CAP 1

PRODOTTO SCALARE: grandezza scalare $A \cdot B \cos\theta$ (modulo)
$= 0$ se vettori $\perp$

PRODOTTO VETTORIALE: grandezza vettoriale $A \cdot B \sin\theta$ (modulo)
$= 0$ se vettori $//$
direz: $\perp$ al piano verso: mano destra
Area $\square$ per lati i vettori

CAP 2-3

1 DIMENS

$v = \frac{x_f - x_i}{t}$ $\quad a = \frac{v_f - v_i}{t}$

- VEL COST : $x_f = x_i + vt$ $\quad (a = 0)$ $(v = cost)$

- ACC COST → vel: $v_f = v_i + at$ $\quad (a = cost)$

posiz:
$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$ (con v_f) (senza a)
$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}at^2$ (con a) senza v_f

velocità: $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$ (senza t)

2 DIMENSIONI

VELOCITÀ: $v_f = v_i + at$

$(v_{ix} + a t_x) + (v_{iy} + a t_y)$

POSIZIONE: $x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$

PROIETTILE

$V_x = V\cos\theta$ $\quad V_y = V\sin\theta$
$a_x = 0$ $\quad a_y = -g$

velocità
x_0: $v_{xf} = v_{xi} = v_i \cos\theta_i =$ costante
y_0: $v_{yf} = v_{yi} - gt = v_i \operatorname{sen}\theta_i - gt$

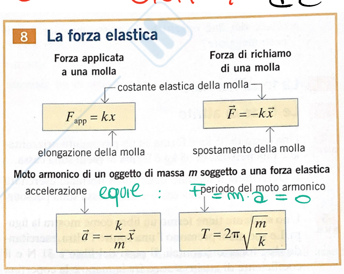
x_0: $x_f = x_i + v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t$
y_0: $y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_i \operatorname{sen}\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$
posizione

h MAX: $\frac{v_i^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$

R (gittata): $\frac{v_i^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}$

MOTO CIRCOL. UNIF: $a_c = \frac{v^2}{r}$ $\quad a_r = -a_c$ $\quad T = \frac{2\pi r}{v}$

CAP 4 - 5



$L = \frac{1}{2}at^2$

$L_F + L_{att} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$

1 -

- Se un corpo non interagisce con altri corpi, è possibile identificare un sistema di riferimento nel quale il corpo ha accelerazione nulla

1

n assenza di forze esterne, quando visto da un sistema di riferimento inerziale, un oggetto in quiete rimarrà in quiete e un oggetto in moto persevererà nello stato di moto con velocità costante (vale a dire moto rettilineo a velocità costante).

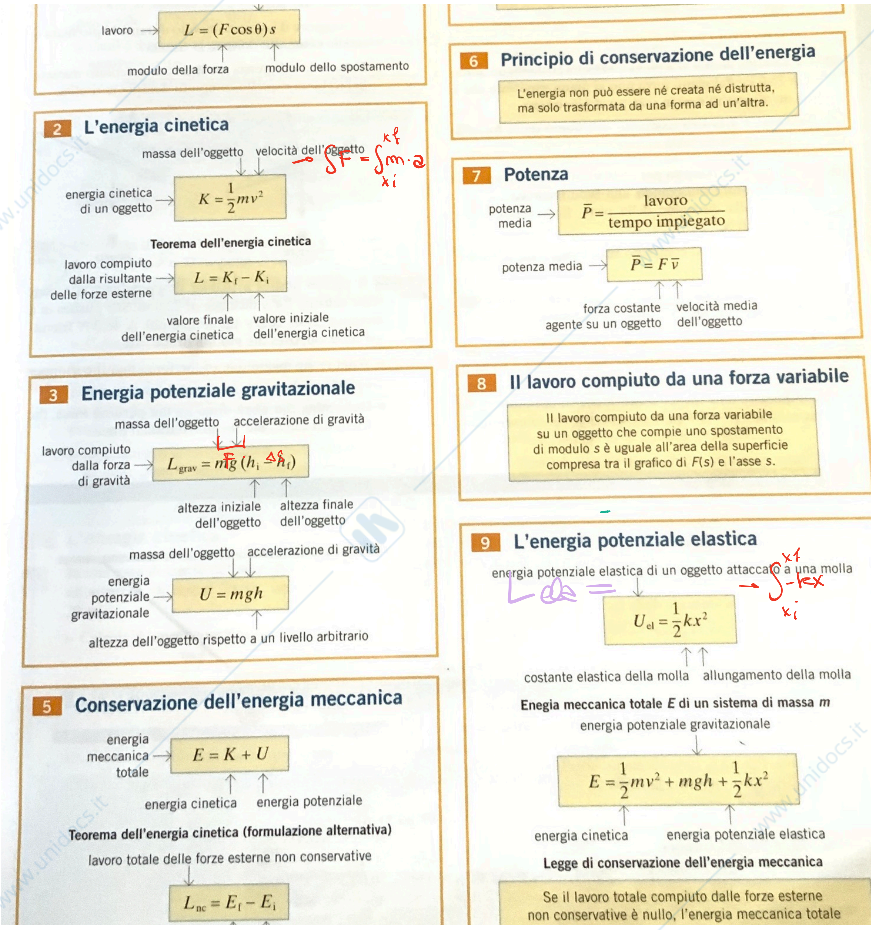
2

- Se osservato da un sistema di riferimento inerziale, l'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso e inversamente proporzionale alla sua massa.

3

- Se due corpi interagiscono, la forza esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in modulo e direzione ma di verso opposto alla forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1: $F_{1-2} = -F_{21}$

CAP 6-7



lavoro → $L = (F\cos\theta)s$
modulo della forza — modulo dello spostamento

2 L'energia cinetica

massa dell'oggetto — velocità dell'oggetto $\rightarrow \int F = \int_{x_i}^{x_f} m \cdot a$

energia cinetica di un oggetto → $K = \frac{1}{2}mv^2$

Teorema dell'energia cinetica

lavoro compiuto dalla risultante delle forze esterne → $L = K_f - K_i$

valore finale dell'energia cinetica — valore iniziale dell'energia cinetica

3 Energia potenziale gravitazionale

massa dell'oggetto — accelerazione di gravità

lavoro compiuto dalla forza di gravità → $L_{grav} = mg(h_i - h_f)$

altezza iniziale dell'oggetto — altezza finale dell'oggetto

massa dell'oggetto — accelerazione di gravità

energia potenziale gravitazionale → $U = mgh$

altezza dell'oggetto rispetto a un livello arbitrario

5 Conservazione dell'energia meccanica

energia meccanica totale → $E = K + U$

energia cinetica — energia potenziale

Teorema dell'energia cinetica (formulazione alternativa)

lavoro totale delle forze esterne non conservative

$L_{nc} = E_f - E_i$

6 Principio di conservazione dell'energia

L'energia non può essere né creata né distrutta, ma solo trasformata da una forma ad un'altra.

7 Potenza

potenza media → $\bar{P} = \frac{\text{lavoro}}{\text{tempo impiegato}}$

potenza media → $\bar{P} = F\bar{v}$

forza costante agente su un oggetto — velocità media dell'oggetto

8 Il lavoro compiuto da una forza variabile

Il lavoro compiuto da una forza variabile su un oggetto che compie uno spostamento di modulo s è uguale all'area della superficie compresa tra il grafico di $F(s)$ e l'asse s.

9 L'energia potenziale elastica

energia potenziale elastica di un oggetto attaccato a una molla $\rightarrow \int_{x_i}^{x_f} -kx$

$L_{el} =$

$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

costante elastica della molla — allungamento della molla

Enegia meccanica totale E di un sistema di massa m

energia potenziale gravitazionale

$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2$

energia cinetica — energia potenziale elastica

Legge di conservazione dell'energia meccanica

Se il lavoro totale compiuto dalle forze esterne non conservative è nullo, l'energia meccanica totale

teor:

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx = \int_{x_i}^{x_f} ma$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}\,dx =$$

$$\int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} =$$

$$\int mv\,dv = \frac{1}{2}mv^2\Big|_{v_i}^{v_f}$$

3 OSE PRINCIP.

- somma lavoro (es L_{el} + att...) $= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$
- $K_i + U_i = K_f + U_f$ E MECC
- $E = K + U + U_{elast}$ E MECC TOT

se c'è att: $\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = f_{att}$

CAP 8

QUANT MOTO e URTI

1 L'impulso di una forza

impulso — forza media

$$\vec{I} = \vec{\bar{F}}\Delta t = mv$$

intervallo di tempo durante il quale la forza agisce

2 La quantità di moto

quantità di moto di un corpo — velocità del corpo

$$\vec{q} = m\vec{v}$$

massa del corpo

Teorema dell'impulso

impulso

$$(\sum\vec{\bar{F}})\Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

quantità di moto finale — quantità di moto iniziale

3 La conservazione della quantità di moto

Legge di conservazione per due corpi in un sistema isolato

$$m_1\vec{v}_{f1} + m_2\vec{v}_{f2} = m_1\vec{v}_{i1} + m_2\vec{v}_{i2}$$

quantità di moto totale finale — quantità di moto totale iniziale

5 Urti in due dimensioni

Conservazione della quantità di moto per due corpi che si urtano

$$m_1\vec{v}_{f1x} + m_2\vec{v}_{f2x} = m_1\vec{v}_{i1x} + m_2\vec{v}_{i2x}$$

componente x della quantità di moto totale finale — componente x della quantità di moto totale iniziale

$$m_1\vec{v}_{f1y} + m_2\vec{v}_{f2y} = m_1\vec{v}_{i1y} + m_2\vec{v}_{i2y}$$

componente y della quantità di moto totale finale — componente y della quantità di moto totale iniziale

6 Il centro di massa

Sistema formato da più particelle su una retta

ascissa delle particelle

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_nx_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n}$$

ascissa del centro di massa — massa delle particelle

Sistema formato da più particelle su un piano

ascissa del centro di massa

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + ... + m_nx_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + ... + m_ny_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n}$$

ordinata del centro di massa

Velocità del centro di massa per un sistema di due particelle

velocità delle particelle

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

velocità del centro di massa — massa delle particelle

7 Energia disponibile durante un urt

Sistema formato da due particelle che si urtano

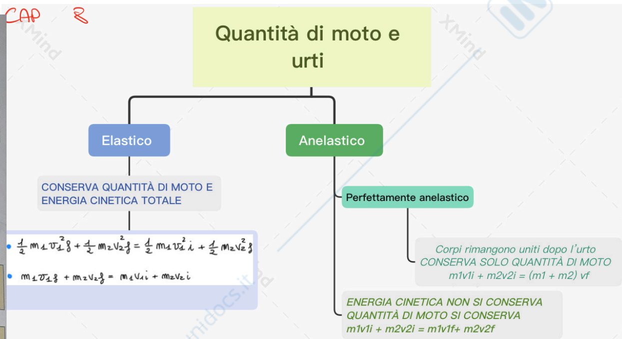
energia disponibile — velocità relativa tra le due particelle

$$K = \frac{1}{2}m_rv_r^2$$

massa ridotta del sistema

$$m_r = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_r = v_1 + v_2$$



→ QUANTIT MOTO:

$$F_{1-2} = F_{2-1}$$

$$m_1a_1 + m_2a_2 = 0$$

$$m\frac{dv}{dt} + m\frac{dv}{dt} = 0$$

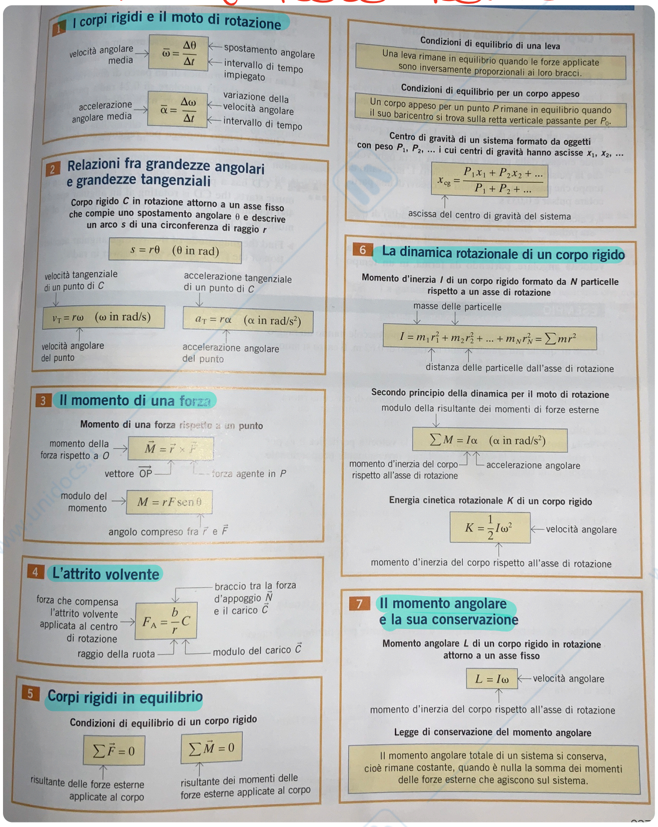
$$\frac{d(mv)}{dt} + \frac{d(mv)}{dt} = 0$$

$$p = mv$$

$$M \cdot L \cdot T^{-1} = kg \cdot m/s$$

CAP 10 MOTO ROTAZ

$\vec{F} = \vec{\tau}$ $\quad m = I$ $\quad \vec{a} = \vec{\alpha}$ $\quad \vec{v} = \vec{\omega}$



1 I corpi rigidi e il moto di rotazione

velocità angolare media → $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ ← spostamento angolare; ← intervallo di tempo impiegato

accelerazione angolare media → $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ← variazione della velocità angolare; ← intervallo di tempo

2 Relazioni fra grandezze angolari e grandezze tangenziali

Corpo rigido *C* in rotazione attorno a un asse fisso che compie uno spostamento angolare θ e descrive un arco *s* di una circonferenza di raggio *r*

$s = r\theta \quad (\theta \text{ in rad})$

velocità tangenziale di un punto di *C*: $v_T = r\omega \quad (\omega \text{ in rad/s})$; velocità angolare del punto

accelerazione tangenziale di un punto di *C*: $a_T = r\alpha \quad (\alpha \text{ in rad/s}^2)$; accelerazione angolare del punto

3 Il momento di una forza

Momento di una forza rispetto a un punto

momento della forza rispetto a *O* → $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ (vettore $\overrightarrow{OP}$; forza agente in *P*)

modulo del momento → $M = rF \operatorname{sen}\theta$ (angolo compreso fra $\vec{r}$ e $\vec{F}$)

4 L'attrito volvente

forza che compensa l'attrito volvente applicata al centro di rotazione → $F_A = \frac{b}{r} C$ (braccio tra la forza d'appoggio $\vec{N}$ e il carico $\vec{C}$; raggio della ruota; modulo del carico $\vec{C}$)

5 Corpi rigidi in equilibrio

Condizioni di equilibrio di un corpo rigido

$\sum \vec{F} = 0$ — risultante delle forze esterne applicate al corpo

$\sum \vec{M} = 0$ — risultante dei momenti delle forze esterne applicate al corpo

Condizioni di equilibrio di una leva

Una leva rimane in equilibrio quando le forze applicate sono inversamente proporzionali ai loro bracci.

Condizioni di equilibrio per un corpo appeso

Un corpo appeso per un punto *P* rimane in equilibrio quando il suo baricentro si trova sulla retta verticale passante per P_0.

Centro di gravità di un sistema formato da oggetti con peso P_1, P_2, ... i cui centri di gravità hanno ascisse x_1, x_2, ...

$$x_{cg} = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \ldots}{P_1 + P_2 + \ldots}$$

ascissa del centro di gravità del sistema

6 La dinamica rotazionale di un corpo rigido

Momento d'inerzia *I* di un corpo rigido formato da *N* particelle rispetto a un asse di rotazione

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_N r_N^2 = \sum m r^2$$

masse delle particelle; distanza delle particelle dall'asse di rotazione

Secondo principio della dinamica per il moto di rotazione

$$\sum M = I\alpha \quad (\alpha \text{ in rad/s}^2)$$

modulo della risultante dei momenti di forze esterne; momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione; accelerazione angolare

Energia cinetica rotazionale *K* di un corpo rigido

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

velocità angolare; momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione

7 Il momento angolare e la sua conservazione

Momento angolare *L* di un corpo rigido in rotazione attorno a un asse fisso

$$L = I\omega$$

velocità angolare; momento d'inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione

Legge di conservazione del momento angolare

Il momento angolare totale di un sistema si conserva, cioè rimane costante, quando è nulla la somma dei momenti delle forze esterne che agiscono sul sistema.

$F = ma \qquad \tau = I\alpha$

$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \qquad E_{GR} = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\sum F_{est} = ma \qquad \sum \vec{\tau} = I\alpha$

infinitesimo

$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad dL = \vec{\tau} \cdot d\theta$

$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$

$W = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2$

$p = mv \qquad \vec{L} = I\vec{\omega} = I \cdot r$

$\vec{p}_i = \vec{p}_f \qquad \vec{L}_i = \vec{L}_f$

- CENTRO MASSA: dove si pensa che idealm. sia concentrata la massa in modo che si comporti da PUNTIFORME
- CENTRO GRAVITÀ: punto oggetto in cui possiamo immaginare che Fg agisca tutta (corpo appeso)
- MOM INERZIA I: misura grado opposizione del corpo alla variazione della τ angol
- MOM FORZA (τ): tendenza F a far ruotare il corpo attorno ad un centro di ASSE, forma o

Il **momento angolare** di un punto materiale è una grandezza della Dinamica rotazionale definita dal prodotto vettoriale tra il vettore posizione e il vettore quantità di moto; è il corrispondente rotazionale della quantità di moto e viene anche detto *momento della quantità di moto*.

CAP 11 KEPLERO

1° legge: le orbite dei pianeti attorno al sole sono ELLITTICHE e il SOLE occupa uno dei due fuochi $a^2 = b^2 + c^2 \to e = \frac{c}{a}$

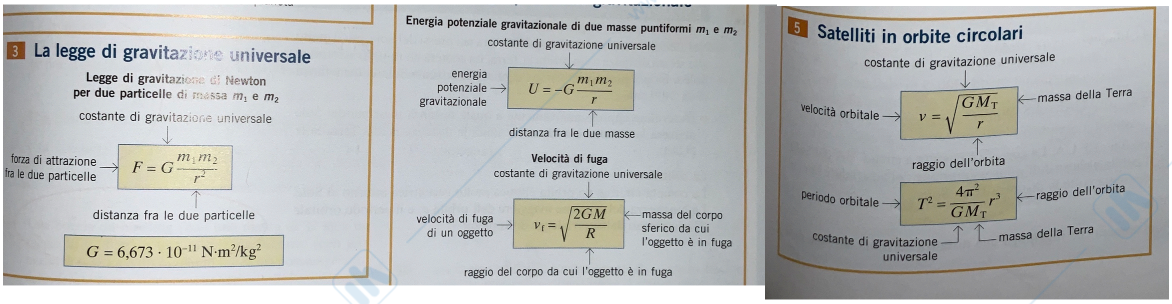
2° legge: il raggio vettore tracciato dal SOLE spazza AREE uguali in intervalli di tempo uguali

$$\to \tau = r \times p = (r \times v)M = cost \to dA = \frac{1}{2}|\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2}|\underbrace{\vec{r} \times \vec{r}dt}_{V/MP}| =$$

$$= \frac{dA}{dt} = \frac{L}{2MP} = \text{costante}$$

3° legge: il quadrato dei periodi orbitali di ogni pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita ellittica

$$F_g = G\frac{M_1 M_2}{r^2} = m \cdot a \to \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{r} \to G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \to T^2 = \underbrace{\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)}_{kps} r^3 = cost$$

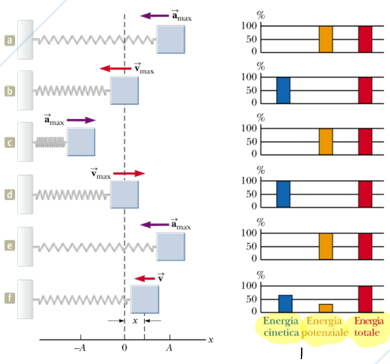


CAP 12 (pendolo) e molla

- $F_s = -kx = ma$
- $a = w^2 x$
- $w^2 = \frac{k}{m}$
- $v = w\sqrt{A^2 - x^2}$
- $v = -wA\sin(wt + \phi)$
- $a = -w^2 A\cos(wt + \phi)$
- $x = A\cos(wt + \phi)$
- $T = \frac{2\pi}{w}$ $\quad f = \frac{w}{2\pi}$
- $E = \frac{1}{2}kA^2$
- $w = \sqrt{\frac{g}{L}}$
- $w = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ $\quad I \to$ MOM INERZ
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

PENDOLO SEMPL e FISICO

- $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
t	x	v	$-\omega^2 x$	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}kx^2$

CAP 15

POMPA IDRAUL.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

1 Elementi di statica dei fluidi

massa della sostanza

densità di una sostanza → $\rho = \frac{m}{V}$ ← volume della sostanza

forza perpendicolare alla superficie

pressione esercitata da una forza → $p = \frac{F}{A}$ ← area della superficie

Principio di Pascal

Qualunque variazione di pressione in un fluido contenuto in un recipiente chiuso è trasmessa inalterata a tutti i punti del fluido e delle pareti del recipiente.

Legge di Stevino

accelerazione di gravità

pressione in un punto di un liquido → $p = \rho g h$

densità del liquido — profondità del punto

Principio di Archimede

Un corpo immerso in un fluido subisce una forza F_I diretta verso l'alto (spinta idrostatica o di Archimede) avente intensità uguale al peso del volume di fluido spostato (P_{fluido}):

$$F_I = P_{fluido}$$

Criterio di galleggiamento

Un oggetto immerso in un fluido:

- galleggia quando la sua densità è minore o uguale a quella del fluido;
- affonda quando la sua densità è maggiore di quella del fluido.

$B = \rho_{fl}\, g\, V_{spos} \rightarrow \frac{V_{spos}}{V_{ogg}} = \frac{\rho_{ogg}}{\rho_{spos}}$

2 Fluidi in movimento

Flusso stazionario

Il flusso è stazionario quando la velocità delle particelle del fluido in un dato punto rimane costante nel tempo.

Fluido ideale

Un fluido ideale è incomprimibile e non viscoso.

+ stazion e irrotaz.

3 L'equazione di continuità

area di una sezione trasversale del condotto

Portata di massa = $\rho A v$ ← velocità del fluido

densità del fluido

Equazione di continuità

La quantità di fluido che entra in un condotto senza sorgenti né pozzi, è uguale a quella che esce, cioè la portata di massa ($\rho A v$) ha lo stesso valore in due punti qualsiasi 1 e 2 del condotto:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Per un fluido incomprimibile la sua densità di massa è uguale in tutti i punti, quindi l'equazione di continuità diventa

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Q = portata volumetrica = Av

4 Equazione di Bernoulli

$F = P \cdot A \quad L = F \cdot sp = P \cdot A \cdot x = P \cdot V$

$U = mgy - mgy$

$k = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v^2$

Quando il flusso di fluido ideale con densità ρ è stazionario, la pressione p, il modulo della velocità v e la quota y in due punti qualunque 1 e 2 del fluido sono legate dalla relazione

$$\cancel{p}_1 + \cancel{\tfrac{1}{2}}\rho v_1^2 + \cancel{\rho} g y_1 = \cancel{p}_2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}\rho v_2^2 + \cancel{\rho} g y_2$$

$\rightarrow P \cdot V = \frac{1}{2} \frac{m}{V}$ ....

5 Applicazioni dell'equazione di Bernoulli

Effetto Venturi

Per un fluido che scorre in una conduttura orizzontale, se la velocità del fluido aumenta, la pressione diminuisce, e viceversa.

Teorema di Torricelli

La velocità di efflusso v di un liquido ideale da un foro a profondità h è uguale alla velocità di un oggetto che cade liberamente dalla stessa altezza:

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

v_2 nullo, lento

6 Il flusso viscoso

Flusso viscoso e coefficiente di viscosità

Per muovere a velocità costante v uno strato di fluido viscoso di area A distante y dalla parete fissa, è necessario applicare una forza

$$F = \frac{\eta A v}{y}$$

dove η è il coefficiente di viscosità.

Equazione di Poiseuille

In un condotto di raggio R e lunghezza L, ai cui capi è mantenuta una differenza di pressione $p_2 - p_1$, un fluido con viscosità η scorre con una portata

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_2 - p_1)}{8 \eta L}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari