giovedì 16 aprile 2020 13:30

SIGNIFICATO DEL GUADAGNO

$$\boxed{G(s) = \frac{\mu}{s^g}\,\frac{\prod(1+sT_i)}{\prod(1+sT_i)}}$$

g TIPO
POLI NULLI
− # ZERI NULLI

IPOT. Sistema sia AS. STABILE $(Re(\lambda_i)<0 \ \forall i)$

$\Downarrow$

$$\boxed{g \le 0}$$

$g>0 \Rightarrow$ poli in $s=0$ $\|$ λ con $Re=0$

$u(t) = sca(t) \rightarrow U(s) = \frac{1}{s}$

RISPOSTA (FORZATA) allo scalino $\boxed{Y(s) = G(s)\,\frac{1}{s}}$

Perchè sistema è AS. STAB.

y_∞? TVF $Y(s)$ ABBIA POLI CON $Re<0$

y_∞ ? **TVF** $\boxed{Y(s)}$ ABBIA POLI CON $Re<0$ O NULLI

AS. STAB.

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} sY(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\, G(s)\frac{1}{\cancel{s}} = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\mu}{s^g}\boxed{\frac{\prod(1+s\tau_i)}{\prod(1+sT_i)}}$$

$\frac{\prod(1+s\tau_i)}{\prod(1+sT_i)} \xrightarrow{s\to 0} 1$

AS. ST $\Rightarrow g\le 0$

$g<0$

$G(s) = \mu\, \cancel{s}\,\frac{(1+2s)}{(1+3s)}$

$\cancel{s^{-g} = s}$

$$\underline{y_\infty} = \begin{cases} \boxed{\mu \qquad g=0} & (*) \\ \boxed{0 \qquad g<0} & (\square) \end{cases}$$

(*) Un sistema AS. STABILE di tipo $g=0$ ha una risposta a scalino che $\xrightarrow[t\to+\infty]{} \mu$

RICORDA se $g=0$ $\mu = G(s)\big|_{s=0} = G(0) = \underbrace{-CA^{-1}B+D}_{\text{GUADAGNO STATICO}}$ $\bar{y}/\bar{u}$

N.B. Poiché il sistema è LTI $\Uparrow$

$$u(t) = K\,sca(t)$$ SCALINO di AMPIEZZA K

$$y_\infty = K \mu$$

N.B. 2 Se il tipo $g<0$ (ho ZERI in $s=0$)

$\Rightarrow$ $y_\infty = 0$

(INGRESSO UNO SCALINO $\Downarrow$ $y(t) \xrightarrow[t \to +\infty]{} 0$)

es
$$G(s) = \mu \boxed{s} \frac{\prod(1+s\tau_i)}{\prod(1+sT_i)}$$

Perché moltiplicare per s $\equiv$ derivare nel tempo

$\Downarrow$

se ho uno zero in $s=0$ il mio sistema contiene un derivatore

A REGIME FA DIVENTARE L'USCITA LA "DERIVATA" dell'ingresso

$$G(s) = \mu \frac{\prod(1+s\tau_i)}{s^g \prod(1+sT_i)}$$

AS. STAB (no di NASC.)
$\equiv$
$Re(\lambda_i) < 0 \ \forall i$

$$s^g \prod (1+sT_i)$$

$Re(\lambda_i)<0 \ \forall i$

NON POSSO AVERE autov. con $Re=0$

$g=0$ $\quad G(s)=\mu \frac{\prod(1+s\tau_i)}{\boxed{\prod(1+sT_i)}}$

$s=-1/T_i, \ T_i>0$

$g>0$, $\rho=1$ $\quad G(s)=\frac{\mu \prod}{s \prod}$ $\quad \lambda=p=0$

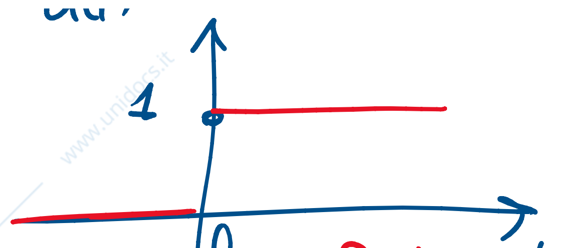
ANALISI DELLA RISPOSTA A SCALINO dei sistemi LTI

$$\frac{d\, y_{sca}(t)}{dt}=y_{imp}(t)$$

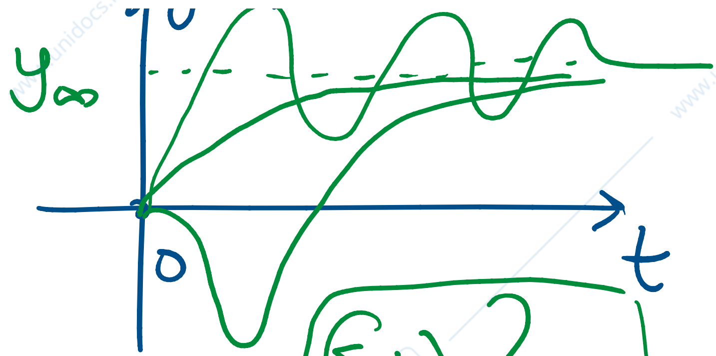
$$\int y_{sca}(\tau)\,d\tau=y_{ram}(t)$$

NOTA la risposta a scalino conosciamo anche tutte le risposte agli altri segnali canonici

LAVORIAMO sotto l'ipotesi che il sistema con FdT $G(s)$ sia AS. STABILE



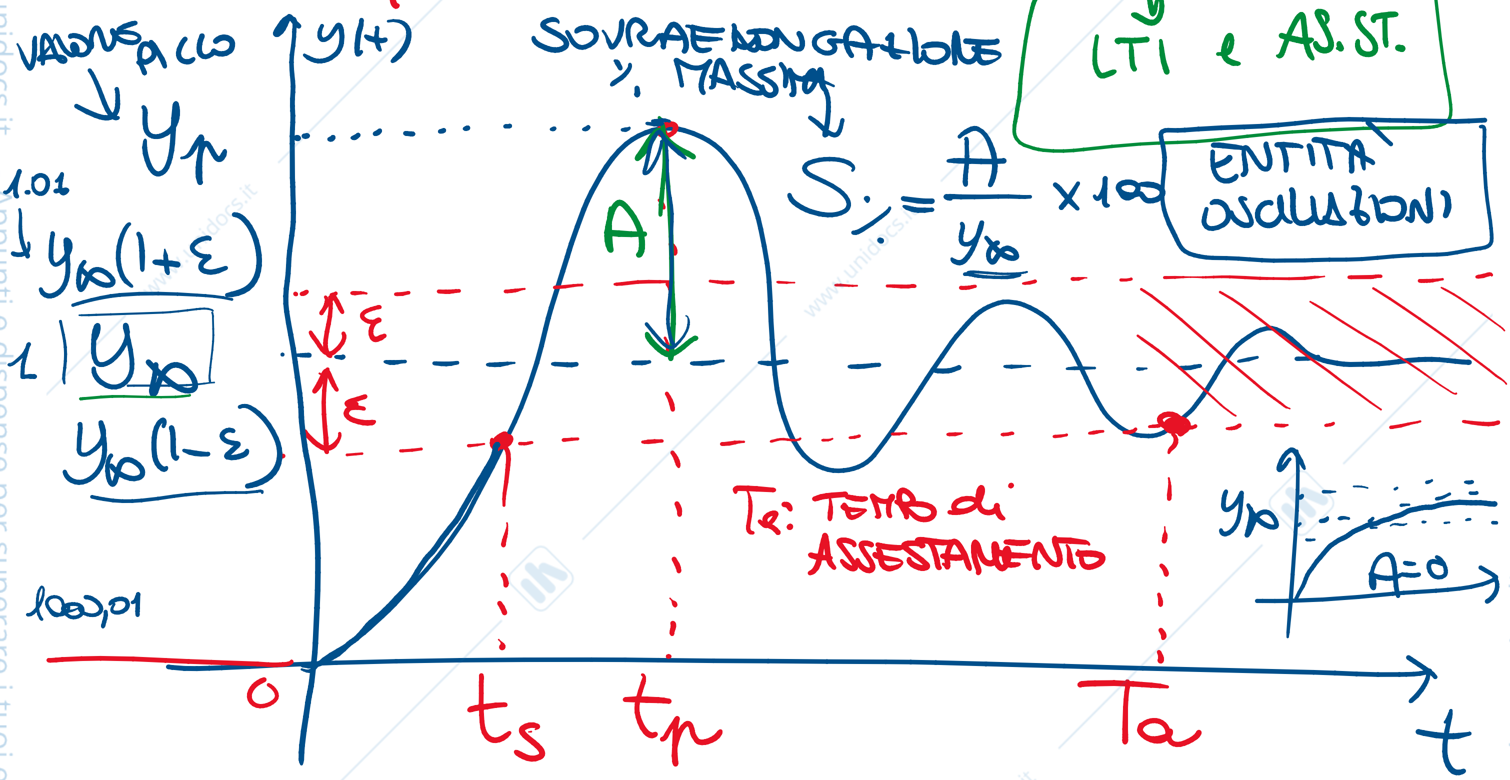
$$s_{ca}(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t\geq 0 \end{cases}$$



$G(s)$?

↓

LTI e AS. ST.



t_s: TEMPO DI SALITA, primo istante t : $y(t) = y_\infty(1-\varepsilon)$

t_p : TEMPO PICCO

T_a : primo istante t :

$\boxed{\varepsilon = 0{,}01}$ $\boxed{y_\infty(1-\varepsilon) \leq y(t) \leq y_\infty(1+\varepsilon), \forall t \geq T_a}$

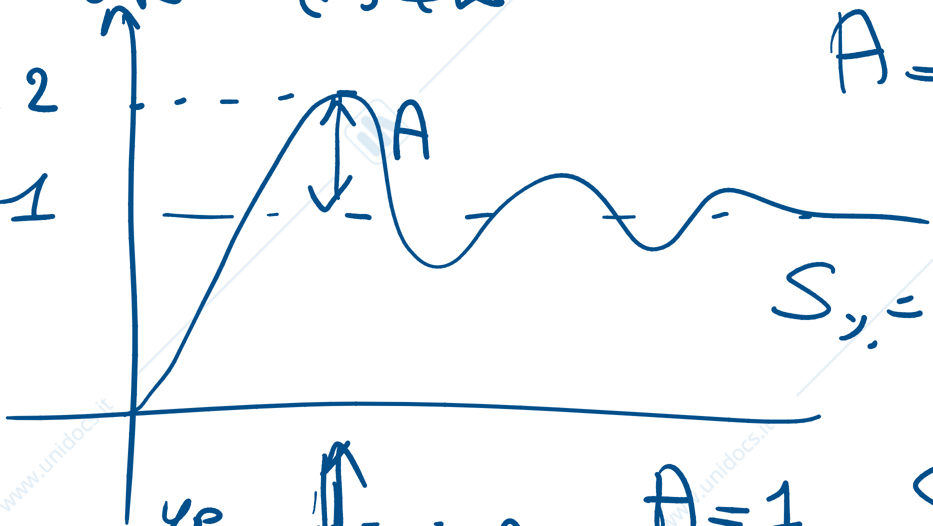
dal p.d.v. pratico, dopo T_a istanti di tempo, possiamo considerare che la risposta del sistema è arrivata a regime del sistema e arrivare a regime

$$y_\infty = \lim_{t \to +\infty} y(t)$$

$A = 1$

$y_p = 2$

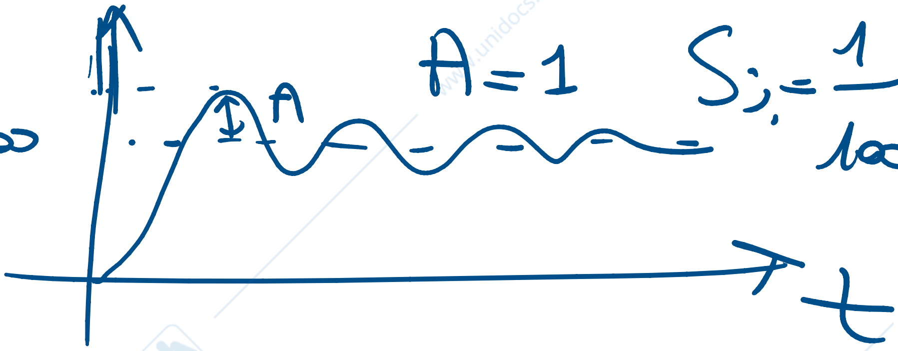
$y_\infty = 1$



$$S_\% = \frac{A}{y_\infty} \times 100 = 100\%$$

y_p

$y_\infty = 1000$



$A = 1$

$$S_\% = \frac{1}{1000} \times 100 = 0{,}1\%$$

RISPOSTA A SCALINO di un sistema del 1° ORDINE SENZA ZERI (LTI + AS. ST.)

$$G(s) = \frac{\mu}{1+sT} \qquad g = 0$$

$u(t) = sca(t)$

AS.ST $\iff s = -\frac{1}{T}$ (polo $\equiv \lambda$) < 0, $T > 0$

$$\Rightarrow \boxed{Y(s) = G(s)U(s) = G(s)\frac{1}{s} = \frac{\mu}{1+sT}\frac{1}{s}}$$

TVI $\quad y(0) = \lim_{s \to \infty} sY(s) = \lim_{s \to \infty} \cancel{s} \frac{\mu}{1+sT} \frac{1}{\cancel{s}} = 0$

ok, grado rel di $Y(s) \geq 1$

TVF $\quad y_\infty = \mu$

$\left(\begin{array}{c} \text{Sist. AS. ST. di tipo } p=0 \\ \text{INGR a scalino UNIT.} \\ \Downarrow \\ y_\infty = \mu \end{array} \right)$

CALCOLO ANALITICO

$Y(s) = \frac{\mu}{\underline{(1+sT)} s} \frac{1/T}{1/T}$

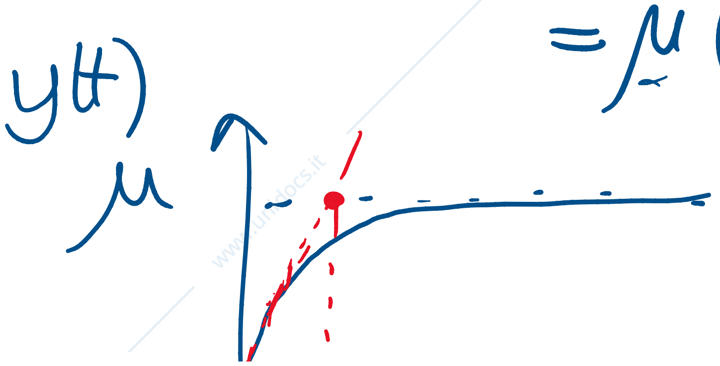
$= \frac{\mu/T}{\underbrace{(s+\frac{1}{T}) s}} = \frac{A}{s+\frac{1}{T}} + \frac{B}{s}$ $\quad$ $-\mu$ $\quad$ $+\mu$

$\boxed{\frac{\alpha}{s+p}}$

$A = -\mu$
$B = \mu$

$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] = -\mu e^{-t/T} + \mu$

$= \mu \left(1 - e^{-t/T}\right), t \geq 0$



$S_i = 0$
non ho

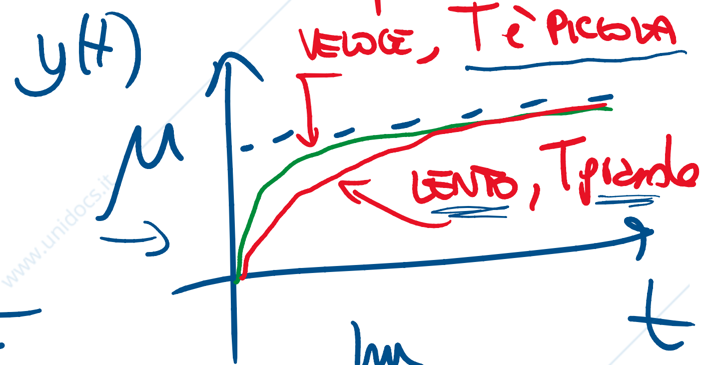
T = COSTANTE DI TEMPO

NON HO SOVRAELONGAZIONE

⇓

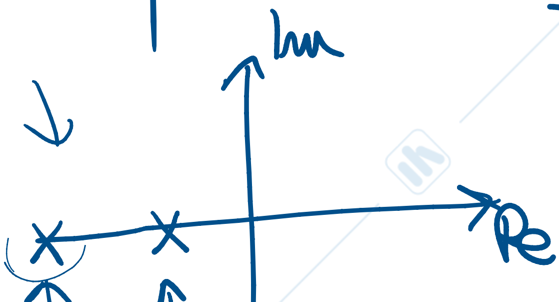
DETERMINA la "velocità" di risposta del sistema

$$T = \frac{1}{|Re(p)|}$$ per un polo p generico



$$G(s) = \frac{\mu}{1+sT}$$

Polo $s = -\frac{1}{T}$



Polo "VELOCE" T PICCOLA

Polo "LENTO" T grande