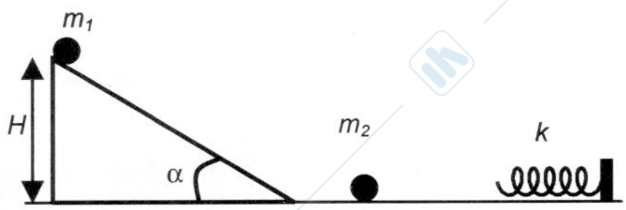
Politecnico di Milano – Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

10/5/2013
ore 16:30

FISICA (prima verifica in itinere)

Proff. Della Valle, Nisoli, Torricelli

1) Un corpo puntiforme di massa m_1, inizialmente fermo ad un'altezza H, scivola su un piano inclinato scabro (coefficiente di attrito dinamico μ_d) inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Il corpo urta in modo perfettamente anelastico un secondo corpo puntiforme di massa $m_2 = 2m_1$, fermo su un piano orizzontale liscio. Si calcoli:



5 a) la velocità con cui il corpo di massa m_1 urta il secondo corpo;

8+1 b) la massima compressione che dopo l'urto la massa m_2 imprime ad una molla di costante elastica k, posta sul piano orizzontale liscio come mostrato in figura.

8 2) Si scriva il momento angolare di una particella di massa m e si ricavi il legame con il risultante delle forze applicate.

8 3) Una pallina sta ruotando in un piano verticale lungo una circonferenza, trattenuta da un filo di lunghezza L. Si calcoli la minima velocità che la pallina deve avere nel punto più basso della traiettoria.

4) Un vagone scivola senza attrito su un piano inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Un corpo di massa m è sospeso tramite una fune ideale al soffitto del vagone, ed è in equilibrio rispetto al vagone. Si calcoli:

4 a) l'angolo formato dalla fune rispetto alla normale al piano inclinato;

4 b) la tensione del filo.

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA
- ***FIRMARE*** *l'elaborato*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate*

Es. 1 Applichiamo il thr. forze vive

$\Delta E_c = \mathcal{L}_{totale}$

ossia $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = \mathcal{L}_{nc}$

$E_{cF} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$, $E_{ci} = 0$

$E_{pf} = 0$, $E_{pi} = m_1 g H$

$\mathcal{L}_{nc} = \mu_d N \ell$ con $N = m_1 g \cos\alpha$, $\ell = \frac{H}{\sin\alpha}$

$$\frac{1}{2} \cancel{m_1} v_1^2 - \cancel{m_1} g H = -\mu_d \cancel{m_1} g H / \tan\alpha$$

$$v_1^2 = 2 g H (1 - \mu_d / \tan\alpha)$$

$$v_1 = \sqrt{2 g H (1 - \mu_d \, \mathrm{ctan}\,\alpha)}$$

Nell'urto si conserva solo la quantità di moto totale

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2 = 3 m_1 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{3} v_1$$

Nella compressione della molla agiscono tutte e sole forze conservative, quindi l'energia meccanica del sistema si conserva:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_2^2 = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{3 m_1}{K}} \frac{1}{3} v_1 = \sqrt{\frac{2 m_1 g H}{3K} (1 - \mu_d \, \mathrm{ctan}\,\alpha)}$$

Es. 2 Vedi teoria

$$\vec{\tau}_o = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}_o}{dt}$$

con $\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p}$

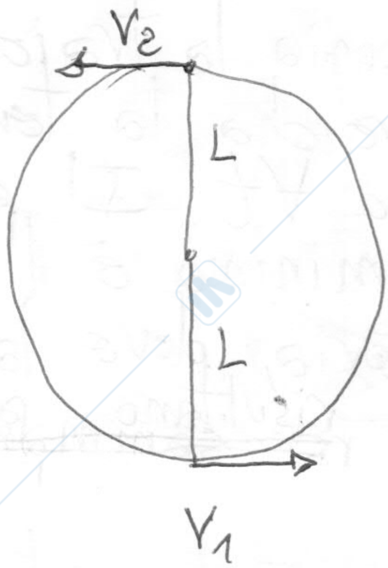
Derivando infatti la seconda equazione ad ambo i membri si ha

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Sostituendo nel II membro la I eq. cardinale della dinamica del punto materiale, $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ e notando che $\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} = \vec{v} \times \vec{p} = \vec{v} \times m\vec{v} = 0$, si ha

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Es. 3



Poiché il moto avviene sotto l'azione di forze tutte e solo conservative (forza peso, che è uniforme, e tensione del filo che è centrale) si ha che l'energia meccanica del sistema si conserva. Dunque

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + 2mgL$$

avendo posto a zero l'energia potenziale della forza peso nel punto più basso della traiettoria. Si noti inoltre che la tensione della fune non compie lavoro, quindi non contribuisce a variazioni dell'energia meccanica.

Affinchè la pallina compia la traiettoria richiesta deve accadere che la tensione della fune sia $T \geq 0 \ \forall t$. Il punto in cui la tensione è minima è il punto più alto della traiettoria, dove la tensione e la forza peso risultano parallele e concordi in verso.

In tale punto la legge della dinamica di Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ con $\vec{F}$ risultante delle forze applicate diviene

$$(T + mg)\hat{u}_N = m\, a_N \hat{u}_N$$

essendo $\hat{u}_N$ il versore normale alla traiettoria e $a_N = \frac{v_2^2}{L}$ l'acceleraz. normale. Dunque

$$T = m\left(\frac{v_2^2}{L} - g\right) \geq 0 \quad \text{sse}$$

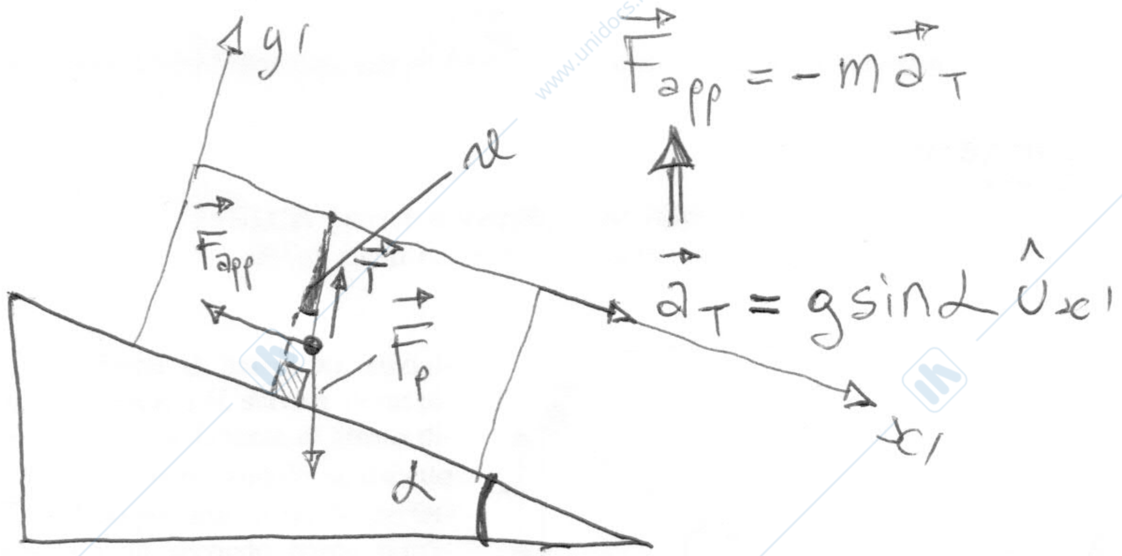
$$v_2^2 \geq gL.$$

Riprendendo la precedente equazione troviamo infine

$$v_1^2 = v_2^2 + 4gL \geq 5gL \Rightarrow v_1 \geq \sqrt{5gL}$$

4

Es. 4



Il sistema di forze $\vec{F}_p$, $\vec{T}$ e $\vec{F}_{app}$ ha risultante nulla perché nel SdR relativo il corpo è in quiete.
Se utilizziamo un SdC $x'y'$ cartesiano nel SdR relativo come in figura, avremo

$$\begin{cases} -mg\sin\alpha\, \cancel{\hat{u}_{x'}} + mg\sin\alpha\, \cancel{\hat{u}_{x'}} - T\sin\vartheta\, \cancel{\hat{u}_{x'}} = 0 \\ -mg\cos\alpha\, \cancel{\hat{u}_{y'}} + T\cos\vartheta\, \cancel{\hat{u}_{y'}} = 0 \end{cases}$$

Riscriviamo il sistema come segue:

$$\begin{cases} T\sin\vartheta = 0 \\ T\cos\vartheta = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Troviamo dalla prima $\vartheta = 0$ o $T = 0$, ma la seconda esclude il caso $T = 0$, quindi $\vartheta = 0$ e $T = mg\cos\alpha$.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari