www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Appelli con risoluzione

24 Gennaio 2022

Esercizio 1

Una palla viene fatta cadere in un lago da una piattaforma che si trova $h = 4.9\ m$ sopra il livello dell'acqua. La palla colpisce il pelo dell'acqua con velocità v e quindi procede verso il fondo con velocità costante. La palla raggiunge il fondo del lago dopo $t_l = 5.0\ s$ da quando è stata lanciata. Calcolare la profondità del lago. Disegnare il grafico delle funzioni x(t), v(t), a(t) per il moto descritto dalla palla dal momento del lancio fino al momento dell'impatto con il fondo del lago.

Soluzione 1

Il primo tratto di moto, prima che la pallina entri in acqua, è un moto uniformemente accelerato con accelerazione g. Troviamo quindi il tempo di caduta e quindi la velocità v_s della pallina nel momento in cui entra in acqua.

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + h = 0$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 4.9\ m}{9.8\ m/s^2}} = 1\ s$$

$$v_s = \frac{h}{t} = \frac{4.9\ m}{1\ s} = 4.9\ m/s$$

Sappiamo dal testo che la pallina procede in acqua con velocità costante, quindi possiamo callcolare la profondità del lago tramite la definizione di velocità:

$$h_L = v_s t_l = 4.9\ m/s * 5.0\ s = 24.5\ m$$

Esercizio 2

Due corpi di uguale massa $m = 5\ kg$ sono appoggiati uno contro l'altro mentre scendono lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 40°$ rispetto all'orizzontale. Tra il corpo 2 e il piano agisce una forza di attrito dinamico con coefficiente $\mu_d = 0.4$, mentre sull'altro corpo non agisce attrito. Calcolare l'accelerazione con cui scendono i due corpi e il modulo della forza esercitata da un corpo sull'altro.

Soluzione 2

Il moto del corpo 1 è uniformemente accelerato con accelerazione g, ma poichè ha davanti un corpo che fa attrito con il piano, questo avrà un'accelerazione minore (l'accelerazione agisce parallelamente al piano)

Calcoliamo quindi la risultante delle forze che agiscono lungo il piano che assumiamo come asse x (ricordiamo di usare la componente parallela al piano di g):

$$R_x = Fp_{1x} + Fp_{2x} + F_{att} = 2Fp_x + F_{att} = 2Fp\sin\alpha - \mu_d mg = 2mg\sin\alpha - \mu_d mg\sin\alpha =$$

$$= 2 * 5\ kg * 9.8\ m/s^2 * \sin 30° - 0.4 * 5\ kg * 9.8\ m/s^2 \sin 30° = 39.2\ N$$

Con la legge di Newton possiamo quindi calcolare l'accelerazione

$$R_x = 2ma \rightarrow a = \frac{R_x}{2m} = \frac{39.2\ N}{2 * 5\ kg} = 3.92\ m/s^2$$

La la forza che un corpo esercita sull'altro è calcolabile sommando le forze che un corpo esercita sull'altro. Quindi, il corpo 1 esercita sul secondo corpo una forza pari a:

$$Fp_{1x} = mg\sin\alpha = 5\ kg * 9.8\ m/s^2 * \sin 30° = 24.52\ N$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

il corpo 2 esercita sul primo corpo una forza di modulo:

$$F_{att} = -\mu_d mg \sin\alpha = -0.4 * 5\,kg * 9.8\,m/s^2 * \sin 30° = -9.8\,N$$

Per la terza legge della dinamica, quando un corpo applica una forza a un secondo corpo, la forza di reazione sarà uguale a quella subita, quindi:

$$F_{1\to2} = F_{2\to1} = Fp_{1x} + F_{att} = 24.52\,N - 9.8\,N = 14.71\,N$$

Esercizio 3
Un blocco di massa $m = 2.1kg$ viene spinto contro una molla ideale di costante elastica $k = 2400N/m$ comprimendola di 0.15 m. Lasciato libero, il blocco risale dalla base lungo un piano liscio, inclinato di 25° rispetto all'orizzontale e si arresta nel punto finale F. Calcolare la distanza percorsa dal blocco prima di fermarsi.
Soluzione 3
Dividiamo l'esercizio in due parti:

1. Nella prima parte lavoriamo con la conservazione dell'energia con lo scopo di trovare la velocità con cui il corpo inizia a risalire il piano inclinato. Consideriamo quindi l'energia potenziale elastica iniziale e l'energia cinetica finale.

$$U_i = K_f$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_0 = \pm\sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \pm\sqrt{\frac{2400\,N/m * 0.15^2\,m}{m = 2.1\,kg}} = \pm 5.1\,m/s$$

   Per semplicità assumiamo come verso dell'asse x lo stesso della velocità, quindi teniamo il valore positivo.

2. La seconda parte del problema ha lo scopo di trovare la distanza percorsa dal corpo sul piano e sappiamo che assumerà un moto uniformemente decellerato. Controlliamo dunque quando la velocità si annulla per effetto dell'accelerazione gravitazionale parallela al piano. (É necessario usare la componente parallela al piano della velocità)

$$v_x = g_x t + v_{0x} = 0$$

$$t = \frac{v_{0x}}{g_x} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g \sin\alpha} = \frac{v_0}{g} = \frac{5.1\,m/s}{9.8\,m/s^2} = 0.52\,s$$

$$x = v_{0x}t = 5.1\,m/s * \sin 25° * 0.52\,s = 1.12\,m$$

Esercizio 4
Un tubo orizzontale di diametro $d_1 = 15\,cm$ ha una strozzatura di diametro $d_2 = 5\,cm$. La velocità iniziale di un fluido nel tubo vale $v_1 = 50cm/s$ e la pressione $p_1 = 110N/cm^2$. Calcolare la pressione del fluido nella strozzatura.
(si assuma che il fluido è costituito di acqua con densità $\rho = 10^{-3}kg/cm^3$)
Soluzione 4
Sfruttiamo la legge di Leonardo lavorando con le portate per calcolare la velocità nella strozzatura.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = \frac{50\,cm/s * \pi\left(\frac{15\,cm}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{5\,cm}{2}\right)^2} = 450\,cm/s$$

Usiamo ora il principio di Bernoulli per trovare la pressione nella strozzatura

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

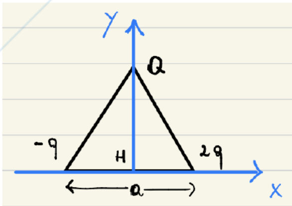
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 =$$

$$= 110\ N/cm^2 + \frac{1}{2} * 10^{-3} kg/cm^3 * 50^2\ cm/s - \frac{1}{2} * 10^{-3} kg/cm^3 * 450^2\ cm/s = 10\ N/cm^2$$

Esercizio 5

Due cariche 2q e -q (con $q = 1.5 * 10^{-6}\ C$) occupano i vertici della base di un triangolo equilatero di lato $a = 2.4\ cm$. Sul terzo vertice si trova una carica Q (si veda figura).
(si usi il valore numerico della costante $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 * 10^9\ Nm^2/C^2$)



a. Quanto deve valere Q affinché il potenziale elettrico nel punto medio H della base sia nullo?

b. Calcolare modulo, direzione e verso del campo elettrostatico nel punto H

c. Calcolare l'energia potenziale totale del sistema di cariche.

Soluzione 5

a. Sommiamo i potenziali generati dalle cariche nel punto H e li poniamo ugualia zero, da questa equazione possiamo calcolare Q.

$$k\frac{-q}{a/2} + k\frac{2q}{a/2} + k\frac{Q}{a * \sin\alpha} = 0$$

$$Q = -2 * \sin\alpha * q = -2 * \sin 60° * 1.5 * 10^{-6}\ C = -2.6 * 10^{-6}\ C$$

b. Calcoliamo le componenti del campo elettrico nel punto H sommando i contributi che dà ogni carica. Ricordiamo che per convenzione le linee del campo escono da una carica positiva.

$$|\vec{E_x}| = \frac{-2qk}{(a/2)^2} - \frac{qk}{(a/2)^2} = \frac{-3qk}{(a/2)^2} = -2.8 * 10^8\ N/C$$

$$|\vec{E_y}| = k\frac{Q}{(a * \sin\alpha)^2} = -5.4 * 10^7\ N/C$$

c. Per calcolare l'energia potenziale totale, basta sommare le singole energie potenziali.

$$U_{tot} = k\frac{-qQ}{a} + k\frac{2qQ}{a} + k\frac{-q * 2q}{a} = k\left(\frac{qQ - 2q^2}{a}\right) = -3.15\ J$$

Esercizio 6

Un protone di massa $m = 1.67 * 10^{-27}\ kg$ e carica $q = 1.6 * 10^{-19}\ C$ è in moto in un campo magnetico di intensità $B = 1.5\ T$ con velocità $v = 3 * 10^7\ m/s$. Il vettore velocità è ortogonale al vettore campo magnetico. Calcolare:

a. Il raggio dell'orbita dei protoni

b. La frequenza con cui viene percorsa l'orbita

c. L'energia associata al protone

Soluzione 6

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

a. Il moto orbitale che effettuano i protoni è un moto circolare. Analizzando la dinamica del moto, troviamo che:

$$F_c = ma = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = qvB$$

Noi conosciamo la velocità, quindi possiamo usare la seguente equazione riarrangiandola per trovare il raggio.

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1.67 * 10^{-27}\,kg * 3 * 10^7\,m/s}{1.6 * 10^{-19}\,C * 1.5\,T} = 0.21\,m$$

b. La frequenza con cui viene percorsa l'orbita è il reciproco del periodo del moto circolare. Poichè non conosciamo la pulsazione ω, possiamo ricavarla dall'equazione precedente.

$$m\omega^2 r = qvB$$

$$\omega = \sqrt{\frac{qvB}{mr}} = \sqrt{\frac{1.6 * 10^{-19}\,C * 3 * 10^7\,m/s * 1.5\,T}{1.67 * 10^{-27}\,kg * 0.21\,m}} = 1.43 * 10^8\,rad/s$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1.43 * 10^8\,rad/s}{2\pi} = 2.28 * 10^7 Hz$$

c. Sappiamo che campo megnetico ed elettrico sono ortogonali tra loro e pure al vettore velocità di propagazione dell'onda/particella. Dagli studi di Thomson con il tubo catodico si è scoperto che la velocità della particella è data dal rapporto dei due campi.

$$v = \frac{E}{B} \rightarrow E = vB = 3 * 10^7\,m/s * 1.5\,T = 45 * 10^6\,N/C$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

31 Gennaio 2023

Esercizio 1

Si calcoli la valocità a cui deve muoversi di moto rettilineo uniforme un corpo A su un piano orizzontale per urtare un corpo B che viene lasciato cadere verticalmente da un'altezza $h = 150\,m$. Il corpo B cade con accelerazione verticale costante diretta verso il basso e di modulo $g = 9.8\,m/s^2$. All'inizio della caduta il corpo B si trova a una distanza $d = 9\,m$ dalla verticale di caduta.
Disegnare i grafici delle funzioni $x = f(t)$, y=f(t), v=f(t) e a=f(t) per i corpi A e B.
Per trovare la velocità che deve avere i l corpo A in modo che urti con il corpo B, mettiamo a sistema le equazioni dei due moti e troviamo il tempo di caduta del corpo B ponendo la sua legge oraria uguale a zero:

$$\begin{cases} x_A - x_{0A} = vt \\ x_B = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d = vt \\ -\frac{1}{2}gt^2 + h = 0 \end{cases} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 150\,m}{9.8\,m/s^2}} = 5.53\,s$$

Perchè i due corpi urtino, il tempo di caduta deve essere uguale a quello di percorrenza della distanza d del corpo A, quindi utilizzando la definizione di velocità si trova che:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{9\,m}{5.53\,s} = 1.63\,m/s$$

Esercizio 2

Un corpo di massa $m = 10\,kg$ è appeso a una molla di costante elastica $k = 100\,N/m$; inizialmente viene tenuto fermo in maniera che la molla abbia una lunghezza pari alla sua lunghezza a riposo L_0. Successivamente il corpo viene lasciato libero di muoversi, determinare:

a. L'accelerazione a_0 del corpo quando viene lasciato libero

b. La sua posizione x_m quando si raggiunge l'equilibrio

c. Il periodo T delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio

a. Supponendo che la molla sia messa in verticale, possiamo dire che l'accelerazione che agisce è quella gravitazionale terestre, quindi $a_0 = g = 9.8\,m/s^2$

b. La condizione di equilibrio è rispettata quando la forza peso egualia la forza elastica, quindi:

$$Fp = F_e \rightarrow mg = -kx \rightarrow x_m = -\frac{mg}{k} = -\frac{10\,kg * 9.8\,m/s^2}{100\,N/m}$$

c. La molla descrive un moto armonico in cui la pulsazione è definita come:

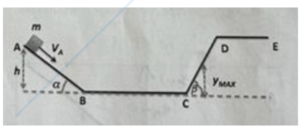
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100\,N/m}{10\,kg}} = 3.16\,rad/s$$

da cui è possibile ricavare il periodo del moto:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.16\,rad/s} = 1.99\,s$$

Esercizio 3

Un corpo di massa $m = 12\,kg$ scivola lungo la rotaia ABCDE rappresentata in figura (con $h = 5.2\,m$, $\alpha = 40°$ e $\beta = 60°$). La rotaia è liscia tranne il lato AB in cui il coefficiente di attrito dinamico vale $\mu_d = 0.35$. Il corpo parte dal punto A con velocità iniziale $v_A = 2\ m/s$.



a. Calcolare l'accelerazione del corpo nel tratto AB, a_{AB}

b. Calcolare la velocità del corpo v_B in B

c. Calcolare fino a che quota y_{MAX} lungo il tratto CD arriva il corpo prima di fermarsi

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

a. Nel tratto AB, il corpo è soggetto alla forza peso, alla forza di attrito dinamico che si oppone al moto e alla forza normale. A contribuire al moto del corpo sono la forza di attrito e la componente parallela al piano della forza peso; scriviamo la risultante delle forze lungo il piano e la ugualiamo alla seconda legge della dinamica:

$$Fp_{//} - F_{att} = ma$$

$$mg \sin\alpha - \mu_d mg = ma$$

$$a = g \sin\alpha - \mu_d g = 9.8\, m/s^2 * \sin 40° - 0.35 * 9.8\, m/s^2 = 2.87\, m/s^2$$

b. Utilizziamo l'equazione del moto accelerato senza il tempo:

$$2a\overline{AB} = v_B^2 - v_A^2$$

$$v_b = \sqrt{2a\frac{h}{\sin\alpha} + v_a^2} = \sqrt{2 * 2.87\, m/s^2 * \frac{5.2\, m}{\sin 40°} + 2^2\, m/s} = 7.10\, m/s$$

c. Poichè lungo il tratto BC non c'è attrito, il corpo si muove di moto rettilineo uniforme con velocità costante $v_B = 7.10\, m/s$. Calcoliamo l'altezza mazzima raggiunta nel tratto CD tramite conservazione dell'energia in quanto anche in tale tratto non vi è attrito. Quindi:

$$K_i = U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 = mg y_{MAX}$$

$$y_{MAX} = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{7.10^2\, m/s}{2 * 9.8\, m/s^2} = 2.57m$$

Esercizio 4

Un iceberg galleggia in mare. La densità dell'acqua è $\rho_a = 1024 kg/m^3$ e la parte immersa dell'iceberg è il 90% del volume totale. Calcolare la densità del ghiaccio.

Sfruttiamo il principio di Archimede: il corpo galleggia sulla superficie dell'acqua, ma il suo baricentro è immerso, quindi la forza peso ugualia quella di Archimede. Svolgendo i seguenti passaggi matematici si conclude che:

$$Fp = F_A$$

$$m_G g = \rho_{H_2O} V_{G\, imm} g$$

$$\rho_G V_{G\, tot} = \rho_{H_2O} 90\% V_{G\, tot}$$

$$\rho_G = \rho_{H_2O} 90\% = 1024\, kg/m^3 * 90\% = 921.6\, kg/m^3$$

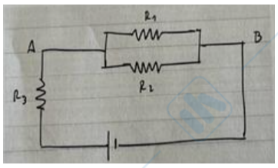
Esercizio 5

Un circuito elettrico è costituito da due resistenze poste in parallelo tra loro, rispettivamente $R_1 = 20\Omega$ e $R_2 = 40\Omega$, ed a loro volta poste in serie ad una resistenza $R_3 = 10\Omega$. Se la differenza di potenziale tra i punti A e B del circuito vale $\Delta V_{AB} = 4.5V$, calcolare:

a. La resistenza equivalente del circuito

b. La corrente che passa in ogni resistenza

c. La potenza totale dissipata dal circuito



a. Per calcolare la resistenza equivalente del circuito, sommiamo le resistenze in serie con il reciproco della somma delle resistenze in parallelo:

$$R_{eq} = R_3 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = 10\,\Omega + \left(\frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{40\,\Omega}\right)^{-1} = 23.3\,\Omega$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

b. É possibile calcolare la corrente che passa in R_3 sapendo che, per la legge di Kirchhoff, in resistenze in serie vale che $\Delta V = \Delta V_1 = ... = \Delta V_n$, quindi $\Delta V_{AB} = \Delta V_3$. Per la prima legge di Ohm abbiamo:

$$i_3 = \frac{\Delta V_3}{R_3} = \frac{4.5\,V}{10\,\Omega} = 0.45\,A$$

Per i resistori in parallelo invece avremo che $\Delta V = \Delta V_1 + ... + \Delta V_n$ e che $i_1 = ... = i_n$ quindi possiamo scrivere che:

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Delta V_{AB} = R_1 i + R_2 i$$

$$i_1 = i_2 = \frac{\Delta V_{AB}}{R_1 + R_2} = \frac{4.5\,V}{20\,\Omega + 40\,\Omega} = 0.075\,A$$

c. La potenza totale dissipata dal circuito è la somma delle potenze disipate dalle resistenze.

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2 + R_3 i_3^2 = (R_1 + R_2) i_1^2 + R_3 i_3^2 =$$

$$= (20\,\Omega + 40\,\Omega) 0.075^2\,A + 10\,\Omega * 0.45^2\,A = 2.36\,W$$

Esercizio 6

Tramite una carica di prova q si misura l'intensità del un campo elettrico generato da una carica Q ad una distanza $d = 10cm$ dalla carica stessa. Si rileva un campo elettrico $E = 2N/C$.
(Si usi il valore numerico della costante $k = 9 * 10^9 Nm^2/C^2$)

a. Qual è il valore della carica Q che ha generato il campo elettrico?

b. La carica di prova influenza il campo elettrico? (motivare la risposta)

a. Dalla definizione del campo elettrico possimao calcolare sia la carica q, sia la forza esercitata su di essa, in questo modo abbiamo tutti i dati necessari per trovare la carica che genera il campo con la legge di Coulomb.

$$E = \frac{F}{q} = \frac{kq}{d^2}$$

$$q = \frac{Ed^2}{k} = \frac{2\,N/C * 0.10^2\,m}{9 * 10^9\,Nm^2/C^2} = 2.2 * 10^{-12}\,C$$

$$F = Ed = 2\,N/C * 2.2 * 10^{-12}\,C = 4.4 * 10^{-12}\,N$$

$$F = k\frac{qQ}{d^2} \rightarrow Q = \frac{Fd^2}{kq} = \frac{4.4 * 10^{-12}\,N * 0.10^2\,m}{9 * 10^9\,Nm^2/C^2 * 2.2 * 10^{-12}\,C} = 2.2 * 10^{-12}\,C$$

b. La carica di prova non influenza il campo elettrico. Il campo infatti è una modificazione dello spazio attorno a una o più cariche generatrici del campo stesso (Nel nostro caso la carica Q) e la carica di prova risente della presenza del campo. Ciò vuol dire che se si utilizza una carica generatrice che è la metà di quella utilizzata per rilevare e misurare il campo, allora la forza percepita da quest'ultima sarà anch'essa la metà, dunque il loro rapporto sarà sempre costante e pari al valore del coampo elettrico.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari