

FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria Gestionale
Appello del 1 Marzo 2016

Prof.ssa Mara Tanelli

1. Si consideri il sistema dinamico non lineare e tempo invariante descritto dalle seguenti equazioni

$$\dot{x}_1(t) = -5x_2(t) + (\alpha - 1)x_2(t)u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = 2(x_1(t) - \alpha)^2 - 4x_2^2(t) + u^2(t)$$

$$y(t) = x_1^2(t) + x_1(t)x_2(t),$$

con α parametro reale.

1.1 Si determinino stati e uscite di equilibrio associati all'ingresso $u(t) = \bar{u} = 0$, $t \geq 0$ in funzione di α .

1.2 Si scrivano le equazioni del sistema linearizzato attorno ai punti di equilibrio determinati al punto 1.1.

1.3 Si calcoli il movimento libero di stato e uscita del sistema linearizzato determinato al punto 1.2 associato alle condizioni iniziali $(\delta x_{10}, \delta x_{20}) = (1, 1)$.

1.4 Si studi la stabilità del sistema linearizzato determinato al punto 1.2 in funzione del parametro α e, se è possibile, si determinino le proprietà di stabilità dei movimenti di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

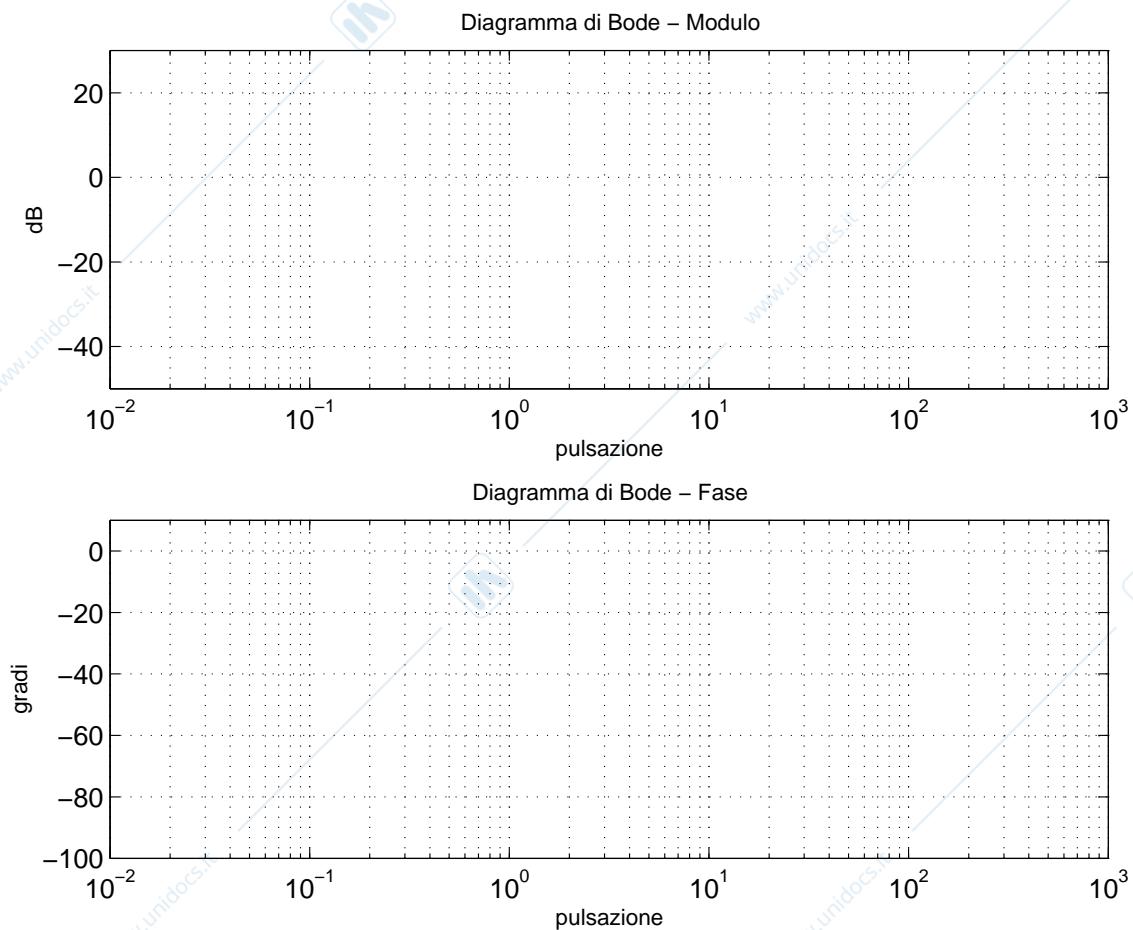
2. Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 10 \frac{0.01s + 1}{10s + 1}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

2.1 Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

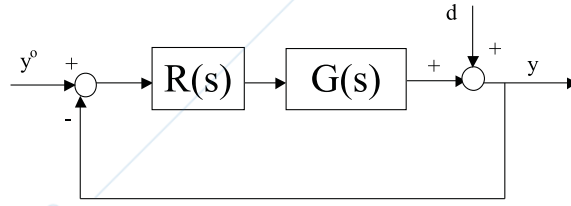
2.2 Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$



2.3 Tracciare qualitativamente il diagramma polare della risposta in frequenza associata a $G(s)$.

2.4 Dire, giustificando la risposta, quanto vale l'uscita $y(t)$ di regime del sistema lineare tempo invariante con funzione di trasferimento $G(s)$ associata all'ingresso $u(t) = 2 + 5 \sin(0.1 t) + 10 \sin(100 t)$.

3. Si consideri il sistema di controllo in figura



dove $G(s) = \frac{0.01s+1}{10s+1}$ e $R(s) = \frac{10}{s} \frac{10s+1}{0.01s+1}$.

3.1 Verificare se il sistema in anello chiuso soddisfa i seguenti requisiti: 1) il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile; 2) l'errore a transitorio esaurito a fronte di $y^o(t) = \pm sca(t)$ è nullo; 3) il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di $d(t) = \sin(\omega t)$, $\omega \in [0.1, 1]$ rad/s è $|e_\infty| \leq 0.1$; 4) la pulsazione critica del sistema in anello chiuso è $\omega_c \geq 8$ rad/s e 5) il margine di fase è $\varphi_m \geq 70^\circ$.

3.2 Con riferimento al sistema di controllo progettato al punto precedente dire, giustificando la risposta, quanto vale l'ampiezza dell'uscita $y(t)$ di regime associata all'ingresso $y^o(t) = 1 + 4 \sin(0.1t) - 10 \sin(100t)$ con $d(t) = 0$.

4. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari, tempo invarianti e a tempo discreto, descritti dalle equazioni

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

si definisca il concetto di stato di equilibrio. Si determinino poi le espressioni dello stato e dell'uscita di equilibrio associati all'ingresso costante \bar{u} e si mostri sotto quali condizioni essi esistono e sono unici.

5. Si definisca il concetto di margine di guadagno, precisandone il significato nell'ambito dello studio dei sistemi di controllo in retroazione.