$F(s) = \frac{L}{1-L}$ dal punto di vista della stabilità in an. chiuso

y $F(s) = \frac{-L}{1-L}$

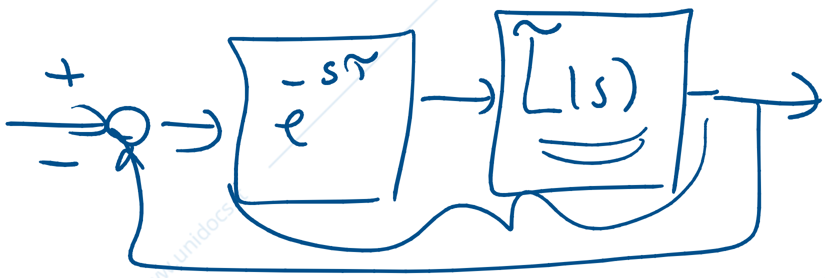
Coincide con estensione (1) nel caso particolare di $a = -1$

Se ho una $L(s)$ in RETR. POSITIVA posso studiare la stabilità con il CRIT. di NYQ. pur di contare i GIRI ATTORNO a $(+1,0)$

(3) SISTEMI CON RITARDO PURO

$\boxed{L(s)} = \tilde{L}(s)\, e^{-s\tau}$

Poli di $L \equiv$ Poli di $\tilde{L}$



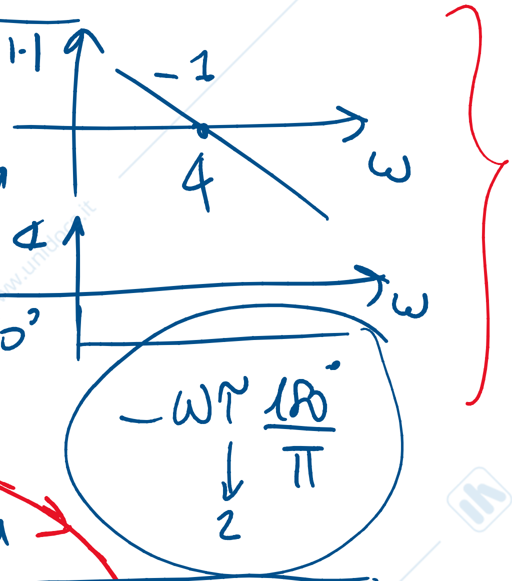
APPLICO CRIT. di NYQ a $L(s)$,

I APPLICO CRIT. di NYQ a $L(s)$, dopo aver correttamente disegnato il DIAGR. di NYQUIST di $L(j\omega)$ e aver correttamente valutato N

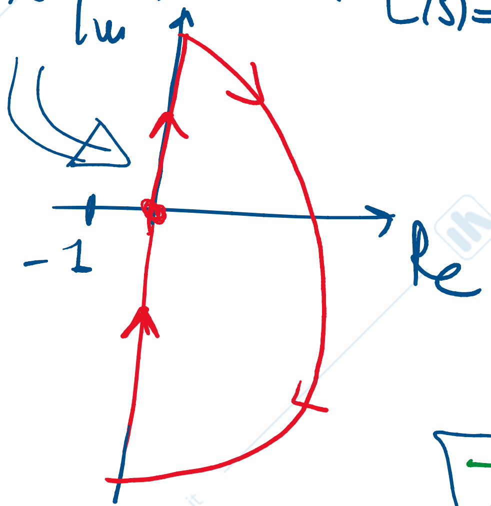
ES

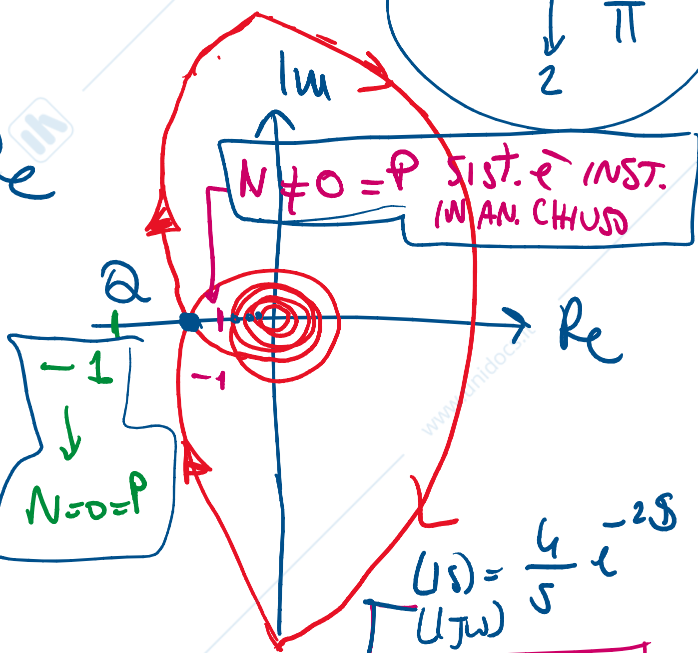
$\boxed{P = 0}$

$$\boxed{L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s}}$$



DIAGR. NYQUIST di $\tilde{L}(s) = \frac{4}{s}$





$$L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s} = \tilde{L}(s) e^{-2s}$$

$$L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s}$$

$L(j\omega)$

$$\boxed{P_L = P_{\tilde{L}} = 0}$$

Q: $\measuredangle L(j\omega_Q) = -180°$

$|L(j\omega_Q)|$ $\begin{cases} <1 \to & \boxed{Q \text{ è a dx di } -1} \\ >1 \to & \boxed{Q \text{ è a sn di } -1} \end{cases}$

Il diagr. di Nyq di $\tilde{L}(j\omega)$ ha $N=0$ e N ben def.

$\Updownarrow$ CNS

Il SIST. IN AN. CHIUSO STABILE

IL SIST. IN AN. CHIUSO SENZA ritardo puro ($\tau = 0$) È AS. ST.

IL RITARDO causa uno sfasamento, per cui ho una INTERSEZIONE Q tra il diagr. di Nyq. di $L(j\omega)$ [con $\tau = 2$] e il semiasse reale $\Leftrightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Q è a sn o a dx di } -1}$

$$L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s} \qquad \angle L(j\omega) = -90° - 2\omega \frac{180}{\pi}$$

$$\omega_Q \leftarrow \boxed{-\pi = -\frac{\pi}{2} - 2\omega}$$

$$\boxed{\omega_Q = \frac{\pi}{4}} \; (+k\pi)$$

$\Rightarrow$ $|L(j\omega_Q)| = \frac{4}{\dots} = \frac{4}{\dots} = \frac{16}{\pi} \simeq 5$

$$\hookrightarrow |L(j\omega_2)| = \frac{7}{\sqrt{\omega_2^2}} = \frac{4}{\pi/4} = \frac{16}{\pi} \simeq 5$$

$$\boxed{|L(j\omega_2)| > 1} \Rightarrow \underbrace{N \neq 0 = P}_{\text{SIST. IN AN. CHIUSO È INSTABILE}}$$

N ben definito

lunedì 11 maggio 2020 10:28

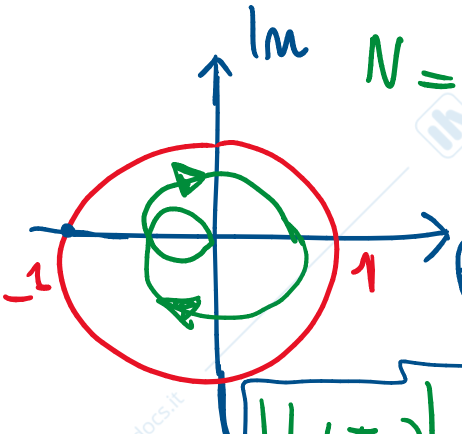
COROLLARI del CRITERIO di NYQUIST

Poli: Re < 0 o NULLI o IMM. PURI

• CONDIZIONI SUFFICIENTI •

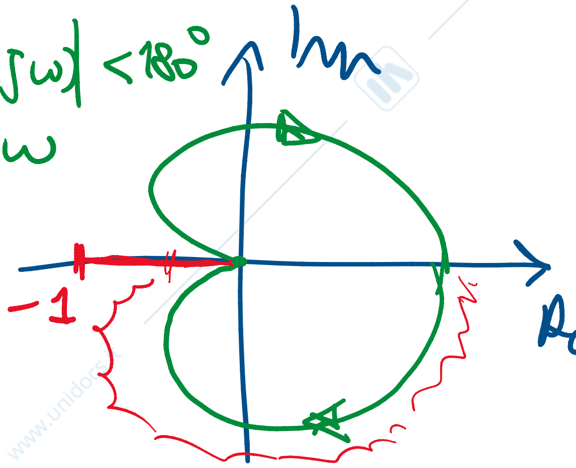
* APPLICABILI a SISTEMI con $L(s)$ che ha $P=0$

I corollari individuano 2 COND. PARTICOLARI che garantiscono $N=0$ con N ben def.



$\boxed{|L(j\omega)| < 1, \forall\omega}$

$|\measuredangle L(j\omega)| < 180°$ $\forall\omega$



Corollario del "PICCOLO GUADAGNO"

Ipotesi: $L(s)$ ha $P=0$

Se $|L(j\omega)| < 1$ $\forall\omega$ (CON N BEN. DEF.)

allora $N=P=0$ e il sistema in an. chiuso

Corollario della "PICCOLA FASE"

Ipotesi: $L(s)$ ha $P=0$

Se $|\measuredangle L(j\omega)| < 180°$ $\forall\omega$

allora N è ben def

e N P

Sistema in an. chiuso
è AS. STABILE

SUL DIAGR. BODE lo
verifico se il diagr.
di Bode del $|L(j\omega)|_{dB}$
è sempre sotto l'asse
a 0_{dB}

e $N=P=0$

$\Downarrow$

Sistema in an. chiuso è
AS. STABILE

ROBUSTEZZA della STABILITÀ
(CONDIZ. PERTURBATE)

$G(s) \neq$ sistema vero da controllare

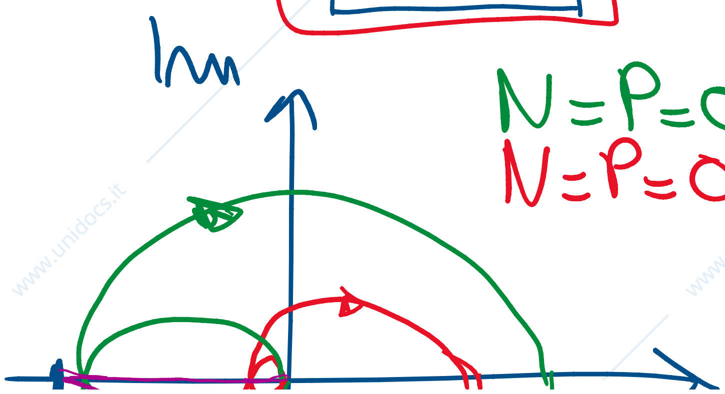
CONTESTO

* $L(s)$ STRETTAM. PROPRIA $|L(j\omega)| \to 0 \quad \omega \to +\infty$

N_L e D_L PRIMI TRA LORO

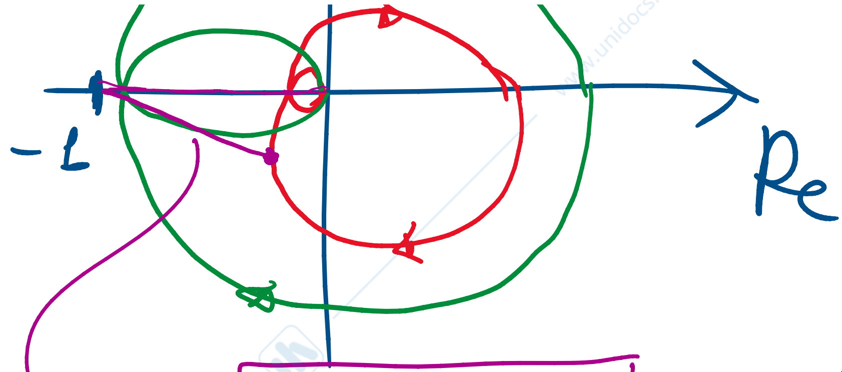
$\boxed{P=0}$

$P=0$



$N=P=0$
$N=P=0$

MISURA di
ROBUSTEZZA
dello STAB.



