Politecnico di Milano – Scuola di Ingegneria dell'Informazione
AA 2010-2011

27/4/2012
ore 13:00

FISICA (prima verifica in itinere)

Proff. Della Valle, Nisoli, Torricelli

1) Una cassa di massa m è posta su un piano scabro (coefficiente di attrito statico μ_s e dinamico $\mu_d < \mu_s$) la cui inclinazione rispetto all'orizzontale è α. Si considerino le possibili inclinazioni con $0 < \alpha < 90°$ e si calcoli la forza di attrito statico e dinamico agente sulla cassa. Si tracci il grafico qualitativo del modulo della forza di attrito in funzione di α, con $0 < \alpha < 90°$.

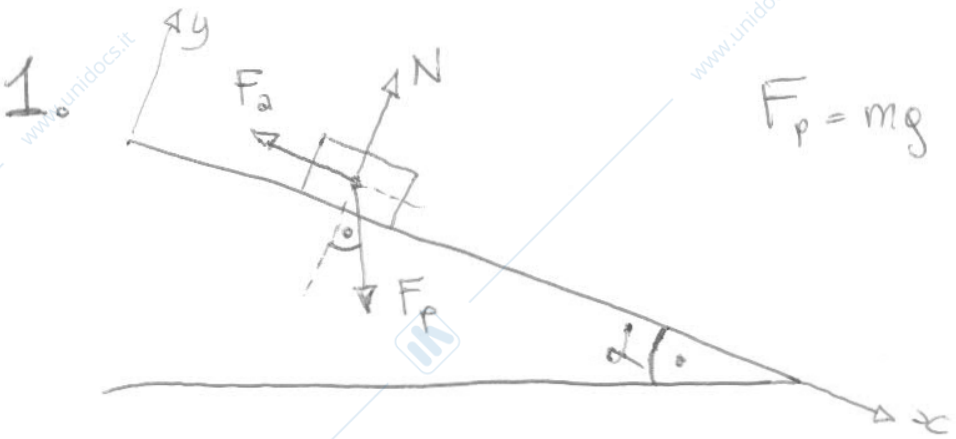
2) Un blocco di massa M è appeso ad una molla (posta in direzione verticale). Se si attacca al blocco un corpo di massa m la molla, una volta raggiunto l'equilibrio, si allunga ulteriormente di un tratto ΔL. Si determini la pulsazione delle oscillazioni quando la stessa molla è posta in orizzontale e viene collegata ad un blocco di massa M appoggiato su un piano liscio.

3) (a) Si discuta il principio di conservazione della quantità di moto in un urto fra due particelle.
(b) Un proiettile di massa m e velocità orizzontale v attraversa un blocchetto di massa M sospeso ad un filo ideale di lunghezza l e ne fuoriesce con velocità $v/2$. Si calcoli il minimo valore del modulo di v tale che il blocchetto, inizialmente fermo, compia un giro completo intorno al centro di sospensione

4) (a) Si definisca il lavoro di una forza.
(b) Si ricavi il teorema dell'energia cinetica per un corpo puntiforme.

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA
- *FIRMARE l'elaborato*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate*

1.



$F_p = mg$

Lungo la direzione y non vi è moto:

$$N\hat{u}_y - F_p \cos\alpha \, \hat{u}_y = m a_y \hat{u}_y = 0$$

$$N = mg\cos\alpha$$

Lungo la direzione x abbiamo due casi:

i) La reazione di attrito radente equilibra la componente della forza attiva lungo la direzione x. Tale componente è data dalla componente tangenziale del peso della cassa, pari a $F_p \sin(\alpha)\hat{u}_x$. In tali condizioni l'attrito radente è di tipo statico e quindi

$$\vec{F}_{a,statico} = -F_p \sin(\alpha)\hat{u}_x = -mg\sin(\alpha)\hat{u}_x$$

Tale equilibrio è possibile finché la forza attiva tangenziale non supera un valore massimo, che sappiamo essere pari a $\mu_s N = \mu_s \cos(\alpha) mg$. L'angolo $\bar{\alpha}$ per cui si verifica tale condizione si determina quindi imponendo:

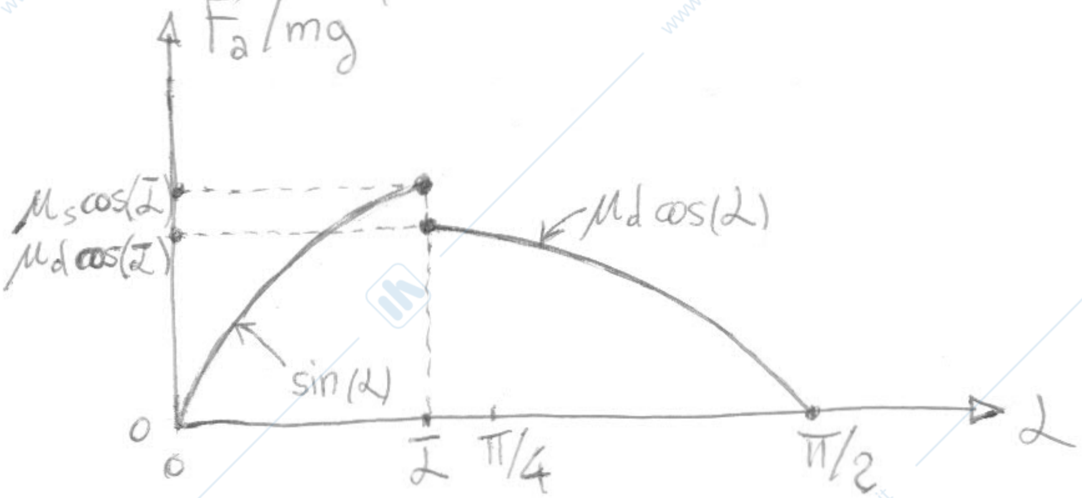
$$\cancel{mg}\sin(\alpha) = \mu_s \cancel{mg}\cos(\alpha)$$

da cui $\bar{\alpha} = atan(\mu_s)$.

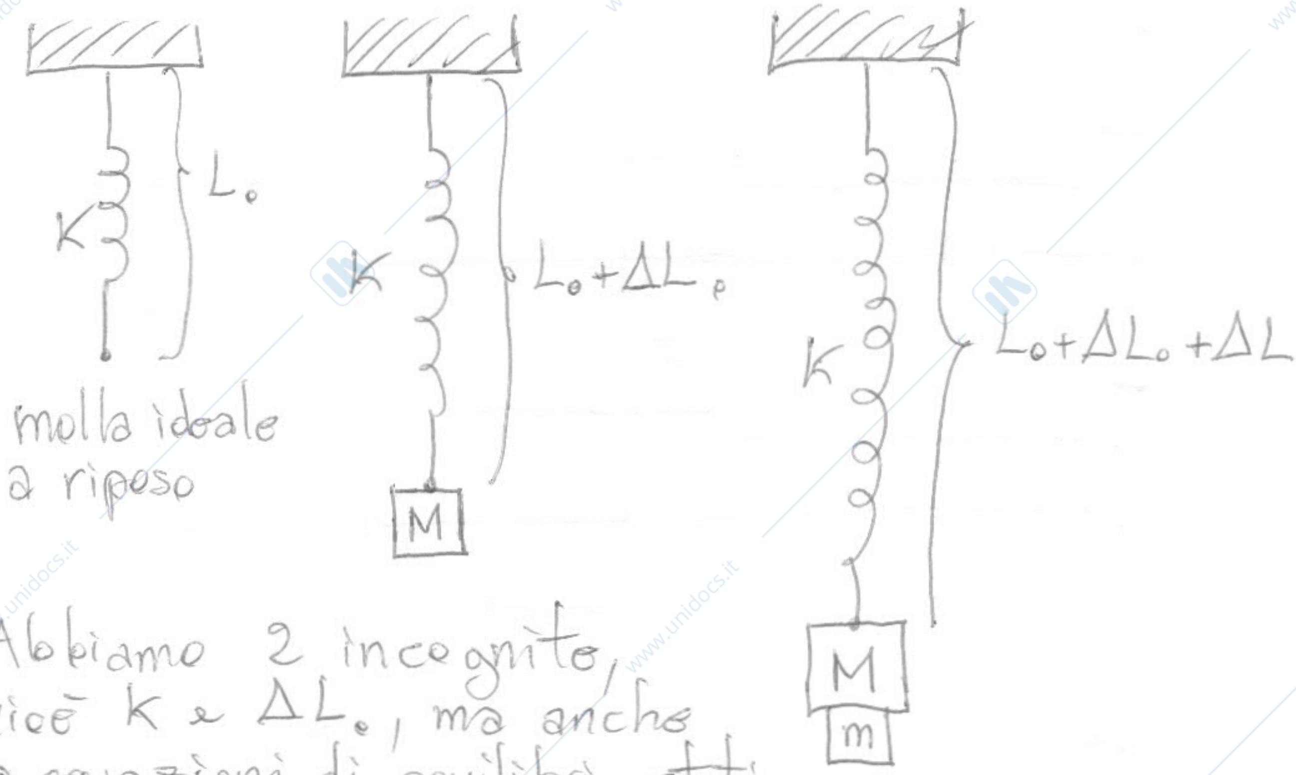
ii) Quando $\alpha > \bar{\alpha}$ la cassa inizia a muoversi e l'attrito da statico diviene dinamico.
In tale situazione sappiamo che il modello dell'attrito radente prevede che la forza di attrito sia data dalla seguente espressione:

$$\vec{F}_{a,dinamico} = -\mu_d N \hat{u}_x = -\mu_d mg\cos(\alpha)\hat{u}_x$$

Il grafico della forza d'attrito in funzione di α è quindi il seguente:



2.



Abbiamo 2 incognite, cioè K e ΔL_0, ma anche 2 equazioni di equilibrio statico:

$$\begin{cases} Mg = K\Delta L_0 \\ (M+m)g = K(\Delta L_0 + \Delta L) \end{cases}$$

Troviamo, sostituendo la prima equazione nella seconda:

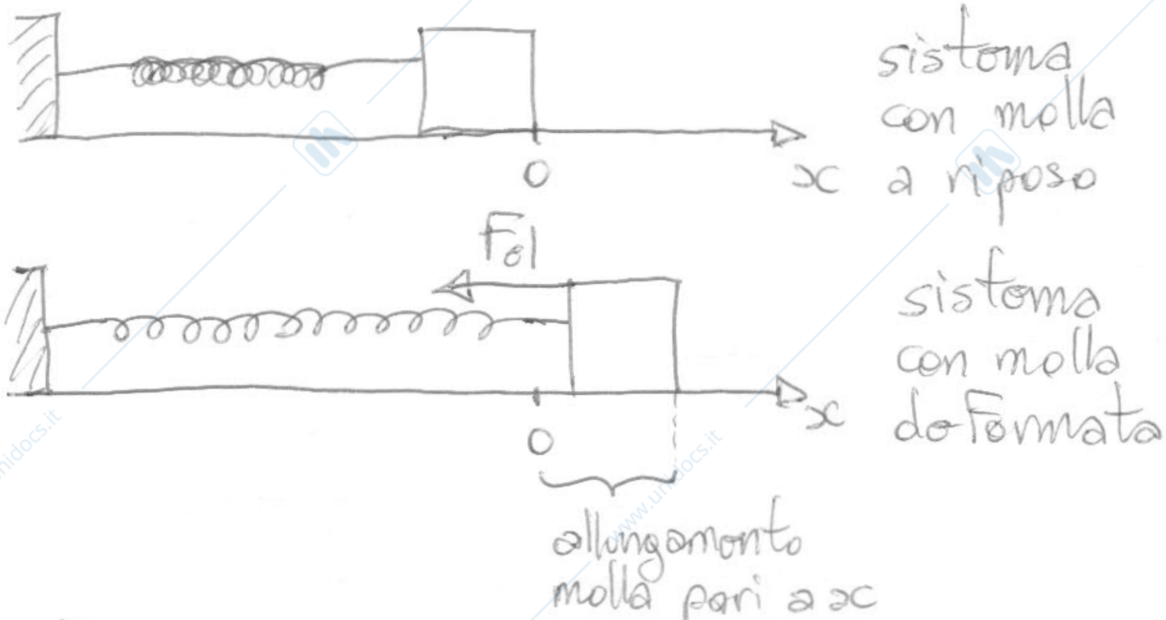
$$mg = K\Delta L$$

Da cui ricaviamo la costante elastica della molla:

$$K = \frac{mg}{\Delta L}$$

Quando la molla è posta in orizzontale, e vi si collega la massa M, che poggia a sua volta su di un piano orizzontale liscio, sappiamo che tale massa potrà

oscillare di moto armonico semplice.
Infatti:



$$\vec{F}_{el} = -Kx\,\hat{u}_x \quad \text{(legge di Hooke)}$$

$$\vec{F}_{el} = M\vec{a} \quad \text{(I eq. card. din. punto materiale)}$$

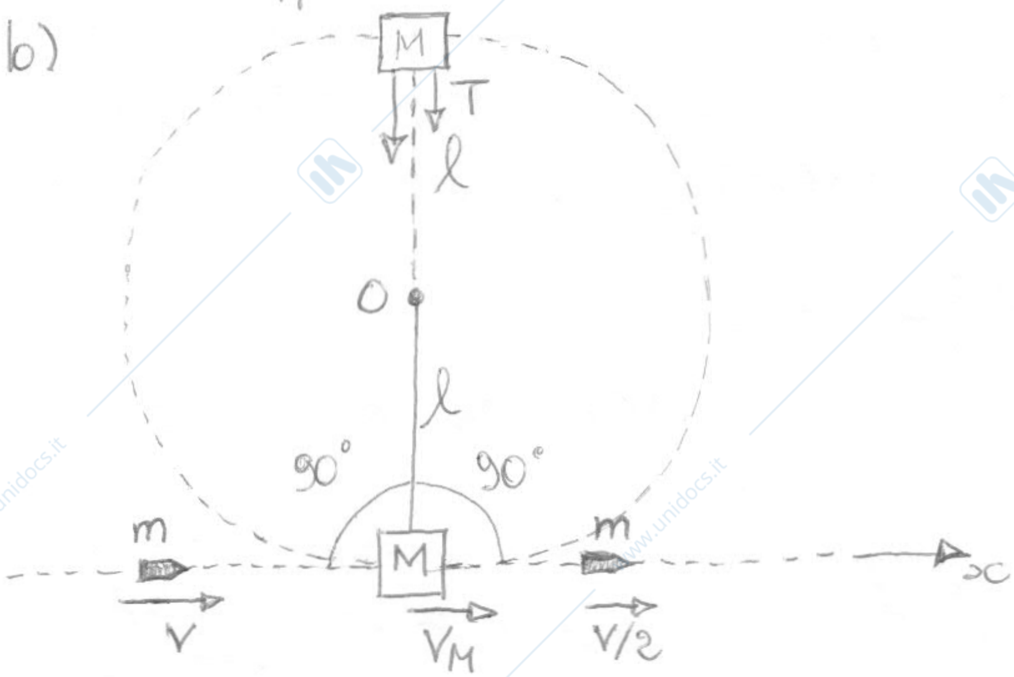
$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\,\hat{u}_x$$

Abbiamo: $-Kx = M\dfrac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{K}{M}x = 0$

Equazione del moto armonico, di pulsazione $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{M}} = \sqrt{\dfrac{mg}{M\Delta L}}$

3.
a) Vedi appunti di lezione

b)



Nell'urto tra il proiettile e il blocchetto, poichè le forze esterne presenti non hanno natura impulsiva (la tensione della fune non viene sollecitata nell'urto, visto che per ipotesi l'urto è assiale lungo la direzione orizzontale), la quantità di moto totale si conserva:

$$\vec{p}_i = m v \hat{u}_x \quad , \quad \vec{p}_F = \frac{1}{2} m v \hat{u}_x + M v_M \hat{u}_x$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_F \Rightarrow \frac{1}{2} m v = M v_M \Rightarrow v_M = \frac{m}{2M} v$$

Dopo l'urto il blocchetto è soggetto alla forza peso e alla tensione della fune (che è forza centrale). Quindi, poichè si tratta di forze conservative, l'energia meccanica del blocchetto si conserva:

$$E_i = E_{c,i} = \frac{1}{2} M v_M^2 \quad ; \quad E_F = E_{c,F} + E_{p,F}$$

$E_{C,F} = \frac{1}{2} M v_M'^2$, $E_{P,F} = Mg2l$

Si noti che abbiamo assunto nulla l'energia potenziale della forza peso alla quota di partenza del moto di M. Scriviamo quindi:

$\frac{1}{2}\cancel{M} v_M^2 = \frac{1}{2}\cancel{M} v_M'^2 + \cancel{M}g2l$, da cui

$v_M^2 = v_M'^2 + 4gl$.

Per determinare v_M', notiamo che per compiere un giro completo il blocchetto dovrà giungere alla quota massima con una velocità sufficiente affinchè la fune rimanga tesa, essendo $T = \varepsilon$ la minima tensione che consente ad una fune ideale di tendersi, ed ε infinitesimo. Perciò, quando il blocchetto transiterà dal punto di quota massima avremo, in base alla I eq. card. dinamica del punto materiale:

$$\begin{cases} (T + mg)\cancel{\hat{u}_N} = m \dfrac{v_M'^2}{l} \cancel{\hat{u}_N} , \quad \left(\vec{a}_N = \dfrac{v_M'^2}{l} \hat{u}_N\right) \\ T = \varepsilon \simeq 0 \end{cases}$$

Troviamo che $v_M' = \sqrt{gl}$, da cui

$v_M^2 = v_M'^2 + 4gl = 5gl$.

Ricordando che dovrà essere $v_M = \frac{m}{2M} v$, abbiamo che la minima velocità v del proiettile necessaria affinchè M compia un giro completo è $v = \frac{2M}{m}\sqrt{5gl}$.

4. Vedi appunti di lezione