EQUILIBRIO STATICO DEL CORPO RIGIDO

Per un corpo rigido inizialmente in quiete si ha equilibrio statico se:

$\vec{R} = m\vec{a}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{CM} = 0 \Rightarrow$ equilibrio statico del centro di massa

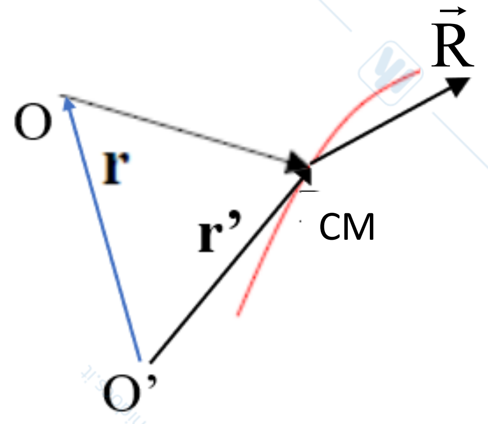
$\vec{M} = 0$ rispetto a qualsiasi polo $\Rightarrow \vec{\omega} = 0 \Rightarrow$ non si ha moto rotatorio

Per un corpo rigido inizialmente in quiete si ha equilibrio statico se:

$\vec{R} = m\vec{a}_{CM} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{CM} = 0 \Rightarrow$ equilibrio statico del centro di massa

$\vec{M} = 0$ rispetto a qualsiasi polo $\Rightarrow \vec{\omega} = 0 \Rightarrow$ non si ha moto rotatorio

N.B. se $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{M}$ è indipendente dal polo $\Rightarrow$ se $\vec{M} = 0$ rispetto ad un dato polo, lo è rispetto a qualsiasi polo

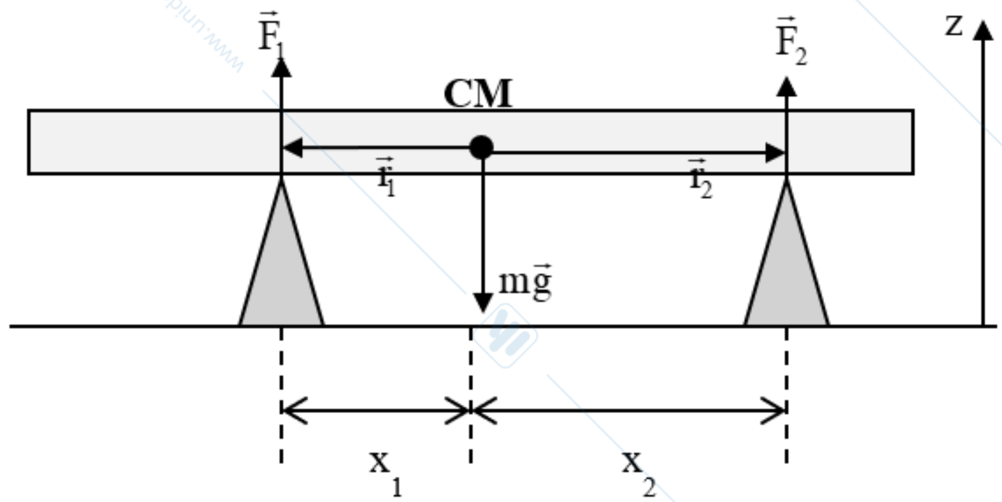


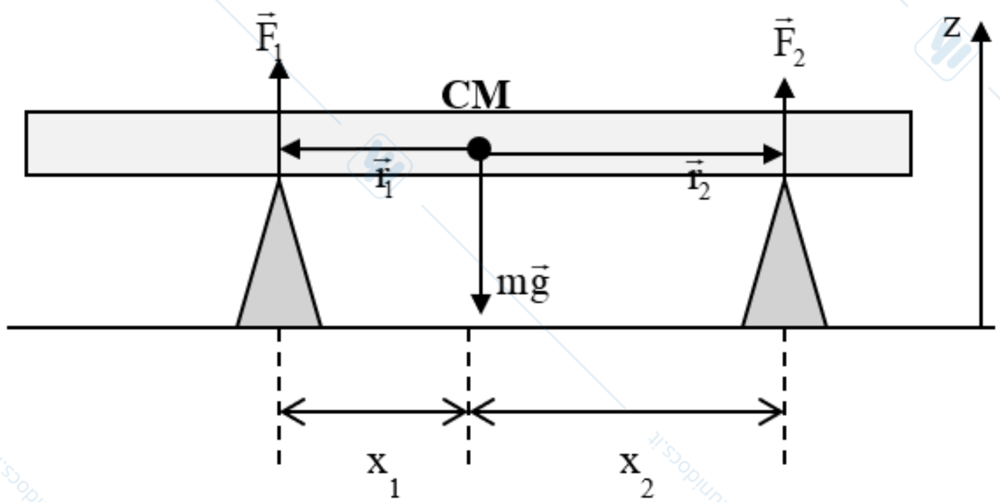
$$\begin{cases} \vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{R} \\ \vec{M}_{O'} = \vec{r}\,' \times \vec{R} = (\overrightarrow{O'O} + \vec{r}) \times \vec{R} = \vec{r} \times \vec{R} + \overrightarrow{O'O} \times \vec{R} = \vec{M}_O + \overrightarrow{O'O} \times \vec{R} \end{cases}$$

Se $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{M}_O = \vec{M}_{O'}$

Esempio – Asta orizzontale in equilibrio statico

Un'asta omogenea orizzontale in quiete è appoggiata su due supporti. Determinare i moduli delle reazioni vincolari F_1 e F_2 dei due supporti



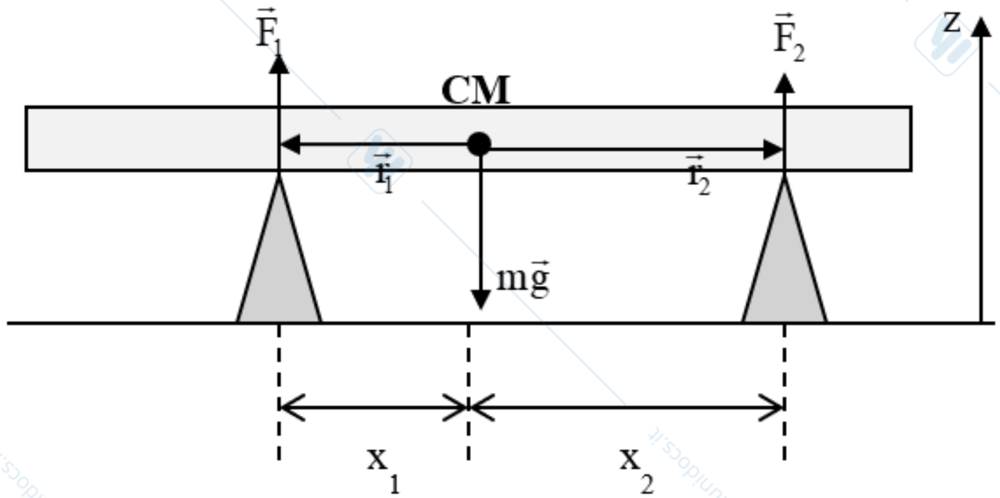


1) Condizione $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = mg$ (avendo proiettato lungo l'asse z)

2) Condizione $\sum_i \vec{M}_{CM,i} = 0 \Rightarrow \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow x_1F_1 = x_2F_2$

avendo preso come polo su cui calcolare i momenti delle forze il centro di massa dell'asta omogenea

$$\begin{cases} F_1 + F_2 = mg \\ x_1F_1 = x_2F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = mg - F_1 \\ x_1F_1 = x_2F_2 = x_2(mg - F_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = mg - F_1 \\ x_1F_1 + x_2F_1 = x_2mg \end{cases}$$



$$\begin{cases} F_1 + F_2 = mg \\ x_1F_1 = x_2F_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = mg - F_1 \\ x_1F_1 = x_2F_2 = x_2(mg - F_1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = mg - F_1 \\ x_1F_1 + x_2F_1 = x_2mg \end{cases}$$

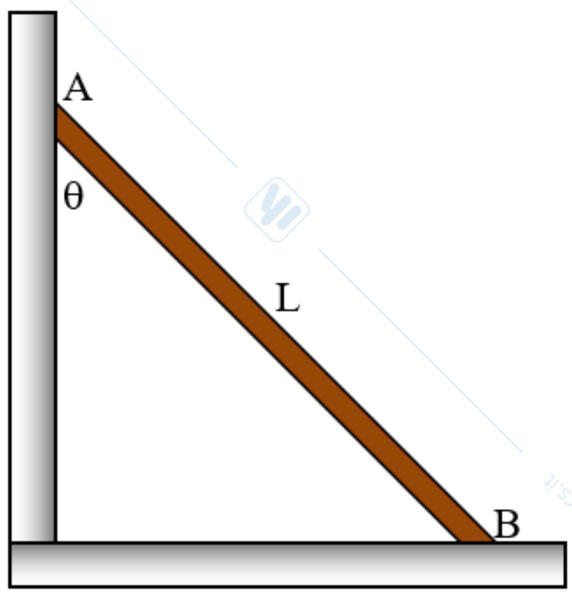
$$\Downarrow$$

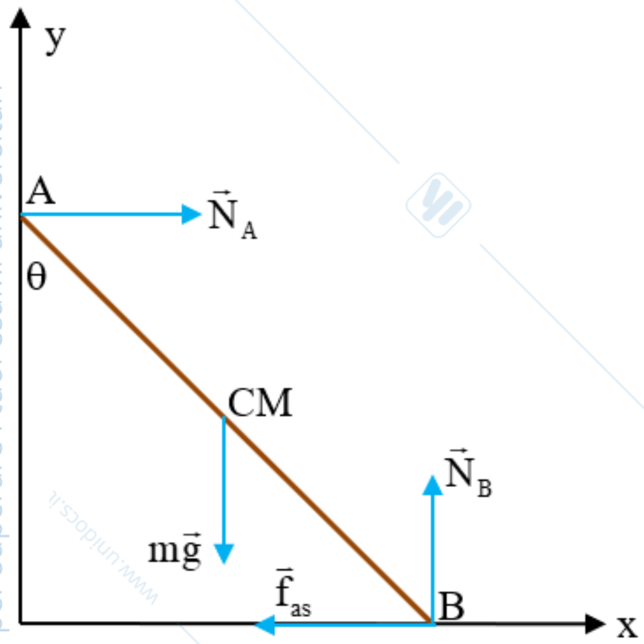
$$F_1 = \frac{x_2}{x_1 + x_2} mg \quad , \quad F_2 = \frac{x_1}{x_1 + x_2} mg$$

Esempio 3 – Scala in equilibrio statico

Una scala omogenea di massa m e lunghezza L è appoggiata con un estremo A ad un muro verticale e con l'altro estremo B al suolo (orizzontale). Tra la scala e il suolo c'è attrito statico caratterizzato dal coefficiente di attrito statico μ_s, mentre tra la scala e il muro verticale non c'è attrito.

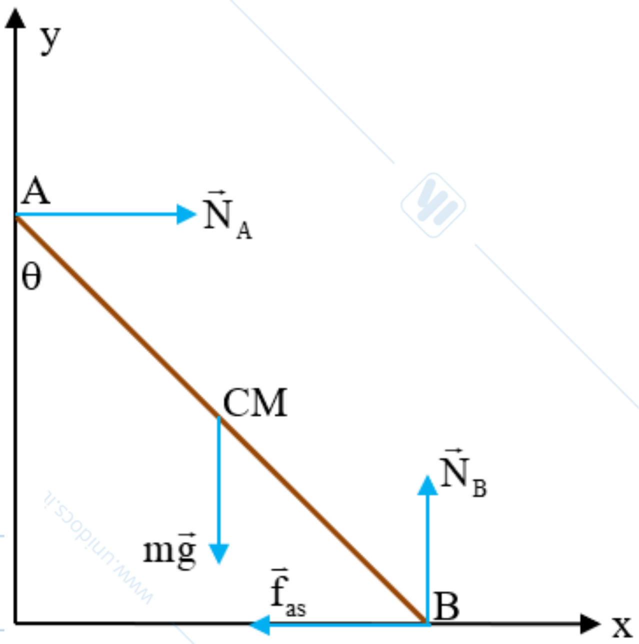
1) Determinare qual è il massimo angolo θ_{max} tra la scala e il muro verticale tale per cui la scala risulta ancora ferma





Sulla scala agiscono le seguenti 4 forze:

- le due reazioni vincolari $\vec{N}_A$ e $\vec{N}_B$,
- la forza peso $m\vec{g}$ applicata nel CM della scala
- la forza di attrito statico $\vec{f}_{as}$.

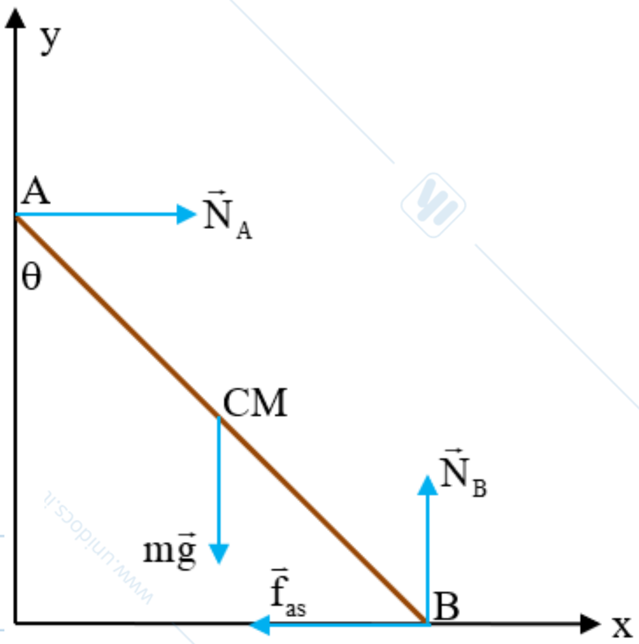


Sulla scala agiscono le seguenti 4 forze:

- le due reazioni vincolari $\vec{N}_A$ e $\vec{N}_B$,
- la forza peso $m\vec{g}$ applicata nel CM della scala
- la forza di attrito statico $\vec{f}_{as}$.

1) Condizione $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{N}_A + \vec{N}_B + m\vec{g} + \vec{f}_{as} = 0$

che proiettata lungo gli assi x e y da luogo a: $\begin{cases} N_A - f_{as} = 0 \\ N_B - mg = 0 \end{cases}$



Sulla scala agiscono le seguenti 4 forze:

- le due reazioni vincolari $\vec{N}_A$ e $\vec{N}_B$,
- la forza peso $m\vec{g}$ applicata nel CM della scala
- la forza di attrito statico $\vec{f}_{as}$.

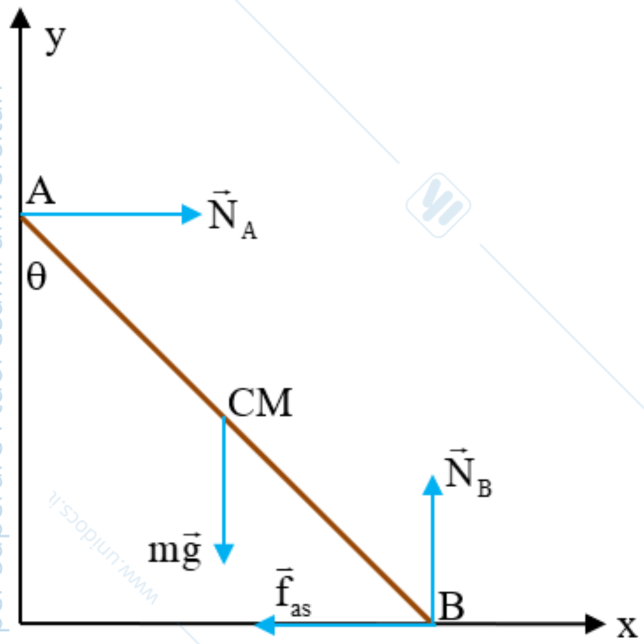
1) Condizione $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{N}_A + \vec{N}_B + m\vec{g} + \vec{f}_{as} = 0$

che proiettata lungo gli assi x e y da luogo a: $\begin{cases} N_A - f_{as} = 0 \\ N_B - mg = 0 \end{cases}$

2) Condizione $\sum_i \vec{M}_{B,i} = 0 \Rightarrow \vec{L} \times \vec{N}_A + \frac{\vec{L}}{2} \times m\vec{g} = 0 \Rightarrow LN_A \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \frac{L}{2} mg \sin(\pi - \theta)$

avendo preso come polo su cui calcolare i momenti delle forze l'estremo B della scala omogenea

$\Rightarrow LN_A \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \frac{L}{2} mg \sin(\pi - \theta) \Rightarrow LN_A \cos(\theta) = \frac{L}{2} mg \sin(\theta)$



$$\vec{R} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N_A - f_{as} = 0 \\ N_B - mg = 0 \end{cases}$$

$$\sum_i \vec{M}_{B,i} = 0 \Rightarrow LN_A \cos(\theta) = \frac{L}{2} mg \sin(\theta)$$

$$\Downarrow$$

$$N_A = \frac{1}{2} mg \cdot tg(\theta) = f_{as} \leq \mu_s N_B = \mu_s mg$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2} tg(\theta) \leq \mu_s \Rightarrow tg(\theta) \leq 2\mu_s \Rightarrow \theta \leq arctg(2\mu_s)$$

$$\Downarrow$$

$$\theta_{max} = arctg(2\mu_s)$$