www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos(\gamma t^2)\hat{u}_x + \sin(\gamma t^2)\hat{u}_y\right)$$

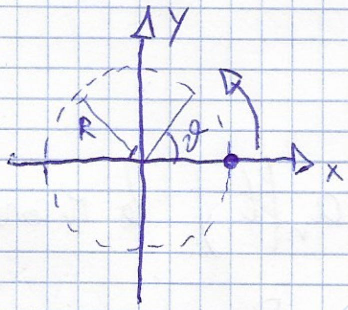
Scrivo le componenti cartesiane della posizione

$$\begin{cases} x(t) = R\cos(\gamma t^2) \\ y(t) = R\sin(\gamma t^2) \end{cases} \qquad \begin{cases} x(0) = R \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

noto che $|\vec{r}(t)|$ è costante nel tempo

$$|\vec{r}(t)| = \left(|x(t)|^2 + |y(t)|^2\right)^{\frac{1}{2}} = R$$

la traiettoria è circolare! (antioraria)



scelgo un sistema di riferimento più comodo

$$\begin{cases} x = R(t)\cos\vartheta(t) \\ y = R(t)\sin\vartheta(t) \end{cases}$$

la traiettoria nelle nuove coordinate (R, ϑ) diventa

$$\begin{cases} R(t)\cos(\vartheta(t)) = R\cos(\gamma t^2) \\ R(t)\sin(\vartheta(t)) = R\sin(\gamma t^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R(t) = R \\ \vartheta(t) = \gamma t^2 \end{cases}$$

quindi noto che sto considerando un moto circolare uniformemente accelerato

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$\begin{cases} \vartheta(t) = \gamma t^2 \\ \omega(t) = \dfrac{d\vartheta}{dt} = 2\gamma t \\ \alpha(t) = \dfrac{d\omega}{dt} = 2\gamma \end{cases}$$

sapendo quanto vale $|\vec{v}(t_1)|$ e ricordando che $\omega = |\vec{v}(t)| R$

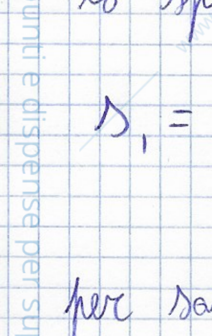
$$v_1 = 2\gamma R t_1 \Rightarrow \gamma = \frac{v_1}{2 R t_1} = (\text{non richiesto})$$

lo spostamento s_1 percorso in t_1 sarà $s_1 = \vartheta(t_1) \cdot R$

$$s_1 = \gamma R t_1^2 = \frac{v_1 t_1}{2} = 13.5 \text{ m}$$

per sapere l'angolo φ_1 tra $a_t(t_1)$ e $a_n(t_1)$ le ricavo:

- per definizione $|\vec{a}_t(t_1)| = \left.\dfrac{d|\vec{v}(t)|}{dt}\right|_{t=t_1} = 2\gamma R$
- " " $|\vec{a}_N(t_1)| = \dfrac{v_1^2}{R} = \dfrac{4\gamma^2 R^2 t_1^2}{R} = 4\gamma^2 R t_1^2$



$$tg\,\varphi_1 = \frac{|\vec{a}_N(t_1)|}{|\vec{a}_t(t_1)|} = 2\gamma t_1^2 = \frac{v_1 t_1}{R}$$

perciò ricavo φ_1

$$\varphi(t_1) = \varphi_1 = tg^{-1}\left(\frac{v_1 t_1}{R}\right) \simeq 69^\circ$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

senza cambio di variabili, il problema è analiticamente più complesso.

ricavo le componenti cartesiane della velocità

$$\begin{cases} v_x(t) = -2\gamma R \sin(\gamma t^2)\, t \\ v_y(t) = 2\gamma R \cos(\gamma t^2)\, t \end{cases}$$

il modulo del vettore velocità vale

$$|\vec{v}(t)| = \left(v_x^2 + v_y^2\right)^{\frac{1}{2}} = 2\gamma R t$$

sapendo $v_1 = v(t_1)$ ricavo γ

$$v_1 = 2\gamma R t_1 \qquad \gamma = \frac{v_1}{2 R t_1}$$

lo spostamento è per definizione

$$\Delta s = s_1 - s_0 = \int_{t_0}^{t_1} |\vec{v}(\tau)|\, d\tau$$

pongo $t_0 = 0$ e $s_0 = s(t_0) = 0$

$$s_1 = \int_0^{t_1} 2\gamma R \tau\, d\tau = \gamma R t_1^2 = \frac{v_1 t_1}{2} = 13.5\ m$$

non avendo riconosciuto il moto circolare uniformemente accelerato, ricavo l'accelerazione normale come differenza tra accelerazione totale ed accelerazione tangenziale

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$|\vec{a}_t(t)| := \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} = 2\gamma R$$

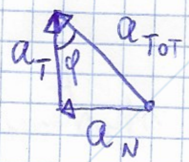
scrivo le componenti cartesiane dell'accelerazione

$$\begin{cases} a_x(t) = -2\gamma R\left[\sin(\gamma t^2) + 2\gamma t^2 \cos(\gamma t^2)\right] \\ a_y(t) = 2\gamma R\left[\cos(\gamma t^2) - 2\gamma t^2 \sin(\gamma t^2)\right] \end{cases}$$

$$|\vec{a}(t)| = \left(a_x^2 + a_y^2\right)^{\frac{1}{2}} = \dots = 2\gamma R\left(1 + 4\gamma^2 t^4\right)^{\frac{1}{2}}$$

uso il teorema di Pitagora per ricavare $|\vec{a}_N(t)|$

$$|\vec{a}_N(t)| = \left(|\vec{a}(t)|^2 - |\vec{a}_t(t)|^2\right)^{\frac{1}{2}}$$



$$|\vec{a}_N(t)| = 2\gamma R\left[1 + 4\gamma^2 t^4 - 1\right]^{\frac{1}{2}} = 4\gamma^2 R t^2$$

analogamente allo svolgimento precedente

$$\varphi_1 = \varphi(t_1) = tg^{-1}\left(\frac{|\vec{a}_N(t)|}{|\vec{a}_t(t)|}\right) = tg^{-1}\left(\frac{v_1 t_1}{R}\right) \simeq 69°$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari