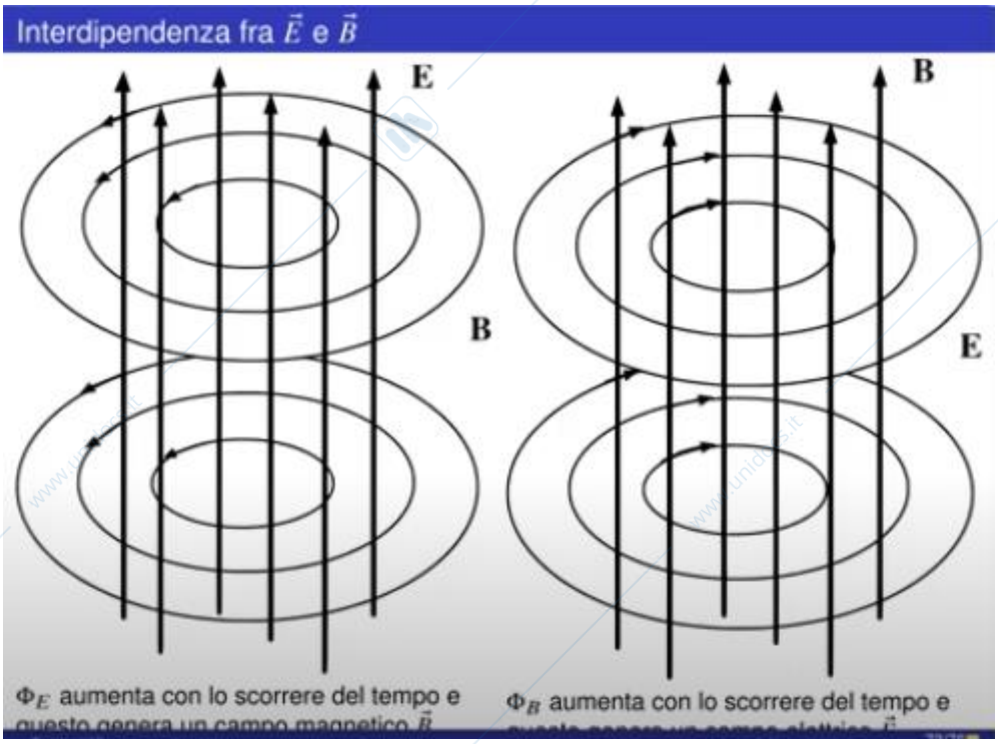
Le onde:

01. Equazioni di maxwell:



Campo elettrico e magnetico sono interdipendenti.

Equazioni di Maxwell

Nel vuoto, in forma integrale

$\Phi_E(S\,chiusa) = \dfrac{Q}{\epsilon_0}$	Teorema di Gauss per $\vec{E}$
$C_E = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$	Legge di Faraday
$\Phi_B(S\,chiusa) = 0$	Teorema di Gauss per $\vec{E}$
$C_B = \mu_0 i + \epsilon_0\mu_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt}$	Legge di Ampère generalizzata

Il teorema di gaus sia per E che per il magnetico è una di queste equazioni.

La sorgente del campo magnetico è la corrente elettrica, si vede nella legge di ampere.

Per i campi variabili nel tempo, il campo elettrico ha un'altra sorgente che fa diventare il campo non conservativo: la variazione del flusso del campo magnetico nel tempo cambiata di segno porta ad avere la circuitazione del campo magnetico diverso da zero, quindi campo non conservativo.

Esiste anche l'effetto che lega variazione del campo elettrico e campo magnetico, qui abbiamo solo dato un cenno, fa parte della 4° equazioni di maxwell; le sorgenti del campo magnetico non sono solo le correnti ma anche la variazione del flusso del campo elettrico nel tempo.

In due casi, queste equazioni contengono delle cariche, ciò che conta e che le cariche siano in movimento.

Equazioni di Maxwell in una zona di spazio priva di cariche elettriche

Nel vuoto, in assenza di cariche, in forma integrale

$$\Phi_E(S\,chiusa) = 0 \qquad \text{Teorema di Gauss per } \vec{E}$$

$$C_E = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \text{Legge di Faraday}$$

$$\Phi_B(S\,chiusa) = 0 \qquad \text{Teorema di Gauss per } \vec{E}$$

$$C_B = \epsilon_0\mu_0\frac{d\Phi_E}{dt} \qquad \text{Legge di Ampère generalizzata}$$

Le equazioni sono simmetriche

I campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$ possono esistere e propagarsi perchè una variazione di uno genera l'altro ed essendo questo variabile genera il primo

> le equazioni di Maxwell hanno come conseguenza l'esistenza delle onde elettromagnetiche

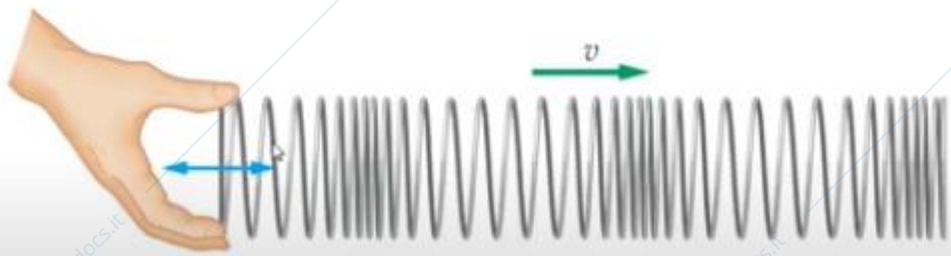
In assenza di cariche le equazioni diventano molto simili: la prima con la terza e la seconda con l'ultima.

Anche nel vuoto ci possono essere dei campi, purchè siano campi variabili in modo che possano alimentarsi l'un l'altro.

02. onde meccaniche:

Propagazione delle perturbazioni meccaniche

- se un corpo fosse perfettamente rigido ogni perturbazione si trasmetterebbe "istantaneamente" da un'estremità all'altra
- in un corpo elastico una perturbazione si propaga con una serie di compressioni e rarefazioni all'interno del materiale e quindi con velocità finita

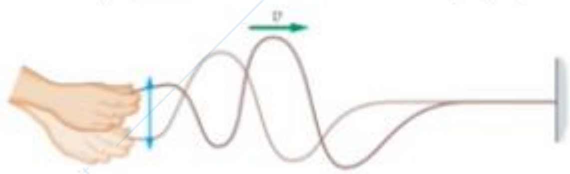


Un onda è una perturbazione dello stato di quiete che si propaga attraverso un materiale.

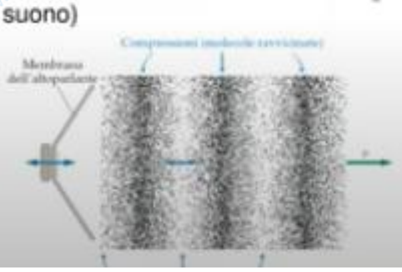
La velocità finita= velocità di propagazione dell'onda.

Onde

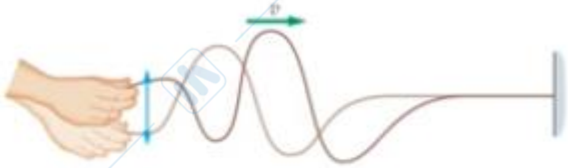
- Un onda è una perturbazione di un sistema in equilibrio che si propaga nello spazio
- L'onda più semplice da visualizzare un onda trasversale, in cui lo spostamento del mezzo è perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda



- In un'onda longitudinale lo spostamento delle singole particelle avviene nella stessa direzione di propagazione dell'onda (ad esempio nella propagazione del suono)



Nota importante



Come si può vedere in questo esempio non c'è uno spostamento della corda in direzione orizzontale (infatti la mano che la tiene non si sposta in direzione orizzontale)

- Ciò che si muove lungo la corda è la perturbazione
- Un'onda non trasporta materia, un'onda trasporta energia

Quando si parla di un onda non si parla di spostamento della materia.

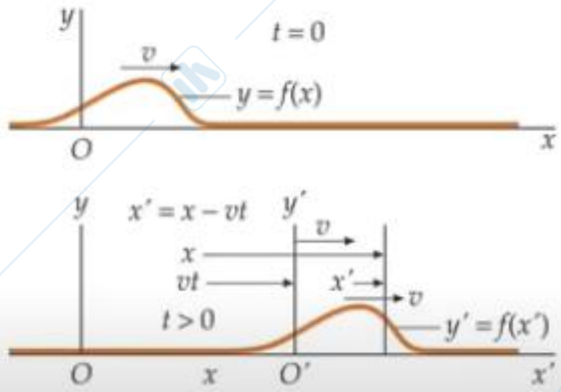
Quando consideriamo una corda abbiamo la possibilità di scegliere in quale orientazione far vibrare la corda: se guardiamo dal punto di vista della persona, questa ha mosso la corda in direzione verticale, ma avrebbe potuto farlo in qualsiasi direzione.

Quindi l'onda può essere polarizzata, quindi può avere una direzione trasversale polarizzata.

Quando invece abbiamo una propagazione di un onda sonora, la vibrazione avviene in direzione della propagazione dell'onda; quindi le molecole dell'aria si muovono in avanti e indietro. Non c'è la possibilità di avere un onda polarizzata trasversalmente.

Onda

La perturbazione dall'equilibrio che è presente in un certo punto (ad esempio una perturbazione impulsiva), con il passare del tempo si propaga ad un punto diverso.
Come esprimere questo fatto matematicamente?



La funzione dell'onda ha come variabile $x - vt$ dove v è la velocità di propagazione dell'onda

$f(x') = f(x - vt)$ onda che si propaga verso le x positive

Questa perturbazione era presente in una certa zona; dopo un po di tempo si è spostata lungo una corda e la troviamo in un altro punto.

In questa slide troviamo due onde identiche ma traslate in un punto. Questo fatto viene espresso avendo una funzione che non è soltanto x, ma anche funzione del tempo, cioè lo zero della mia funzione cambia nel tempo. A questo punto la condizione della mia onda cambia nel tempo e per fare ciò si usa una funzione non solo funzione di x, ma è funzione di x-vt. Per avere una f=0 allora devo avere una x + grande.

Equazione dell'onda

L'equazione di un'onda è un'equazione differenziale di questo tipo, ad esempio per il caso unidimensionale:

$$\boxed{\frac{d^2 f(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2 f(x,t)}{dt^2}}$$

che è verificata da qualunque funzione del tipo:

$f(x') = f(x - vt)$ onda che si propaga verso le x positive

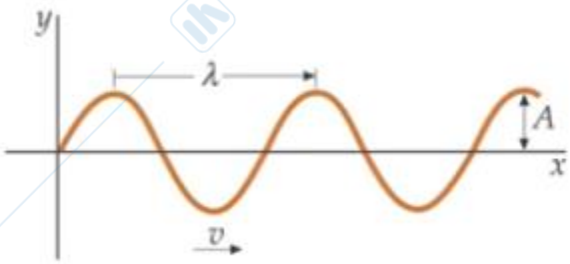
oppure

$f(x') = f(x + vt)$ onda che si propaga verso le x negative

03. onde sinusoidali:

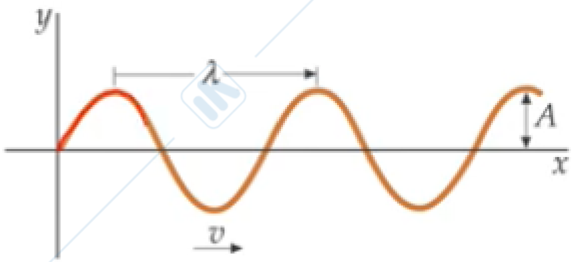
Onde periodiche

Il più semplice tipo di onda è una perturbazione regolare e periodica che si propaga nello spazio e nel tempo (ad esempio questa onda trasversale):



Poichè l'onda è periodica si possono definire alcuni parametri:

- λ lunghezza d'onda: distanza dopo la quale l'onda si ripete è ad esempio la distanza fra due creste
- A ampiezza dell'onda: è l'ampiezza massima dell'oscillazione
- v velocità di propagazione: è la velocità con la quale ad esempio la posizione di un punto di cresta si propaga nello spazio.



Mentre l'onda si propaga, ciascun punto ad x fissata si muove in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione

- T periodo: intervallo di tempo dopo il quale l'onda si ripete in una data posizione x
- f frequenza: $f = \frac{1}{T}$

Nello stesso intervallo di tempo tuttavia l'onda si è spostata di una lunghezza d'onda e quindi:

$$\boxed{v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda}$$

Equazione dell'onda sinusoidale:

$$Y = A\sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - 2\pi\frac{t}{T}\right)$$

Altre notazioni

$$f(x,t) = A \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$$

$\frac{2\pi}{\lambda} = k$ viene detto numero d'onda (S.I. $\Rightarrow m^{-1}$)

$\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \omega$ viene detta pulsazione (S.I. $\Rightarrow rad\, s^{-1} = s^{-1}$)

L'equazione dell'onda si può quindi scrivere come:

$$\boxed{f(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \delta)}$$

Possiamo anche avere una fase iniziale dell'onda che si può assumere come uguale a zero.

Teorema di Fourier

L'importanza dello studio delle funzioni periodiche è conseguenza del teorema di Fourier

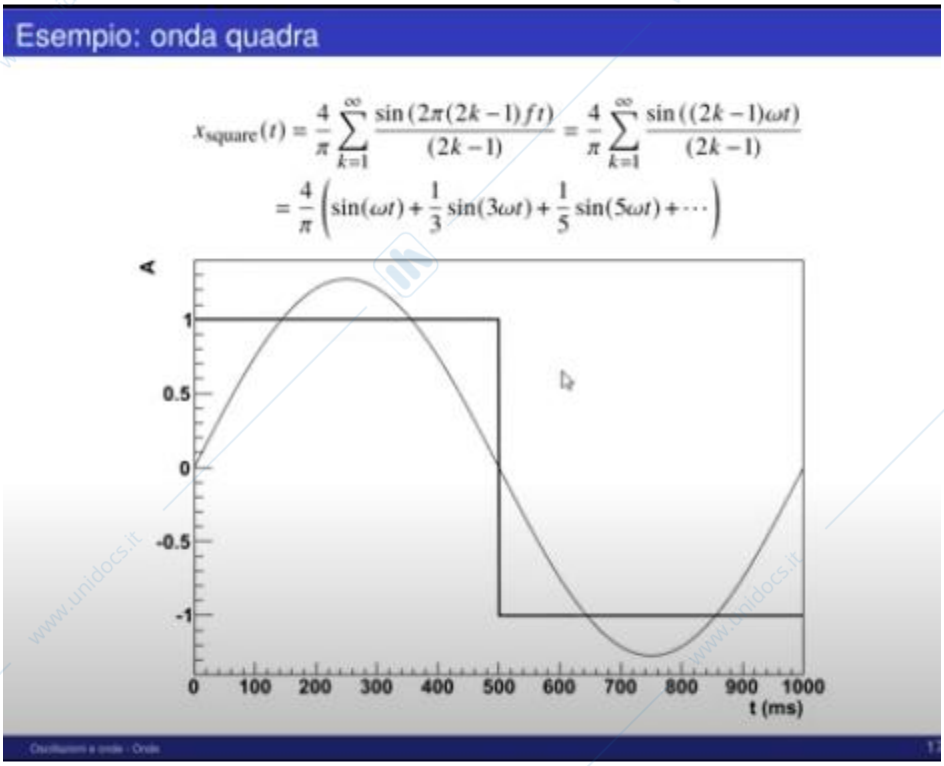
Qualunque funzione periodica $\psi(t)$ di periodo:

$$T \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

si può scrivere come sovrapposizione di funzioni armoniche:

$$\begin{aligned}\psi(t) = a_0 + a_1 \cos\omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + \ldots \\ + b_1 \sin\omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \ldots\end{aligned}$$

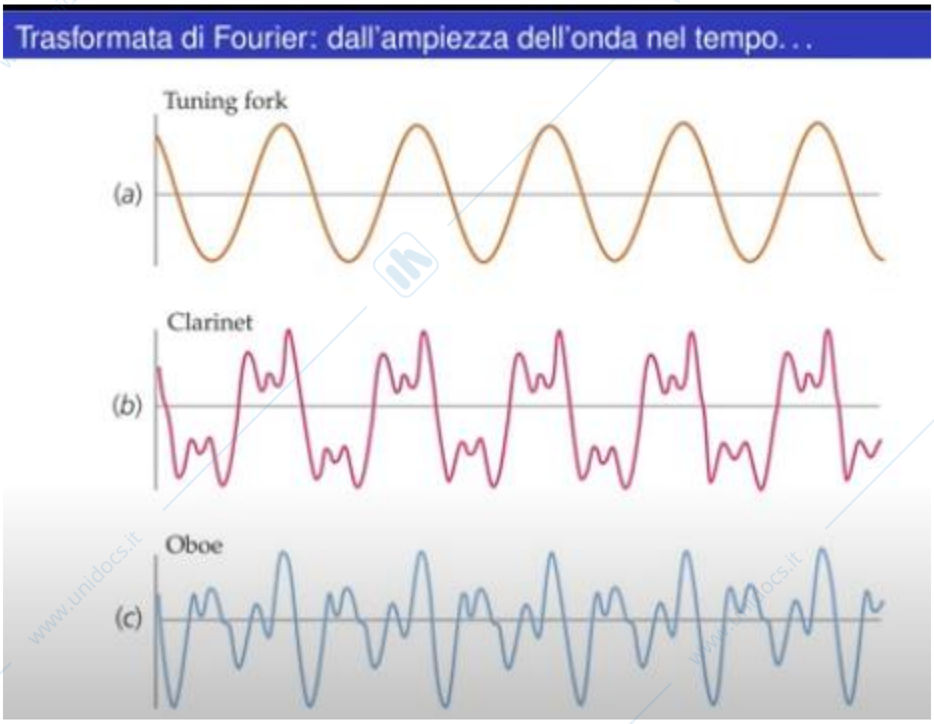
Grazie a queste funzioni è possibile descrivere qualsiasi onda.



Immaginiamo una funzione detta onda quadra, cioè una funzione che si rappresenta così: molto spigolosa di cui l'onda ha questo tipo di andamento.

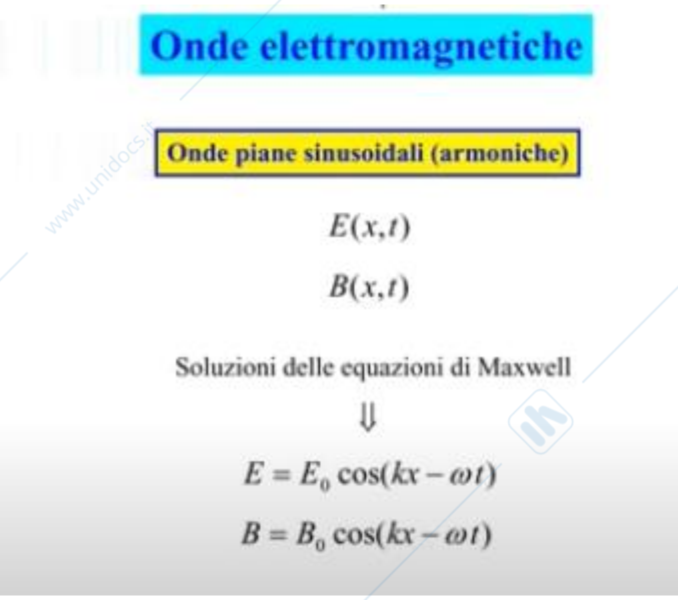
L'onda vale in certi punti +1 in altri -1 e si muove nello spazio.

Il teorema di Furier dice che possiamo costruire un onda di questo tipo se andiamo a fare la sovrapposizione di tante funzioni sin e cos, basta che usiamo le ampiezze corrette.



Queste componenti che vanno a costruire l'onda finale si chiamano armoniche, perché sono le componenti di ogni suono che noi sentiamo e sono quelle che rendono diversi i suoni di un elemento musicale rispetto ad un altro.

04. propagazioni delle onde:



Si propagano nello spazio in una dimensione; si propagano campi elettrici e magnetici:

Velocità dell'onda (velocità di fase)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

$$\boxed{v = \lambda \cdot \nu = \frac{\omega}{k}}$$

Nel vuoto (v = c)

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.998\ 10^8\ \ \mathrm{ms}^{-1}}$$

Parametri caratteristici dell'onda armonica

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$	(m)	(lunghezza d'onda)
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	(m^{-1})	(numero d'onda)
$T = \frac{2\pi}{\omega}$	(s)	(periodo)
$\upsilon = \frac{1}{T}$	(s^{-1})	(frequenza)
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	(rad s^{-1})	(frequenza angolare)

Onde su una corda

La velocità di propagazione di un'onda è determinata dalle proprietà del mezzo attraverso cui si propaga

Nel caso di una corda la velocità dell'onda è determinata da:

- tensione nella corda T
- massa della corda

È rilevante la densità lineare di massa (che si misura nel S.I. in $kg \cdot m^{-1}$):

$$\mu = \frac{m}{l}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

- all'aumentare della tensione nella corda, la velocità aumenta
- all'aumentare della densità lineare diminuisce la velocità

Velocità del suono

La velocità del suono dipende dalle caratteristiche del materiale:

- compressibilità
- densità

Velocità del suono

$$v = \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}}$$

Per un mezzo trasparente diverso dal vuoto la velocità della luce è diversa:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}$$

se il mezzo è trasparente tuttavia:

$$\mu_r \simeq 1 \quad \Rightarrow \quad \mu \simeq \mu_0$$

e quindi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} c$$

e siccome ϵ_r è sempre maggiore di 1 la luce si propaga più lentamente

Indice di rifrazione assoluto

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = n \quad \Rightarrow \quad v = \frac{c}{n}$$

Indice di rifrazione assoluto

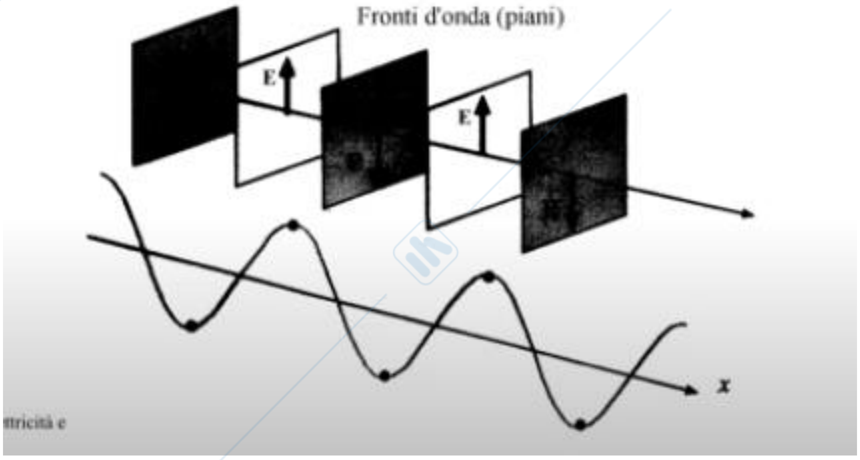
$$\sqrt{\varepsilon_r}\ \cancel{\varepsilon_r} = n \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{c}{n}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_0}}} = \frac{1}{\sqrt{\cancel{\varepsilon_0\mu_0}}}\sqrt{\varepsilon_r\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_r}$$

Onde elettromagnetiche:

Equazione dei fronti d'onda (superfici d'onda)

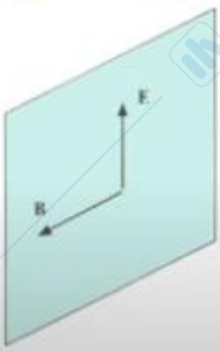
$$u(x,t) = kx - \omega t$$



Proprietà delle onde elettromagnetiche

1. Il campo **E** è sempre perpendicolare al campo **B** (nel vuoto)

$$\boxed{\mathbf{E}\cdot\mathbf{B} = 0}$$



lettricità e Magnetismo - MD 2010

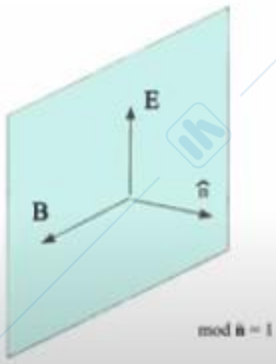
2. Il rapporto tra il modulo del campo **E** e il modulo del campo **B** è uguale alla velocità della luce

$$\boxed{E = c\ B}$$

3. I campi **E** e **B** sono entrambi perpendicolari alla direzione di propagazione (versore **n**) dell'onda

Le onde elettromagnetiche (nel vuoto) sono trasversali

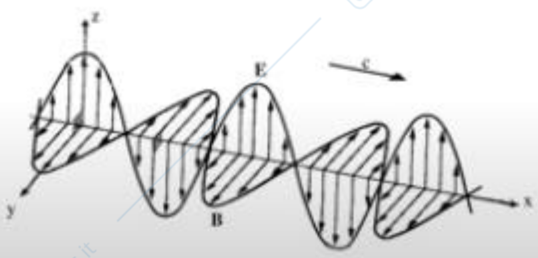
$$\boxed{c\ \mathbf{B} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}}$$

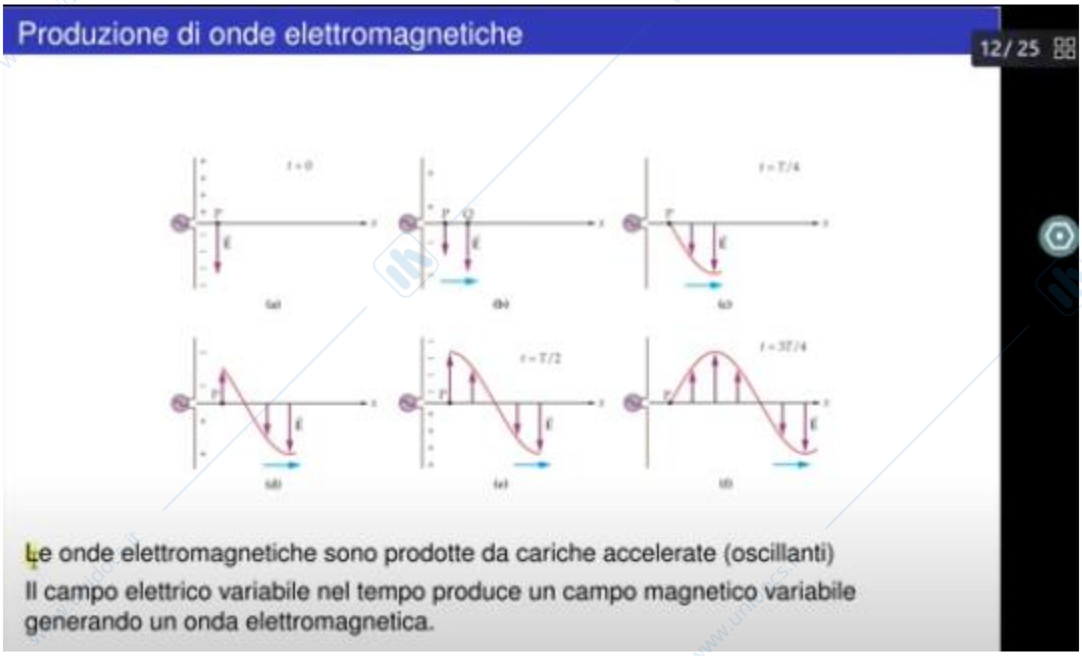


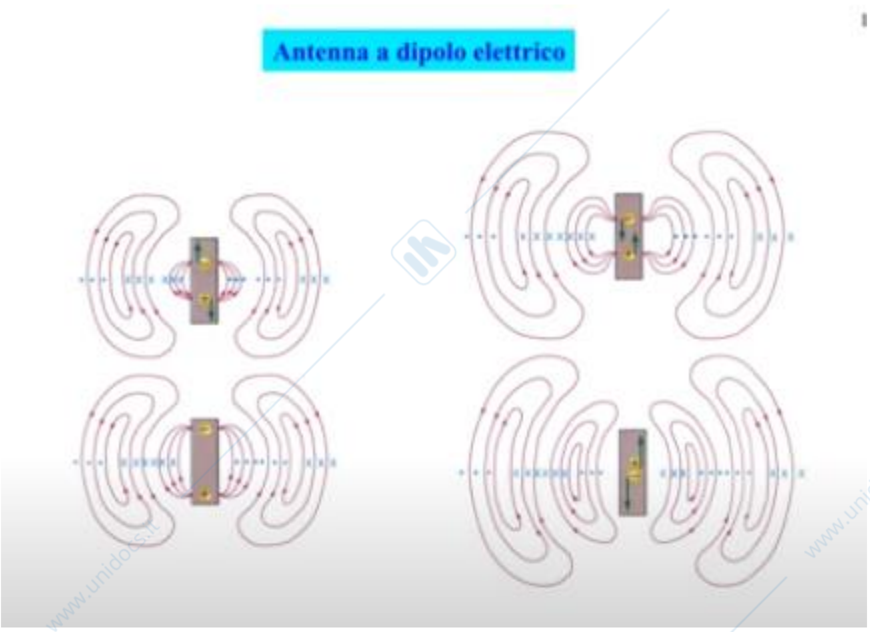
4. Campo elettrico e campo magnetico sono in fase

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$B = \frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t)$$

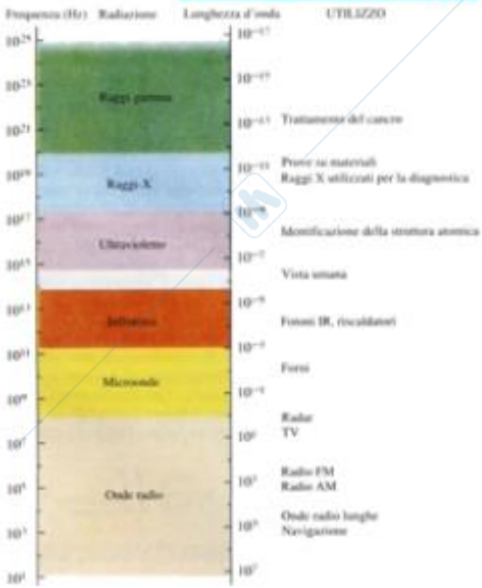






06. spettro elettromagnetico:

Spettro elettromagnetico



1 nm = 10^{-9} m

1 μm = 10^{-6} m

1 Thz = 10^{12} Hz

1 Ghz = 10^{9} Hz

1 Mhz = 10^{6} Hz

Le onde radio hanno frequenze comprese tra circa 550 kHz e circa 1600 Hz nel caso delle radioonde per radiodiffusioni AM (*amplitude modulation*, modulazione d'ampiezza) e tra circa 88 MHz e circa 108 MHz per radiodiffusioni FM (*frequency modulation*, modulazione di frequenza). Sono generate da correnti elettriche oscillanti nelle antenne radio.

Le microonde hanno lunghezze d'onda che stanno in un intervallo compreso tra 1 mm e 30 cm e sono generate da dispositivi elettronici.

Le onde infrarosse hanno lunghezze d'onda che vanno da circa 1 mm alla più lunga lunghezza d'onda della luce visibile, $7 \cdot 10^{-7}$ m. Queste onde, prodotte da corpi caldi e molecole, sono facilmente assorbite dalla maggior parte dei materiali.

La luce visibile, le cui lunghezze d'onda sono classificate con colori che vanno dal violetto ($\lambda \sim 4 \cdot 10^{-7}$ m) al rosso ($\lambda \sim 7 \cdot 10^{-7}$ m).