

FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria Gestionale**Prof.ssa Mara Tanelli****Appello del 7 luglio 2016**

1. Si consideri il sistema dinamico lineare e tempo invariante con ingresso u ed uscita y descritto dalle seguenti equazioni

$$\dot{x}_1(t) = (\alpha + 1)x_1(t) - 2\beta x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = \alpha x_3(t) + 2u(t)$$

$$y(t) = x_1(t),$$

con α e β parametri reali.

1.1 Determinare per quali valori di α e β il sistema è asintoticamente stabile. **1 punto**

1.2 Posto $\alpha = \beta = 1$ determinare l'espressione analitica del movimento dell'uscita del sistema associato alla condizione iniziale $x(0) = [1 \ 1 \ 2]^T$ e all'ingresso $u(t) = \bar{u} = 1, t \geq 0$. **2 punti**

1.3 Posto ora $\alpha = -1$ e $\beta = 1$ calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema e dire, motivando la risposta, se è possibile valutare le proprietà di stabilità del sistema dall'analisi della sola $G(s)$. **2 punti**

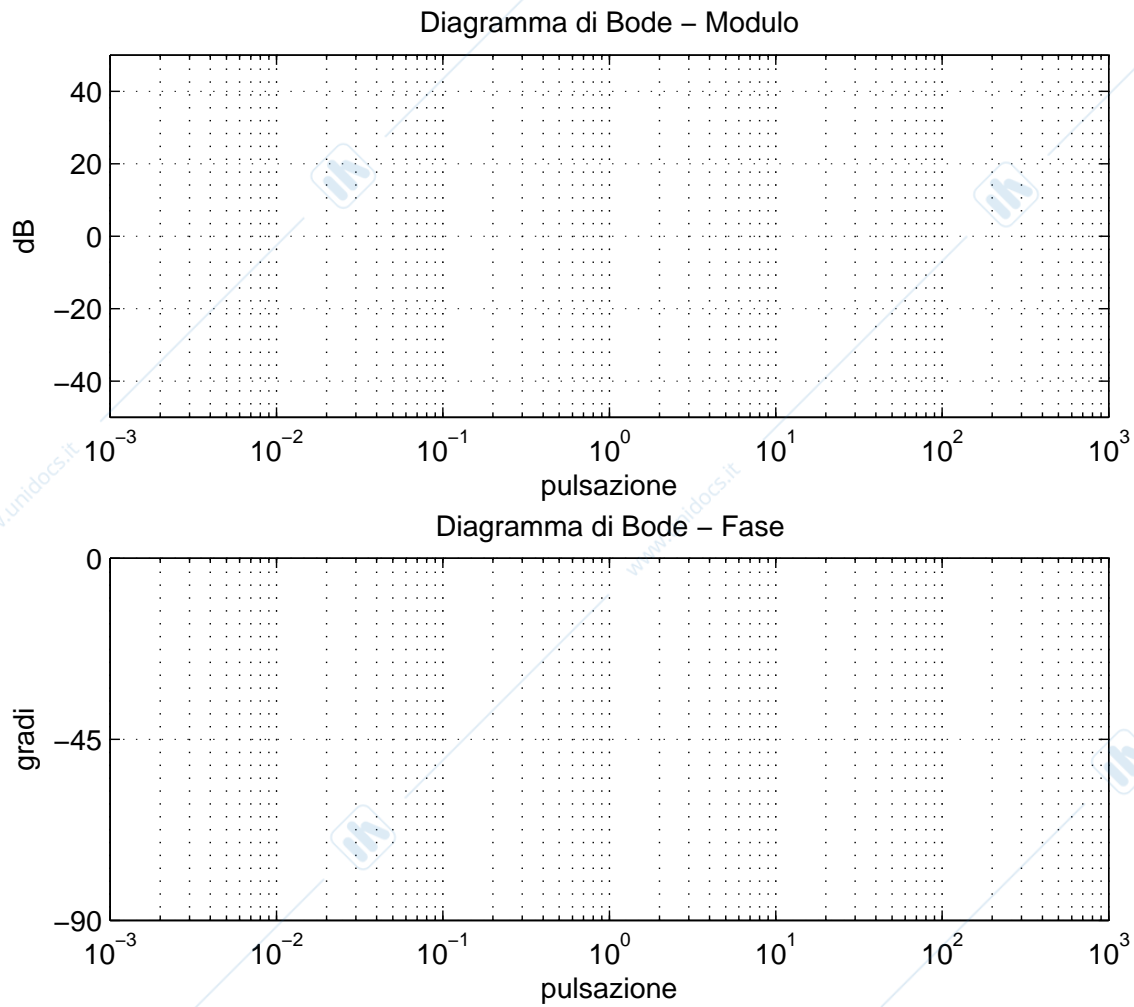
2. Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 10 \frac{s + 1}{(100s + 1)(0.01s + 1)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

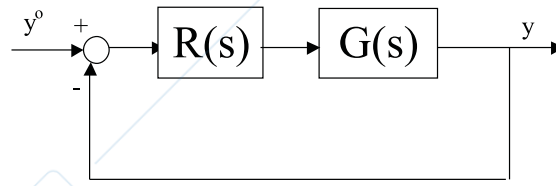
2.1 Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$. **2 punti**

2.2 Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. **2 punti**



2.3 Tracciare qualitativamente il diagramma polare della risposta in frequenza associata a $G(s)$. **1 punto**

2.4 Si supponga ora che il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ venga retroazionato come in figura.



Si studi la stabilità del sistema in anello chiuso quando:

a) $R(s) = 1$; b) $R(s) = 0.01$; c) $R(s) = -1$. **3 punti**

2.5 Considerando il sistema di cui al punto precedente con il regolatore a), si dica, motivando la risposta, quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita $y(t)$ quando $y^o = 1 - 2 \sin(0.01t) + 5 \sin(100t)$.

3 punti

3. Si consideri il sistema lineare e tempo invariante a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni

$$x_1(k+1) = -2x_2(k) + u(k)$$

$$x_2(k+1) = 2x_1(k)$$

$$y(k) = 2x_1(k) - u(k)$$

3.1. Si calcolino stati e uscita di equilibrio associati a $u(k) = \bar{u} = 1$. **1 punto**

3.2. Si studi la stabilità del sistema. **2 punti**

3.3. Si calcolino i primi 4 campioni del movimento dello stato e dell'uscita del sistema associati a condizioni iniziali $x(0) = [0, 0]^T$ e all'ingresso $u(k) = \text{imp}^*(k)$, $k \geq 0$. **2 punti**

4. Si definisca il concetto di margine di fase, precisandone il significato nell'ambito dello studio dei sistemi di controllo in retroazione. **5 punti**



5. Si enunci il teorema della risposta in frequenza. **5 punti**

6. Con riferimento alle equazioni Matlab sotto riportate, si dica, motivando la risposta, qual e' il valore delle variabili z, p ed x. **1 punto**

```
num=[1 1]; den=[2 1];  
g=tf(num,den);  
z=zero(g);  
p=pole(g);  
x=dcgain(g);
```