dello STAB. (IN. AN. CHIUSO)

⇓

DISTANZA da −1 del diagr. di Nyq

$$\boxed{d = \min_{\omega} |1 + L(j\omega)|}$$

CONTROLLO ROBUSTO

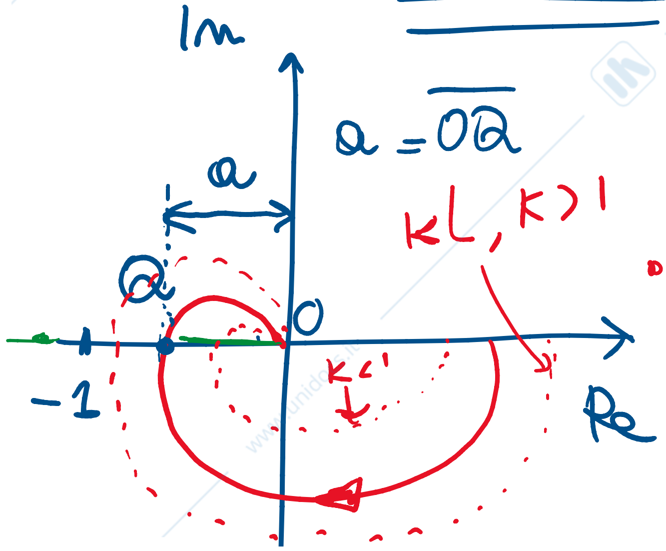
INCERTEZZE IN "MODULO"

MARGINE DI GUADAGNO

INCERTEZZE IN "FASE"

MARGINE DI FASE (RITARDO PURO)

IPOTESI $L(s)$ $\begin{cases} \text{STR. PROPRIA} \\ N_L \text{ e } D_L \text{ PRIMI} \\ P = 0 \end{cases}$

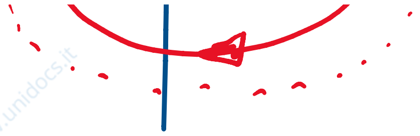


$a = \overline{OQ}$

kL, $k > 1$

• DIAGR. POLARE di $L(j\omega)$ ATTRAVERSA 1 sola volta il SEMIASSE REALE NEG.

⇓



UNICO punto Q

$$K_m \triangleq \frac{1}{a} = \frac{1}{|L(j\omega_\pi)|} \qquad \underbrace{\omega_\pi}_{\omega \text{ in cui ho il punto } Q} : \angle L(j\omega_\pi) = -180^\circ$$

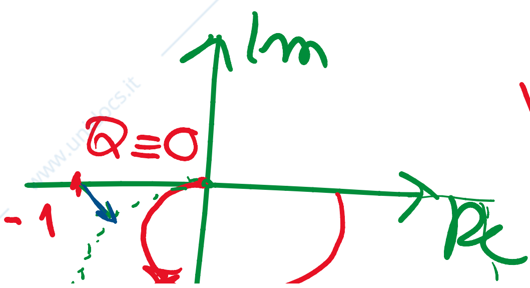
N.B.

- $K_m > 1$ $(a = \overline{OQ} < 1)$ → SIST. IN AN. CHIUSO È AS. ST.
- $K_m = 1$ $(a = \overline{OQ} = 1)$ → N non ben def → SIST. IN AN. CHIUSO NON AS. STABILE
- $K_m < 1$ $(a = \overline{OQ} > 1)$ → $N \neq 0$ (N ben def) → SIST. IN AN. CHIUSO È INSTABILE

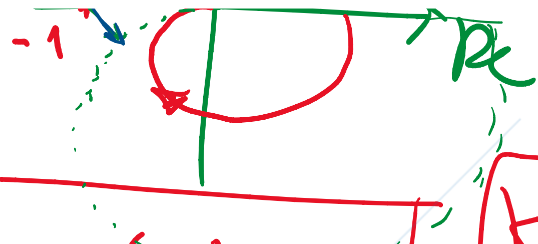
N.B. Se $K_m > 1$ (SIST. IN AN. CHIUSO AS. STABILE)

TANTO > È K_m, tanto > È IL GRADO DI STABILITÀ RISPETTO A VARIAZIONI DI GUADAGNO

Se $K_m \to \infty \iff Q \to$ ORIGINE



VEDERE CONDIZ. del Calcol. della piccola fase si ho

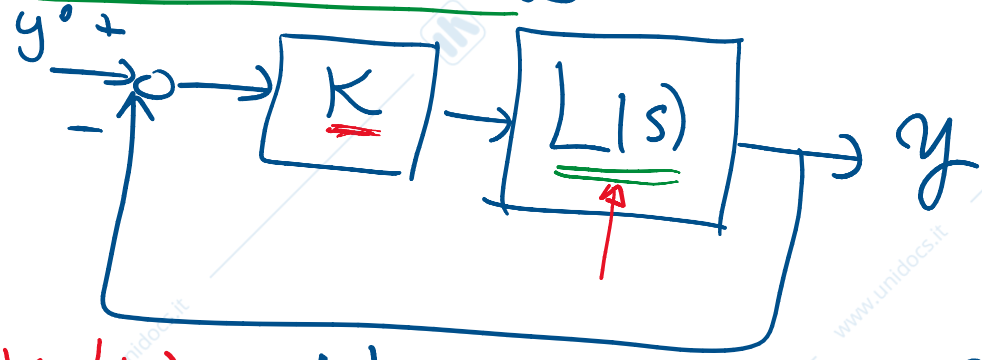


... fase si ha

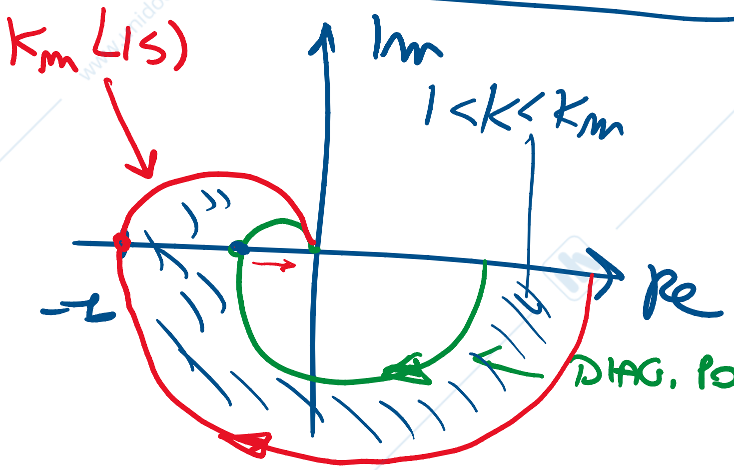
margin (L)
↑ tf ...

$\boxed{K_m = \infty}$ (MARGINE DI GUADAGNO INFINITO)

Questo indicatore si chiama MARGINE DI GUADAGNO perché ci permette di quantificare la MASSIMA VARIAZIONE del GUADAGNO di L(s) che ci permette di preservare l'AS. STAB in anello chiuso



P = 0
L(s) dà un anello chiuso as. STABILE



Con margine di guadagno K_m

K_m : Ho ASINTOTICA STAB. IN ANELLO CHIUSO ANCHE CONSIDERANDO

CHIUSO ANCHE CONSIDERANDO UNA VARIAZIONE del GUADAGNO di

$L(s) \rightarrow K\,L(s)$ purché

$1 < \boxed{K < K_M}$

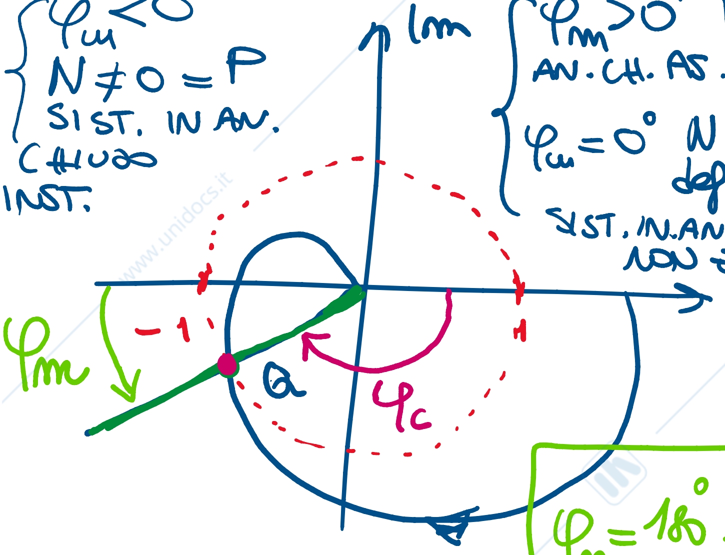
<u>N.B.</u> Visto l'analisi del MARGINE di GUADAGNO, si capisce che è critico dal punto di vista della stabilità <u>SOTTOSTIMARE</u> il vero guadagno di $L(s)$, non viceversa

MARGINE DI FASE

$\varphi_m < 0$
$N \neq 0 = P$
SIST. IN AN. CHIUSO INST.

$\varphi_m > 0°$ $N = P$
AN. CH. AS. STAB.

$\varphi_m = 0°$ N non è ben def ($Q \equiv -1$)
SIST. IN AN. CHIUSO NON È AS. ST



$$\boxed{\varphi_m = 180° - |\varphi_c|}$$

$L(s)$:
- STR. PROPRIA
- $P = 0$
- N_L, D_L PRIMI

DIAG. POLARE di $L(j\omega)$ ATTRAVERSA UNA SOLA VOLTA LA CIRC. UNITARIA

φ_c : FASE CRITICA

$\varphi_c : \angle L(j\omega_c)$ In ω_c ho

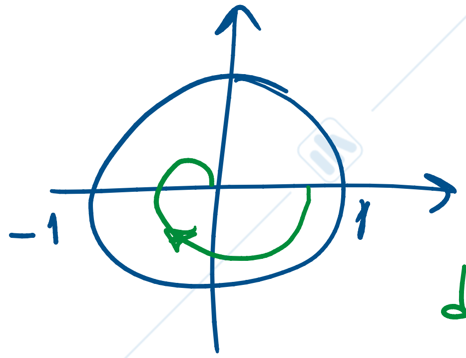
$\boxed{\omega_c} : |L(j\omega_c)| = 1$ ATTRAVERSAMENTO della CIRC. UNITARIA

$\boxed{\omega_c : |L(j\omega_c)| = 1}$ MANTENIMENTO della CRF. UNITARIA

PULSAZIONE CRITICA

N.B. Quando $\varphi_m > 0°$, tanto è maggiore, tanto più grande è la ROBUSTEZZA della stabilità rispetto ad errori di fase

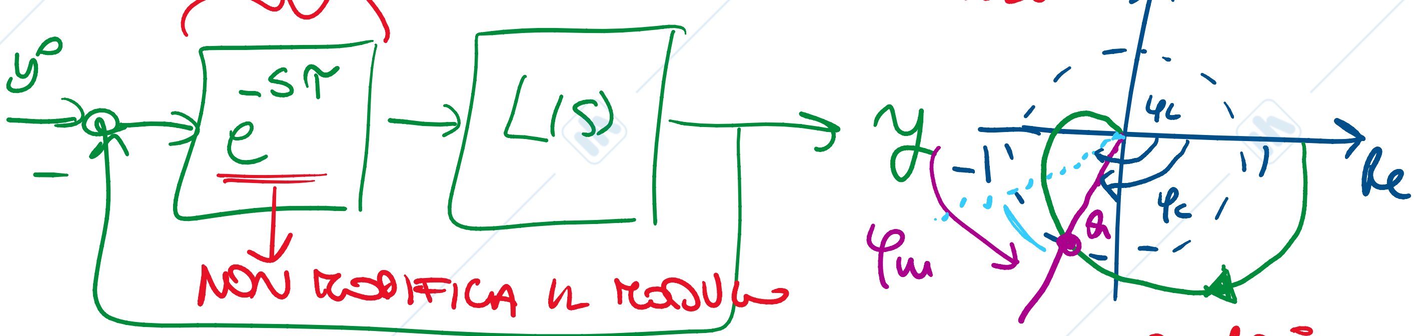
N.B. Un errore di fase PUÒ COMPROMETTERE la stab. in AN. CHIUSO se troviamo sfasamenti negativi



SE IL DIAGR. POLARE di $L(j\omega)$ NON HA intersezioni con la CRF UNITARIA si dice che $\varphi_m = \infty$

Perché si chiama MARGINE di FASE?

RITARDO PURO NON CONSIDERATO NEL MODELLO



NON MODIFICA IL MODULO

MI DÀ SFAS. NEGATIVO AGGIUNTIVO $-\omega T \frac{180°}{\pi}$

In $\omega = \omega_c$, il ritardo mi dà uno sfasam.

In $\omega = \omega_c$, il ritardo mi dà uno sfasam. di: $\boxed{-\omega_c \tau \frac{180°}{\pi}}$

Ho stab. in AN. CHIUSO fintanto che

$$\omega_c \tau \frac{180°}{\pi} < \varphi_m$$

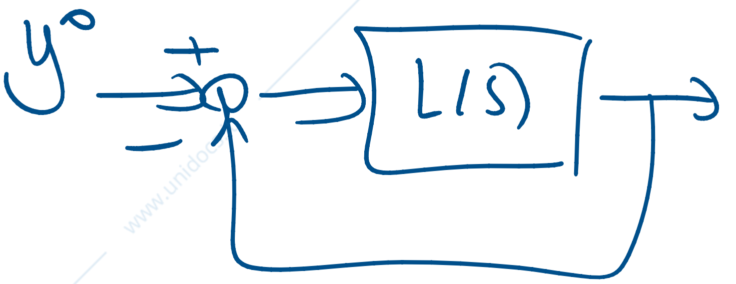
RITARDO PURO AGGIUNTIVO MASSIMO tollerabile per non perdere l'AS. STAB. in AN. CHIUSO

$$\boxed{\tau = \frac{\varphi_m}{\omega_c} \frac{\pi}{180°}} \; [s]$$

Il MARG. di FASE ci consente quindi di QUANTIFICARE il MASSIMO RITARDO PURO AGGIUNTIVO che possiamo tollerare senza perdere l'AS. STAB. in AN. CHIUSO

---

* CRITERIO di BODE *



Ipot.

* $L(s)$ STR. PROPRIA → $|L(j\omega)| \to 0$, $\omega \to \infty$; $|L(j\omega)|_{dB} \to -\infty$

* N_L, D_L PRIMI TRA LORO

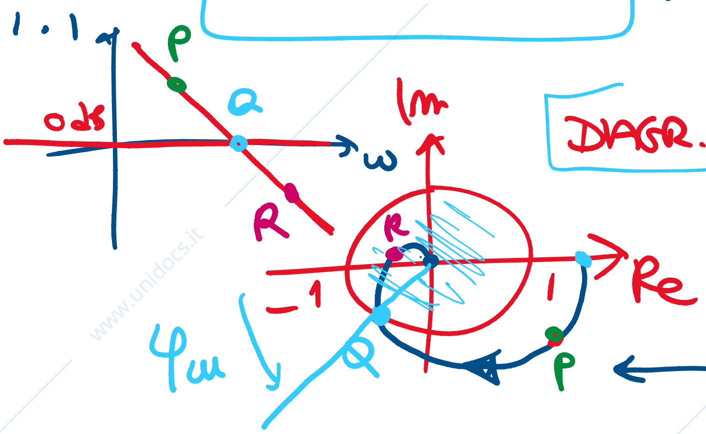
COND. APPLICABILITÀ (MARGINE di fase)

→ (1) $P = 0$

→ (2) $|L(j\omega)|_{dB}$ TAGLIA UNA SOLA VOLTA L'ASSE a 0 dB (DA SOPRA VERSO SOTTO)

$\equiv$

DIAGR. POLARE di $L(j\omega)$ TAGLIA UNA SOLA VOLTA la CIRC. UNITARIA



con $L(s)$ str. propria IMPLICA che attraversa la circ da fuori verso dentro

TESI Sistema in AN. CHIUSO è AS. STABILE $\overset{CNS}{\Longleftrightarrow}$

$$\begin{cases} \mu_L > 0 \quad (\equiv N=0) \\ \varphi_m > 0 \end{cases}$$