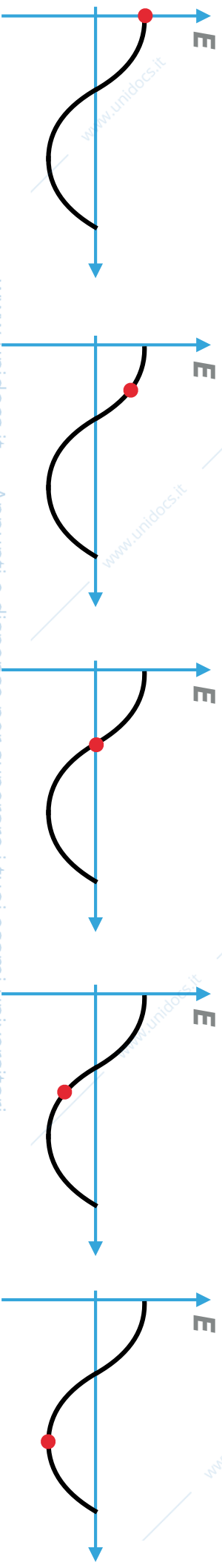
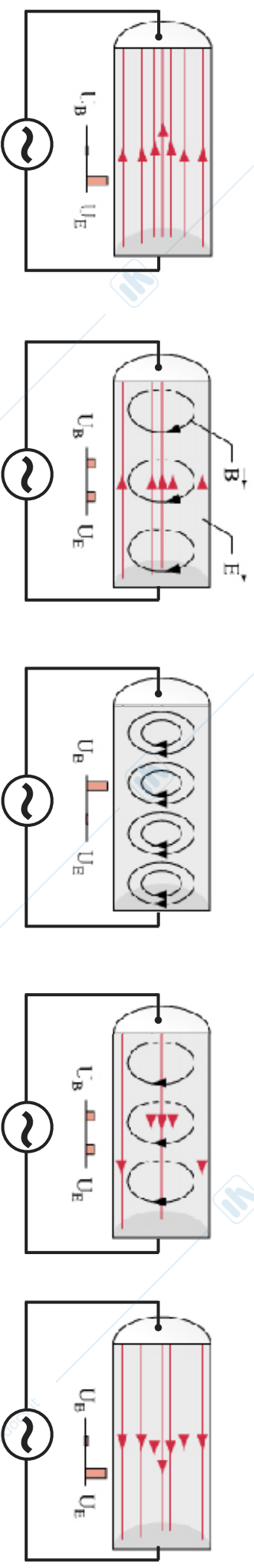
	senza monopoli magnetici	con monopoli magnetici
Legge di Gauss per il campo elettrico	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$
Legge di Gauss per il campo magnetico	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \mu_0 q_m$
Legge di induzione di Faraday	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\left(\mu_0 i_m + \frac{d\Phi_B}{dt}\right)$
Legge di Ampere-Maxwell	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\right)$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\right)$

CAVITÀ RISONANTI

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

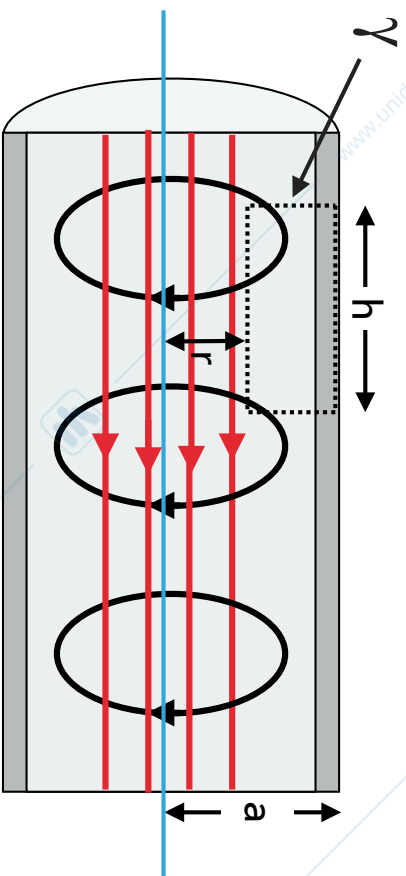
LE CAVITÀ RISONANTI

- ▶ Sono cavità **metalliche** in cui oscillano campi elettrici e magnetici
- ▶ Consideriamo un cilindro conduttore cavo collegato alle estremità (chiuso) ad un **generatore di tensione alternata** (sinusoidale)



LE CAVITÀ RISONANTI

- ▶ Il campo elettrico variabile genera un campo magnetico e pertanto nella cavità di instaurano campi \vec{E} e \vec{B} che dipendono da \vec{x} e t



- ▶ Per valutare come variano i campi \vec{E} e \vec{B} nella cavità iniziamo con l'applicare la Legge di induzione di Faraday al percorso chiuso γ

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

LE CAVITÀ RISONANTI

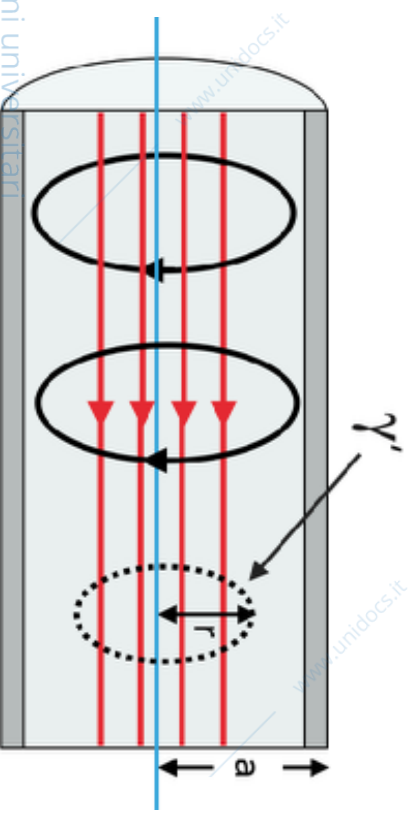
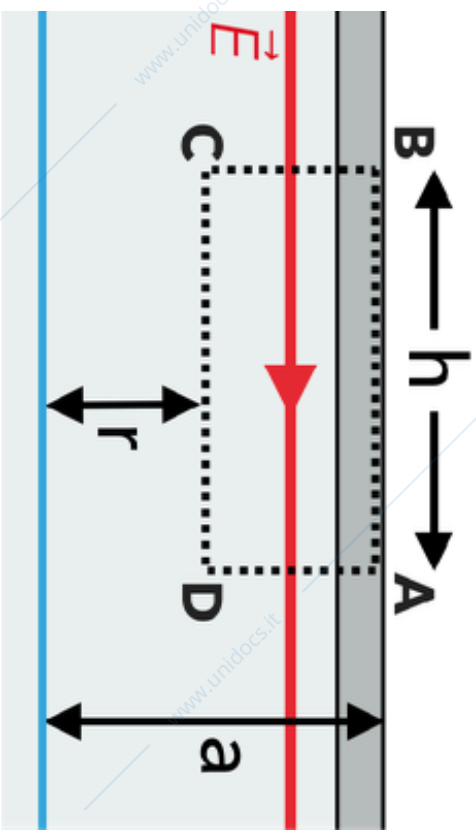
▶ $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ essendo un conduttore

▶ $\int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_D^A \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ perché $\vec{E} \perp \vec{s}$

▶ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = hE(r) \longrightarrow E(r) = -\frac{1}{h} \frac{d\Phi_B}{dt}$

▶ $E(r)$ è massimo quando $\frac{d\Phi_B}{dt}$ è massimo ovvero quando $B = 0$

▶ Applichiamo ora la Legge di Ampere-Maxwell al percorso chiuso γ'



LE CAVITÀ RISONANTI

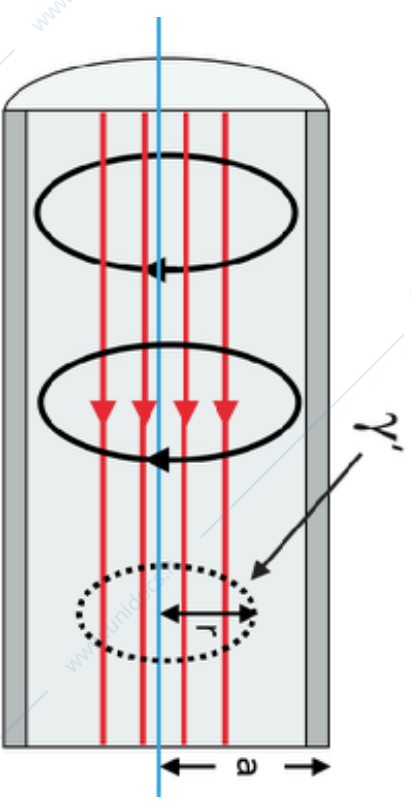
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- ▶ Calcoliamo il primo membro

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B(r)2\pi r \longrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- ▶ $B(r)$ è massimo quando $\frac{d\Phi_E}{dt}$ è massimo ovvero quando $E = 0$

- ▶ I risultati ottenuti indicano una interdipendenza di \vec{E} e \vec{B} nella cavità: **mentre varia nel tempo il campo elettrico induce un campo magnetico e quest'ultimo a sua volta induce un campo elettrico**



LE CAVITÀ RISONANTI

- ▶ Le oscillazioni di \vec{E} e \vec{B} , una volta iniziate, si **sostengono reciprocamente**

- ▶ Alle oscillazioni dei campi corrispondono oscillazioni dell'energia tra energia elettrica e magnetica con densità

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

- ▶ Come vedremo, si instaura un'onda elettromagnetica stazionaria nella cavità (analogamente a quelle acustiche in una canna)

- ▶ In analogia al caso acustico anche qui la dimensione della cavità determina la frequenza dell'onda

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

ONDE ELETTROMAGNETICHE

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

www.unidocs.it

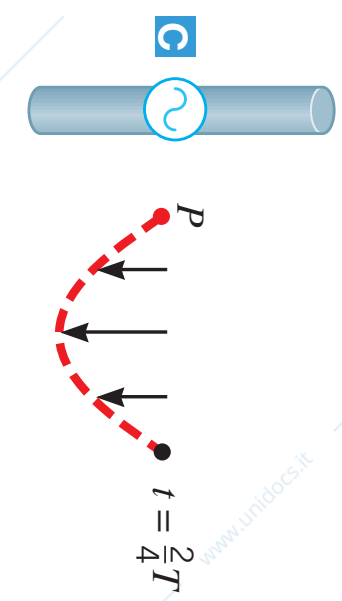
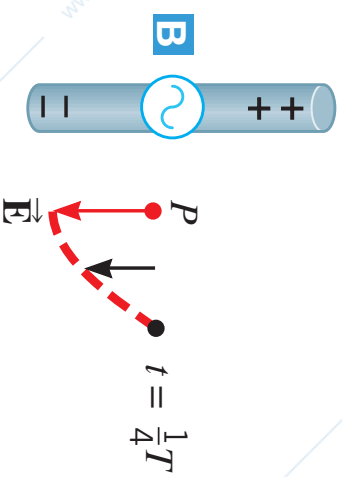
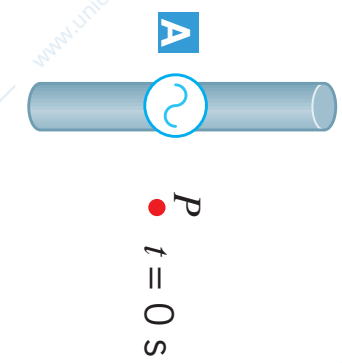
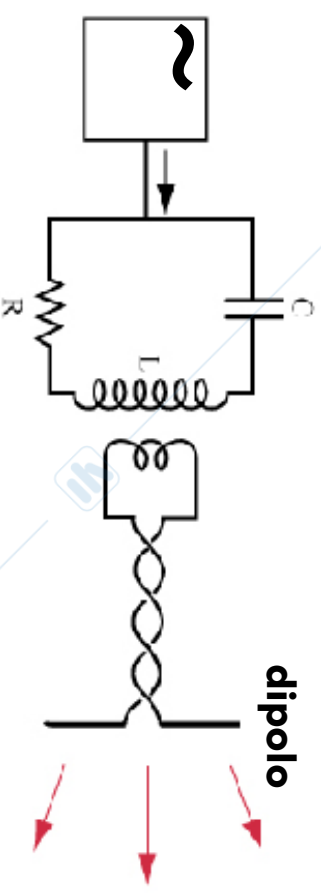
www.unidocs.it

www.unidocs.it

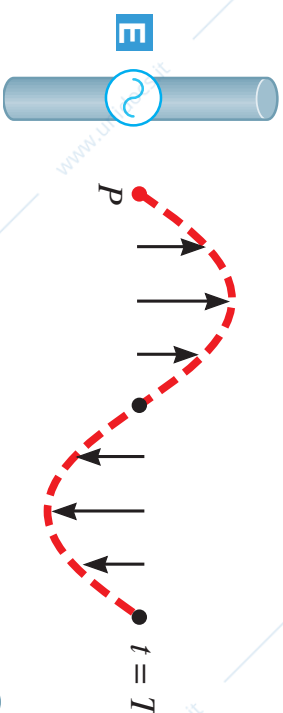
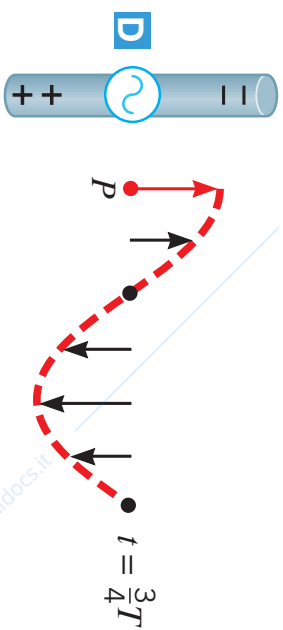
GENERAZIONE DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA

- ▶ Per cariche elettriche accelerate si ha un fenomeno estremamente interessante: la generazione di onde elettromagnetiche

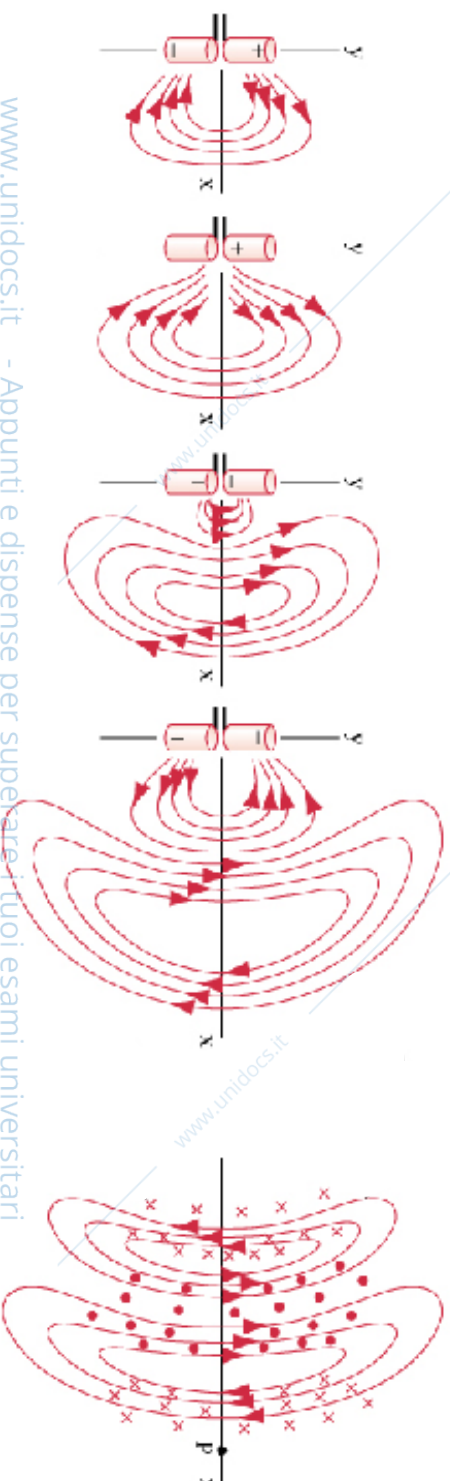
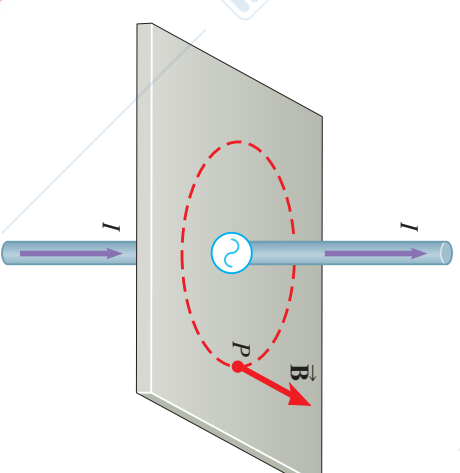
▶ Consideriamo un dipolo elettrico oscillante



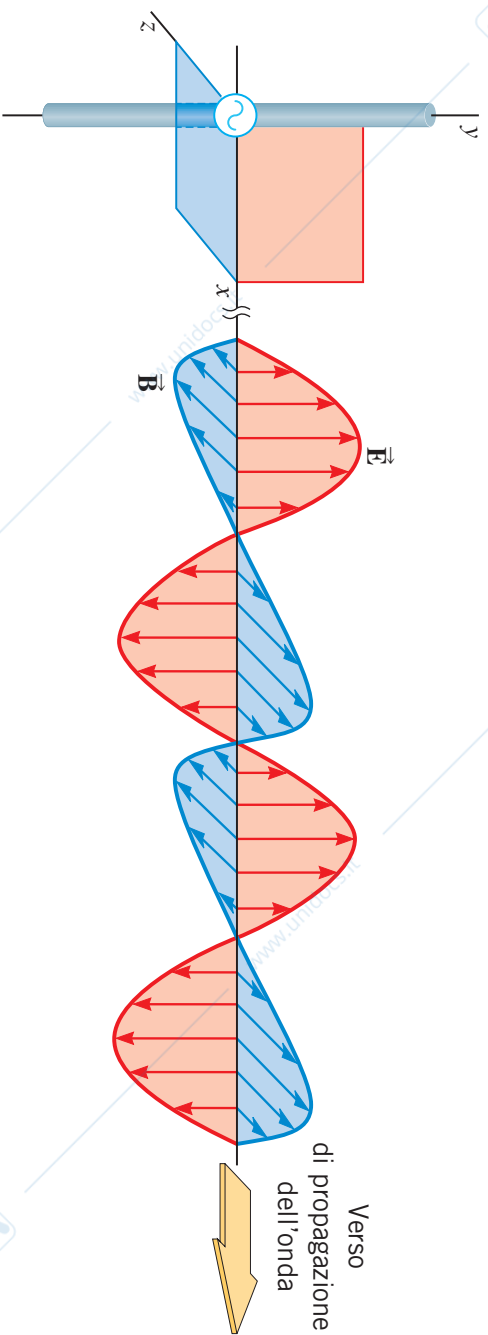
GENERAZIONE DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA



- ▶ La corrente oscillante nell'antenna crea un campo magnetico nel punto P , tangente alla circonferenza centrata sul filo

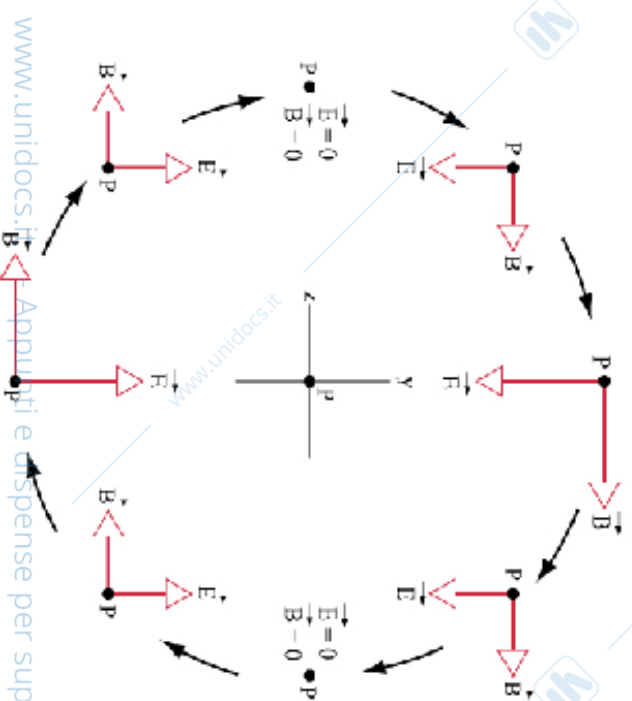


GENERAZIONE DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA



**direzione di propagazione dell'onda
ortogonale al piano**

\vec{E} e \vec{B} ortogonali ed in fase

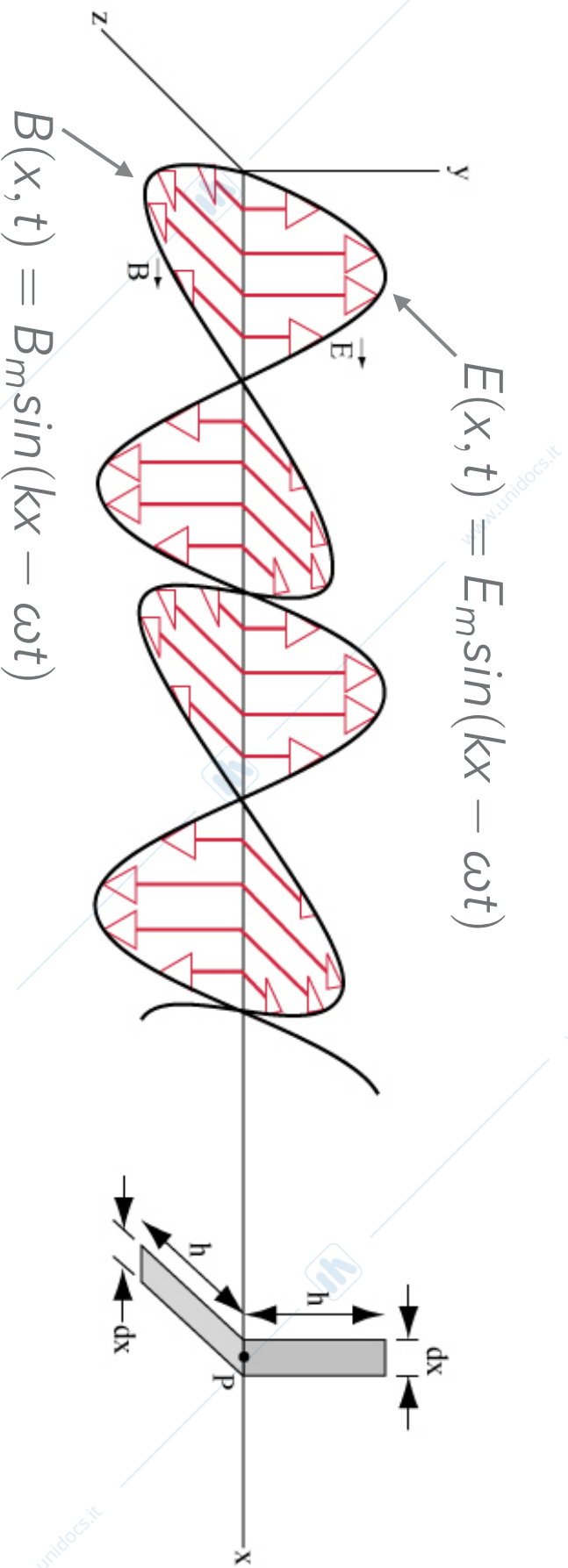


LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

CALCOLO VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

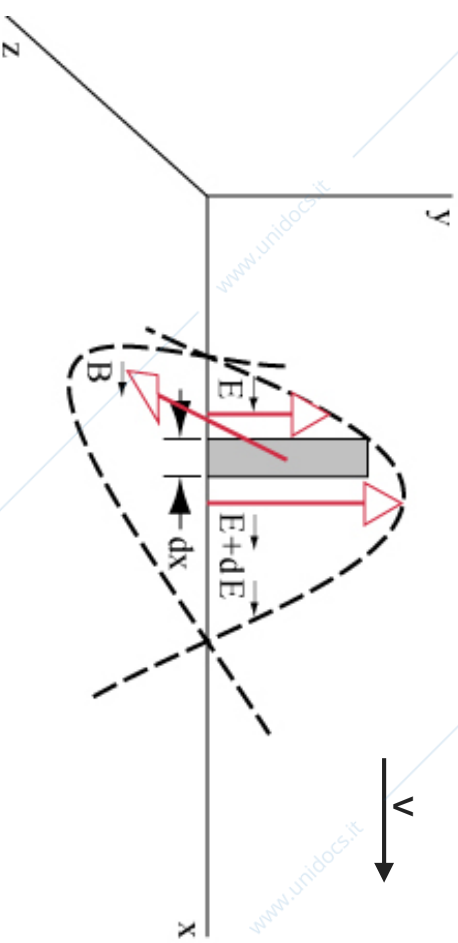
- ▶ Consideriamo un'onda EM i cui fronti d'onda in un punto P possano essere approssimati come piani



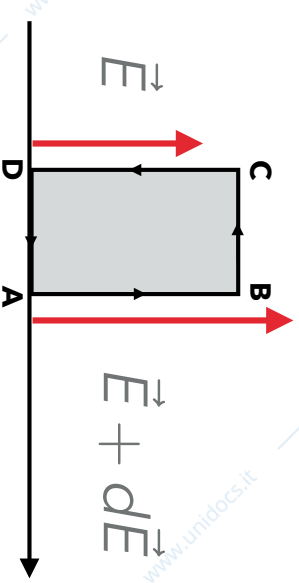
- ▶ In un intorno di P di larghezza dx costruiamo le due superfici in figura che giacciono nei piani xy e xz

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

- ▶ Iniziamo con la superficie in xy ad un certo istante di tempo corrispondente al caso in figura



- ▶ Il flusso di \vec{B} attraverso la superficie diminuisce inducendo un campo elettrico che genererebbe una corrente in verso antiorario



- ▶ Calcoliamo la circuitazione di \vec{E} lungo il bordo della superficie considerata

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = dEh$$

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

▶ Per la Legge di Faraday $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

▶ $\Phi_B = Bhdx$ (**positivo** per la regola della mano destra)

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = hdx \frac{dB}{dt} \longrightarrow dEh = -hdx \frac{dB}{dt} \longrightarrow \frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}$$

▶ Più formalmente, siccome E e B sono funzioni di x e t la precedente relazione va riscritta come

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t) \longrightarrow kE_m \cos(kx - \omega t) = \omega B_m \cos(kx - \omega t)$$

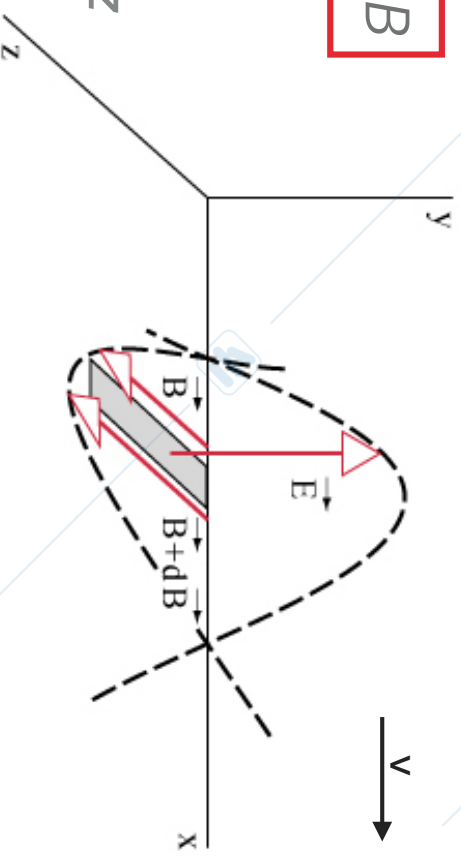
$$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t)$$

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

- ▶ $\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c$ **velocità dell'onda**

$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{\frac{E(x,t)}{\sin(kx - \omega t)}}{\frac{B(x,t)}{\sin(kx - \omega t)}} = \frac{E(x,t)}{B(x,t)} \longrightarrow \boxed{E = cB}$$

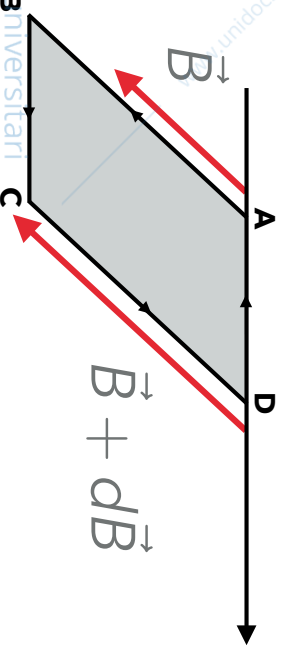
- ▶ Consideriamo adesso la superficie in xz



- ▶ Calcoliamo la circuitazione di \vec{B} lungo il

bordo della superficie considerata

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bh - (B + dB)h = -h dB$$



CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

▶ Per la Legge di Ampere-Maxwell $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

▶ $\mu_0 i = 0$

▶ $\Phi_E = E h dx$ (**positivo**) $\longrightarrow \frac{d\Phi_E}{dt} = h dx \frac{dE}{dt}$

▶ $-h dB = \mu_0 \varepsilon_0 \left(h dx \frac{dE}{dt} \right) \longrightarrow -\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

$E(x, t) = E_m \sin(kx - \omega t) \longrightarrow -kB_m \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \varepsilon_0 \omega E_m \cos(kx - \omega t)$

$B(x, t) = B_m \sin(kx - \omega t)$

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

$$\blacktriangleright \frac{E_m}{B_m} = \frac{k}{\mu_0 \epsilon_0 \omega} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c} \quad \text{ma avendo già trovato che } \frac{E_m}{B_m} = c$$

$$\longrightarrow \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c} = c$$

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}}$$

$$\blacktriangleright c = \frac{1}{\sqrt{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m})(8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F/m})}} = \boxed{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

velocità della luce nel vuoto

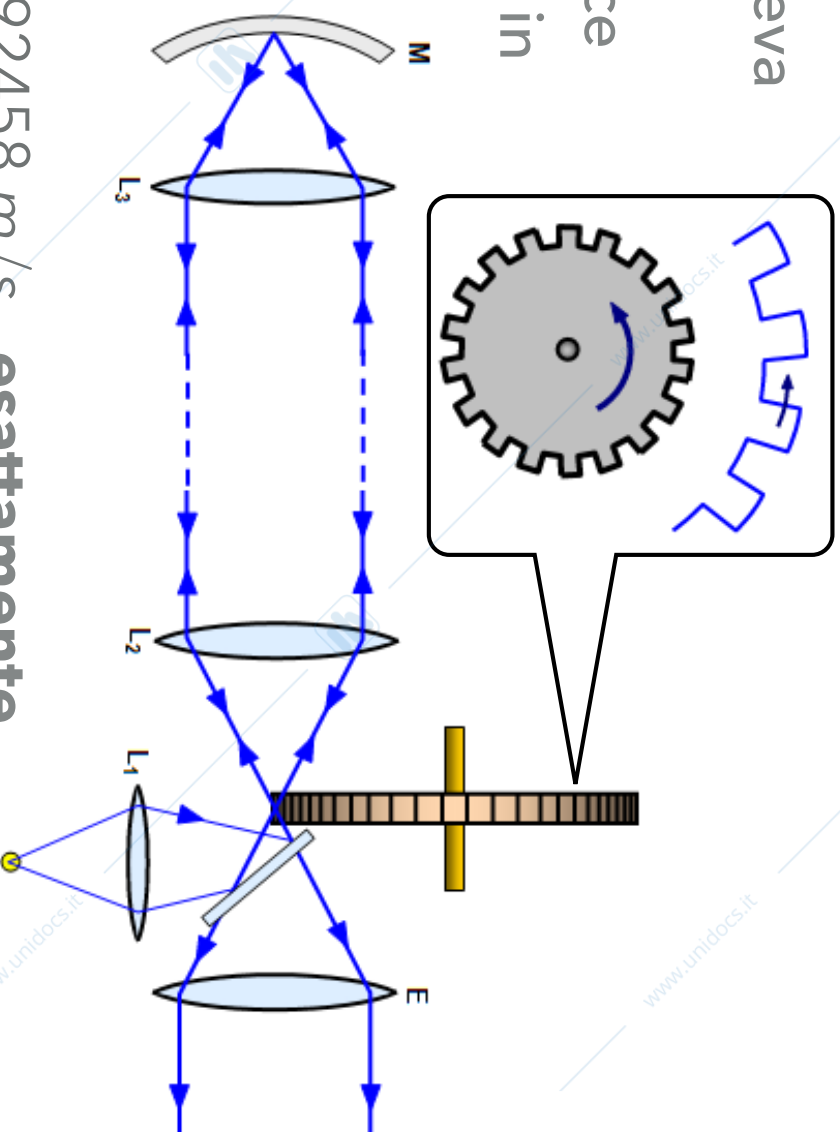
- ▶ Aver trovato la velocità della luce a partire dall'equazioni di Maxwell è un risultato straordinario

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

35

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

- ▶ Hippolyte Fizeau nel 1849 aveva effettuato la prima misura precisa della velocità della luce trovando 315.300 km/s (~5% in più al valore oggi accettato)



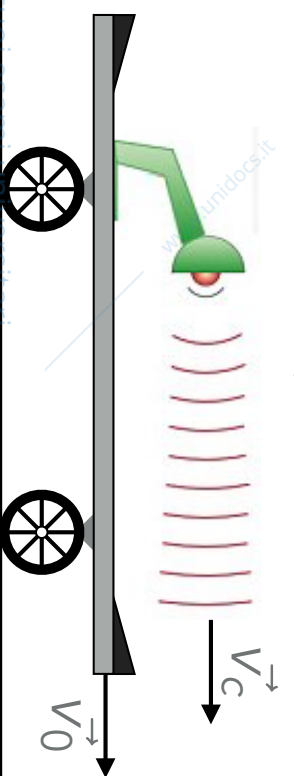
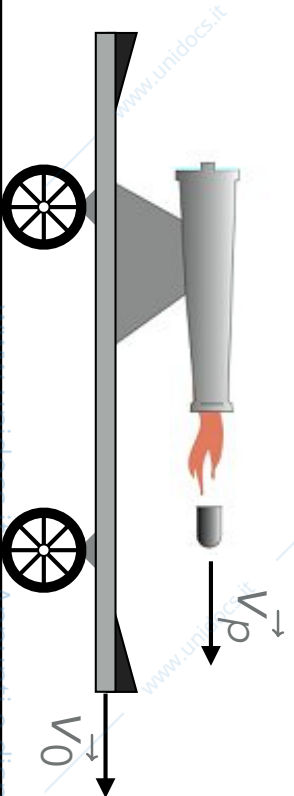
- ▶ Attualmente nel SI $c = 299792458 \text{ m/s}$ **esattamente**
- ▶ Il risultato ottenuto da Maxwell era clamoroso perché a quei tempi non si era compreso che la luce fosse un fenomeno elettromagnetico

CALCOLO DELLA VELOCITÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

- Infatti si ricorreva al concetto di etere luminifero e i fenomeni elettromagnetici erano spiegati in termini di vortici rotanti dell'etere
- Quanto trovato da Maxwell ha aperto la strada al concetto di spettro elettromagnetico e alla scoperta delle onde radio

- $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ pone però anche alcuni problemi interpretativi

- Per esempio in quale sistema di riferimento $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$?



VELOCITÀ DELLA LUCE E SISTEMA DI RIFERIMENTO

- ▶ A metà '800 si risolse questo problema assumendo e la propagazione delle onde EM avvenisse in un **sistema di riferimento privilegiato e assoluto**
- ▶ Questo riferimento era solidale con quello che venne chiamato etere e che costituiva il mezzo di propagazione delle onde
- ▶ Nel 1887 l'esperimento di Michelson e Morley dimostrò che l'etere (ed il corrispondente riferimento assoluto) non esisteva
- ▶ È un'evidenza sperimentale che la velocità della luce è **c** in ogni **sistema di riferimento**

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

TRASPORTO DI ENERGIA E QUANTITÀ DI MOTO NELLE ONDE EM

TRASPORTO DI ENERGIA E VETTORE DI POYNTING

- ▶ Come **ogni** onda anche quella elettromagnetica trasporta energia
- ▶ Il flusso di energia trasporto da un'onda elettromagnetica è descritto dal vettore di Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

è sempre diretto nella direzione di propagazione dell'onda

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB \quad \text{ma} \quad E = cB \quad \longrightarrow \quad S = \frac{1}{\mu_0 c} E^2 \quad \text{oppure} \quad S = \frac{c}{\mu_0} B^2$$

- ▶ Verifichiamo che \vec{S} ha le dimensioni di una potenza su un'area

$$[S] = \frac{[E][B]}{[\mu_0]} = \frac{[V/m][T]}{[Tm/A]} = \frac{VA}{m^2} = \frac{W}{m^2}$$

TRASPORTO DI ENERGIA E VETTORE DI POYNTING

- ▶ In presenza di un campo elettromagnetico

$$U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$U_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

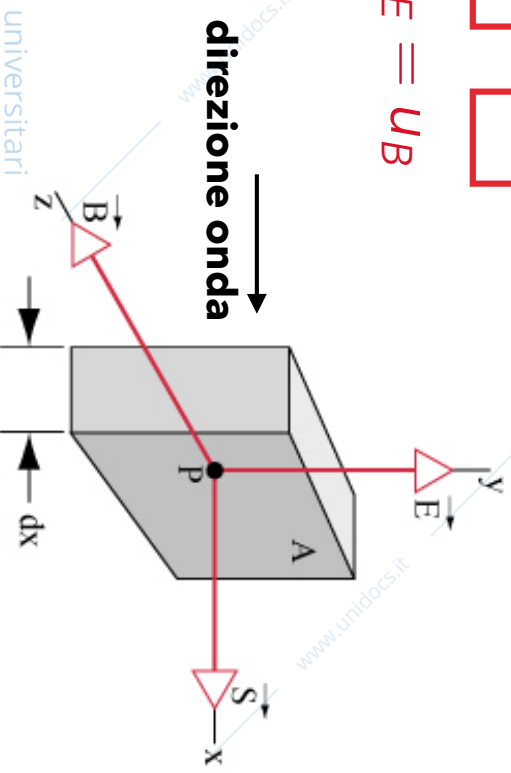
- ▶ Per un'onda elettromagnetica allora la densità di energia è

$$U = U_E + U_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \boxed{\frac{S}{2c}} + \boxed{\frac{S}{2c}} = \frac{S}{c}$$

$$U_E = U_B$$

- ▶ Calcoliamo l'energia dU contenuta in volume dV attraversato dall'onda

$$dU = u dV = \int_S dV = \int_S A dx = S A dt$$



TRASPORTO DI ENERGIA E VETTORE DI POYNTING

$$\blacktriangleright dU = SA dt \quad \longrightarrow \quad S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \frac{P}{A} \quad \text{dove } P \text{ è la } \underline{\text{potenza}}$$

- ▶ Come atteso dal calcolo dimensionale il modulo di S rappresenta il rapporto la potenza trasportata dall'onda e l'area da essa investita
- ▶ E e B fluttuano molto rapidamente (dell'ordine di 10^{15} Hz per le onde luminose) e pertanto anche S varia molto rapidamente
- ▶ Gli strumenti (incluso l'occhio) sono sensibili al **valor medio temporale di S** , chiamata intensità

$$I = \bar{S} = \frac{1}{\mu_0 c} \overline{(E^2)} = \frac{1}{\mu_0 c} E_m^2 \overline{[\sin^2(kx - \omega t)]} = \frac{1}{2\mu_0 c} E_m^2$$

TRASPORTO DI ENERGIA E VETTORE DI POYNTING

- La precedente può essere riscritta come $I = \frac{1}{2\mu_0} E_m B_m$

- Ricordando che $E_m = \sqrt{2}E_{qm}$ e $B_m = \sqrt{2}B_{qm}$

$$I = \frac{1}{\mu_0} E_{qm} B_{qm}$$

analogamente $S = \frac{1}{\mu_0} EB$

- Tutti i risultati ottenuti assumevano un'onda con campi elettrici e magnetici ad **ampiezze costante** (approssimazione onda piana)

- Per fronti d'onda sferici (in assenza di perdite) la potenza su ogni fronte d'onda rimane costante

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

LEZIONE 4: EQUAZIONI DI MAXWELL

PRESSIONE DI RADIAZIONE

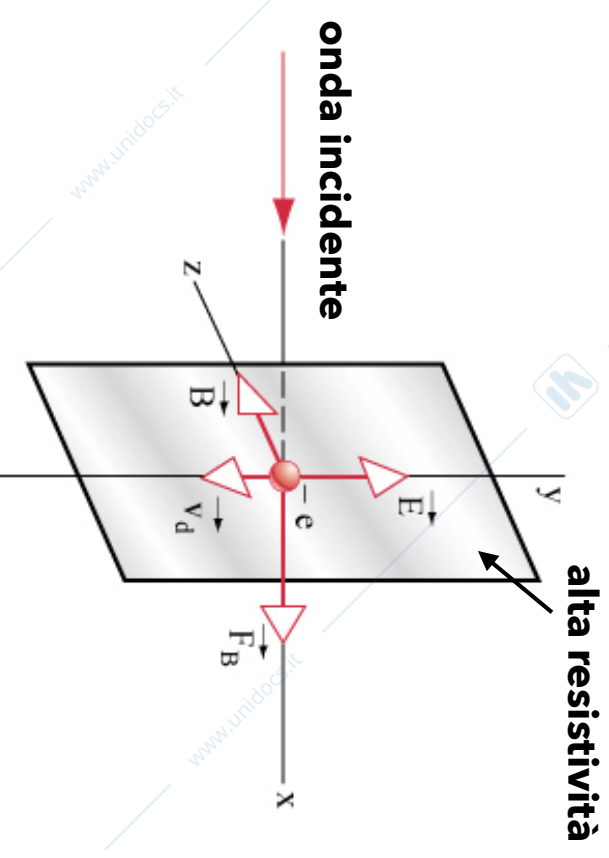
PRESSIONE DI RADIAZIONE

- ▶ Se un'onda incide su un corpo questo può assorbirne l'energia
- ▶ I campi \vec{E} e \vec{B} dell'onda possono produrre trasferimento di quantità di moto tramite la forza esercitata sugli elettroni del corpo

$$\vec{F}_E = -e\vec{E}$$

- ▶ \vec{E} accelera gli elettroni fino a alla velocità di deriva \vec{v}_d

$$\text{Assumiamo } v_d \propto F_E \longrightarrow bv_d = eE$$



PRESSIONE DI RADIAZIONE

- ▶ $\vec{F}_B = -e\vec{v}_d \times \vec{B}$ diretta lungo \vec{x}

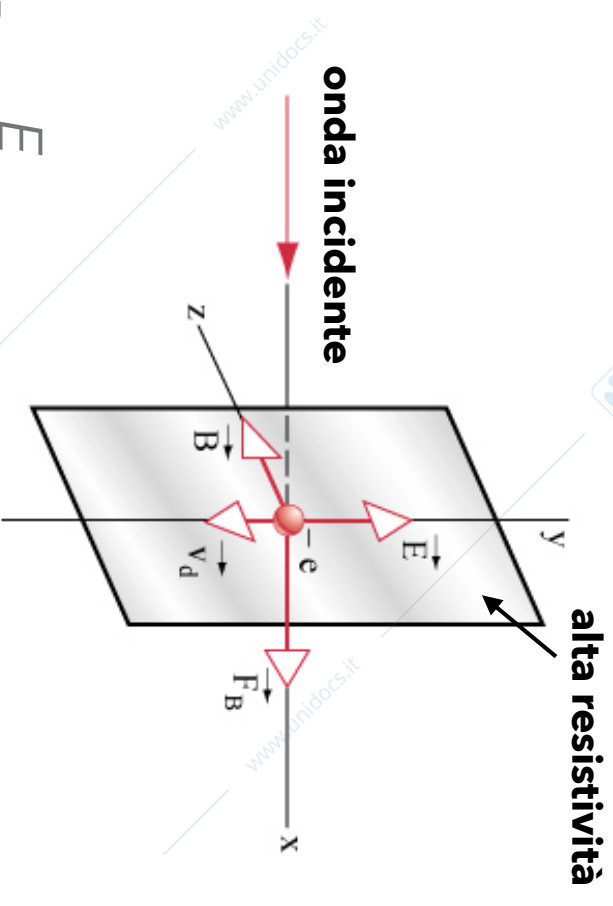
- ▶ $F_B = e v_d B \longrightarrow F_B = e \left(\frac{eE}{b} \right) B$

$$\longrightarrow F_B = \frac{e^2 E B}{b} = \frac{e^2 E^2}{cb} \quad \text{essendo } B = \frac{E}{c}$$

- ▶ Per N elettroni nel corpo considerato $F = NF_B$

- ▶ Il lavoro compiuto da \vec{B} è nullo ($\vec{F} \perp \vec{s}$) ma non lo è quello di \vec{E} pertanto trasferisce energia ad ogni elettrone nella misura data da

$$\frac{dU_e}{dt} = F_{Ev_d} = (eE) \left(\frac{eE}{b} \right) = \frac{e^2 E^2}{b}$$



PRESSIONE DI RADIAZIONE

▶ La **potenza totale** assorbita è $\frac{dU}{dt} = N \frac{dU_e}{dt} = \frac{Ne^2 E^2}{b}$

▶ La **forza totale** agente sul corpo $F = NF_B = \frac{Ne^2 E^2}{cb} = \frac{1}{c} \frac{dU}{dt}$

▶ Essendo $S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} \longrightarrow F = \frac{SA}{c}$

assorbimento

$$\text{pressione} = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{1}{c}$$

▶ Prendendo i valori medi

▶ $F = \frac{dp}{dt} \longrightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dU}{dt}$

$dp = \frac{dU}{c}$

$\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$

assorbimento

PRESSIONE DI RADIAZIONE

- ▶ $\Delta p = \frac{\Delta U}{c}$ è la variazione della **quantità di moto** di un corpo che rincula dopo aver **assorbito** l'energia ΔU da un'onda EM
- ▶ Un corpo però può anche **riflettere** un'onda elettromagnetica
- ▶ Siccome in questo caso la radiazione inverte il senso del moto il corpo acquisisce una **variazione doppia** della quantità di moto

$$\text{pressione} = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{2I}{c}$$

$$\Delta p = \frac{2\Delta U}{c}$$



RADIOMETRO

- ▶ È un effetto della pressione di radiazione?

