POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Gestionale)
Prof.ssa Mara Tanelli

Anno Accademico 2013/14
Appello del 25/02/2014

COGNOME ....

NOME ....

MATRICOLA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria Gestionale **Prof.ssa Mara Tanelli**
Appello del 25 febbraio 2014

1. Si consideri il sistema dinamico lineare e tempo invariante con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -2x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 2x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) - x_2(t). \end{aligned}$$

1.1 Studiare la stabilità del sistema.

La matrice dinamica A è $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

$\lambda_i(A) = \{-2, -2\}$

Si ha quindi $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0, \forall i \iff$ SISTEMA AS. STABILE

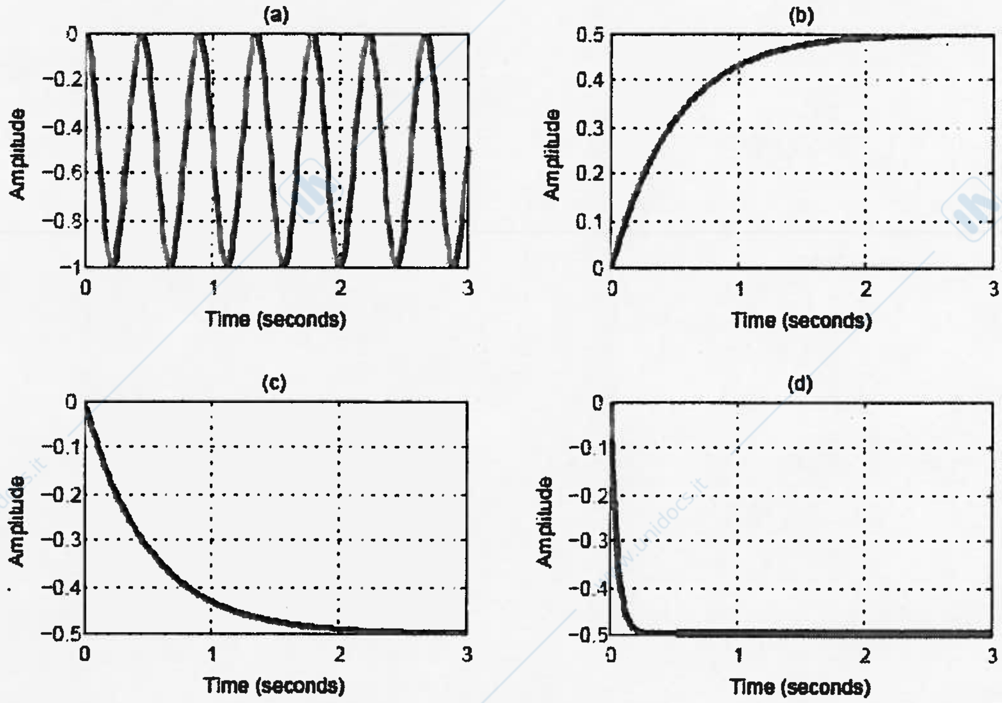
1.2 Calcolare il movimento dell'uscita del sistema associato alla condizione iniziale $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 2$ e all'ingresso costante $u(t) = \overline{u} = 2$.

$x_1(0) = 0 \Rightarrow x_1(t) = e^{-2t} x_1(0) = 0$

$x_2(0) = 2 \Rightarrow \dot{x}_2 = -2x_2 + u$

$x_2(t) = 2e^{-2t} + \int_0^t e^{-2(t-\tau)} 2\, d\tau = 1 + e^{-2t}, \; t \geq 0$

$y(t) = x_1(t) - x_2(t) = -(1 + e^{-2t}), \; t \geq 0$



1.3 Dire, motivando la risposta, quale tra le risposte ad uno scalino unitario mostrate in figura rappresenta quella relativa all'uscita forzata del sistema di cui al punto 1.1.

Il sistema ha FdT $G(s) = -\dfrac{1}{s+2}$

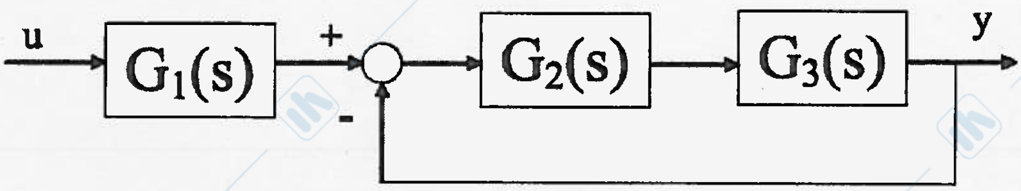
con $\mu = G(0) = -0,5$ e

$T_{ass} \simeq 5T = \dfrac{5}{|Re(polo)|} = 2,5\,s$

$\Downarrow$

Il grafico corretto è il (c)

2. Si consideri il sistema rappresentato mediante lo schema a blocchi in figura



con $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$ funzioni di trasferimento di sistemi dinamici lineari e tempo invarianti di ordine 1.

Dire, motivando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

2.1 Se la funzione di trasferimento $G_1(s)$ ha un polo reale positivo, allora il sistema con ingresso u e uscita y è instabile.

V $G_1(s)$ è connessa in serie alla retroazione di G_1 e G_2 $\Rightarrow$ i suoi poli sono poli del sistema complessivo

2.2 La stabilità asintotica di $G_2(s)$ e $G_3(s)$ è condizione necessaria perchè il sistema complessivo in figura sia asintoticamente stabile.

F G_2 e G_3 sono connesse in retroazione, quindi i loro poli non sono necessariamente poli del sistema complessivo

2.3 Determinare l'espressione della funzione di trasferimento $H(s)$ del sistema il sistema complessivo in figura in funzione di $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$.

$$H(s) = G_1 \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3}$$

2.4 Posto $G_1(s) = \frac{s+2}{s+10}$, $G_2(s) = \frac{1}{s+4}$ e $G_3(s) = \frac{s+4}{s+1}$, cacolare $H(s)$ e dire se il sistema il sistema complessivo in figura è asintoticamente stabile. Calcolare poi l'uscita di regime del sistema con funzione di trasferimento $H(s)$ a fronte dell'ingresso $u(t) = 2\text{imp(t)} - 5\sin(10\,\text{t})$.

$$H(s) = \frac{s+2}{s+10} \frac{1/s+1}{1+\frac{1}{s+1}} = \frac{1}{s+10}$$

$\lambda_{1\,NASC} = -4$

$\lambda_{2\,NASC} = -2$

H(s) ha 1 polo con Re<0 e i 2 di NASCOSTI hanno Re<0

$\Downarrow$

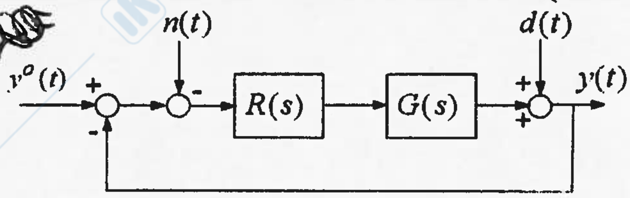
$Re(\lambda_i) < 0 \quad \forall i \Leftrightarrow$ SISTEMA AS. STABILE

$u_1 = 2\,\text{imp}(t) \rightarrow$ SISTEMA AS. STABILE con ingresso che $\rightarrow 0$

$\Downarrow y_{1\infty} = 0$

$u_2 = -5\sin(10t) \rightarrow$ APPLICO TH. RISP. in freq. (APPUNTO perché il sistema è AS-STABILE) $\rightarrow$

$$y_{2\infty} = -5 \frac{1}{10\sqrt{2}} \sin\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$$



3. Si consideri il sistema di controllo in figura, con $G(s) = \frac{10}{(s+1)(0.1s+1)}$ ed $R(s) = 0.1\frac{(s+1)}{s}$.

3.1 Si valutino: 1) la stabilità del sistema in anello chiuso; 2) il valore assoluto dell'errore a transitorio esaurito a fronte di $y^o(t) = \pm 275\,\text{sca(t)}$ e $d(t) = -67\,\text{sca(t)}$; 3) la pulsazione critica e il margine di fase del sistema in anello chiuso.

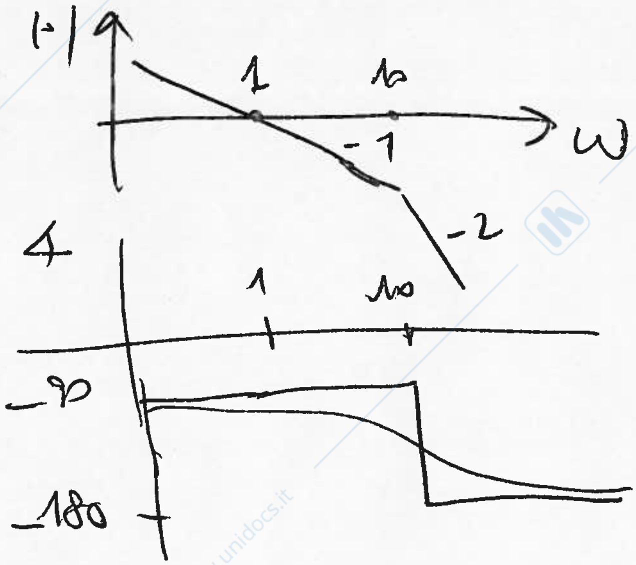
1) $L(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{0{,}1s+1}$

P=0 ⇒ vale corollario della piccola fase

$|\angle L(j\omega)| < 180° \quad \forall \omega$

$\Downarrow$

sist. in an. chiuso AS. STABILE



2) $L(s)$ di tipo 1 $\Rightarrow e_p = 0$

3) $\omega_c = 1$ $\varphi_m \simeq 90°$ (vedi diagr. Bode)

3.2 Per il sistema di controllo introdotto al punto 3.1 si dica quanto vale a regime l'ampiezza dell'uscita $y(t)$ con $y^o(t) = 0$ e $d(t) = 0$ a fronte di un disturbo in retroazione $n(t)$ pari a:
1) $n(t) = \text{sca(t)}$
2) $n(t) = A\sin(0.1\,t)$
3) $n(t) = B\sin(100\,t)$.

$n \to y$ $\quad -F(s) = -\dfrac{L}{1+L}$

1) $L(s)$ di tipo 1 $\Rightarrow y_{1\infty} = -1$

2) $\omega_n < \omega_c \Rightarrow |F(j\omega)| \simeq 1 \Rightarrow y_{2\infty} = -A$

3) $\omega_n > \omega_c \Rightarrow |F(j\omega)| \simeq |L|$

$\Rightarrow y_{3\infty} = -0{,}001\,B$

4. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari e tempo invarianti a tempo discreto

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k)$$
$$y(k) = Hx(k),$$

si enunci il criterio degli autovalori.

Vedi Libro/Appunti

5. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari e tempo invarianti a tempo continuo, si enunci il criterio di Nyquist.

Vedi Libro/Appunti