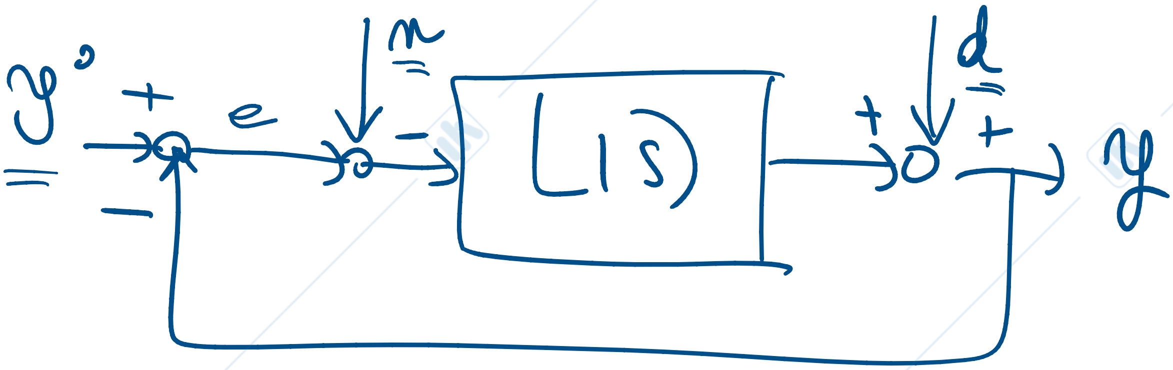
lunedì 18 maggio 2020 10:27

PRECISIONE STATICA CON INGR. SINUSOIDALI



<u>ANALISI CON TRF</u> → IP. sistema in AN. CHIUSO sia AS. STABILE

$S(j\omega)$, $F(j\omega)$?

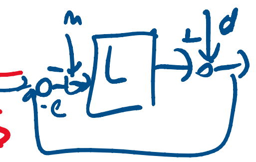
LAVORIAMO GUARDANDO IL $|\cdot|$

$y^\circ, d \overset{S(s)}{\Longleftrightarrow} e \qquad y^\circ(t) = A \sin(\bar{\omega} t)$

<u>AMP. ERRORE</u> $\boxed{e(t)} = A\,|\underbrace{S(j\bar{\omega})}|$ ERRORE A REGIME INGR. SINUS.

$n(t) = A \sin(\bar{\omega} t) \rightarrow \boxed{e(t)} = A\,|\underbrace{F(j\bar{\omega})}|$

RISPOSTA IN FREQ. $F(j\omega)$ associata alla FdT della <u>SENS.</u> COMPLEMENTARE



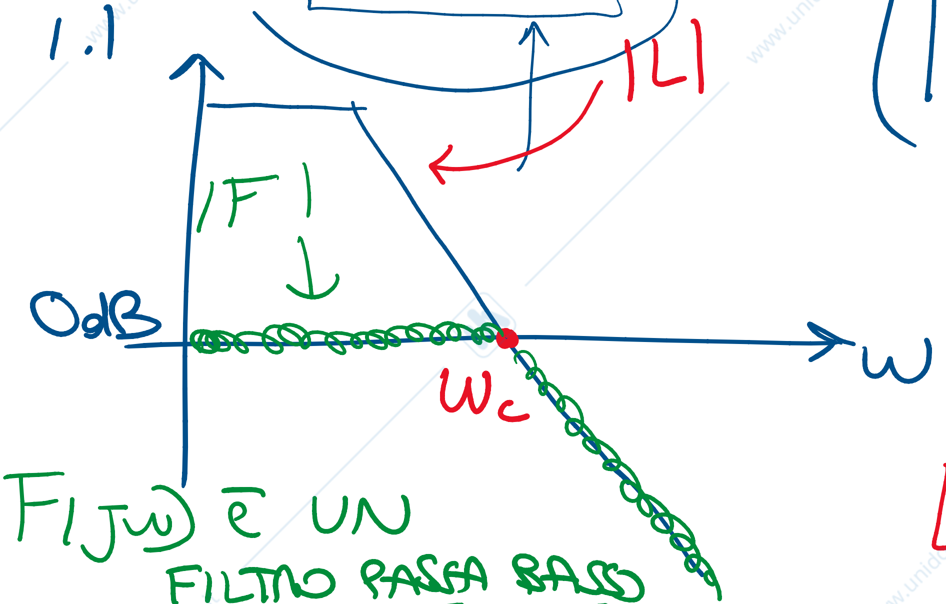
$\{\ y^\circ \rightarrow y$ INSEGUIMENTO

$$F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

μ_L "GRANDE"
$g>0$ ← VINCOLI DI PRECISIONE STATICA SU INGR. CAN.

$$\begin{cases} y^\circ \to y & \text{INSEGUIMENTO del RIFERIM.} \\ -n \to y & \\ n \to e & \leftarrow \text{PREC. STATICA} \end{cases}$$

$$\underbrace{|F(j\omega)|} = \frac{|L(j\omega)|}{\underbrace{|1+L(j\omega)|}_{|L|}} \simeq \begin{cases} 1 & |L|>>1 \quad \omega << \omega_c \\ |L(j\omega)| & \omega >> \omega_c \quad |L|<<1 \end{cases}$$



$\omega_c : |L(j\omega)| = 1$

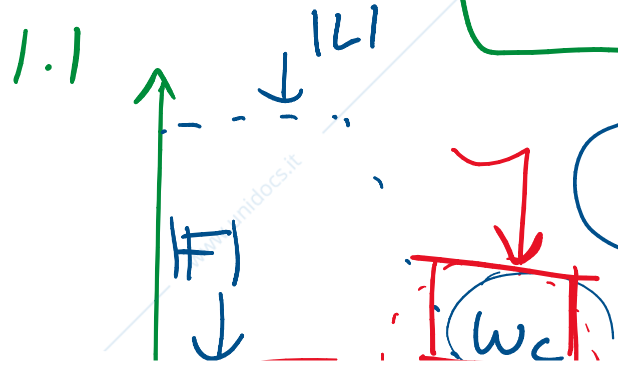
L STR. PROPRIA

$F(j\omega)$ È UN FILTRO PASSA BASSO $BP = [0, \omega_c]$

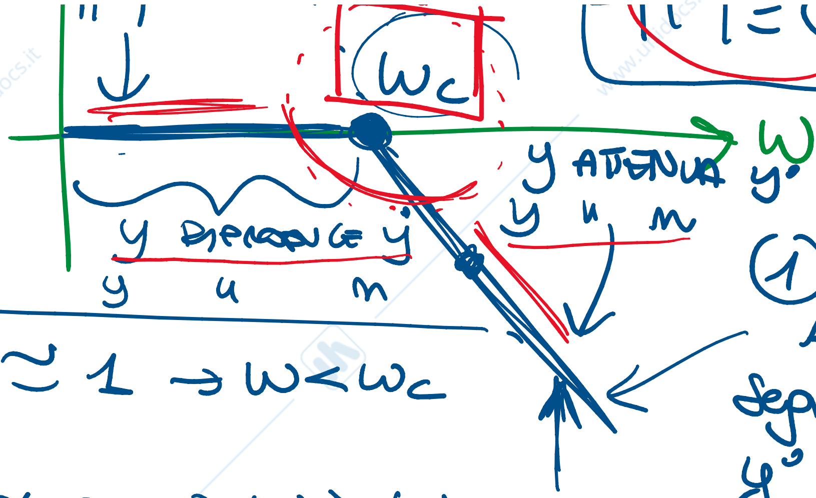
PROLUNGHIAMO LE APPROX. su tutto l'asse delle ω

e diciamo

$$\boxed{|F| \simeq \begin{cases} 1 & \omega < \omega_c \\ |L| & \omega \geq \omega_c \end{cases}}$$



$\lvert F\rvert = 1$	$y^\circ \to y$
$\lvert F\rvert = 0$	$n \to e$



$|F| \simeq 1 \rightarrow \omega < \omega_c$

$|F| \simeq 0 \rightarrow \omega > \omega_c$

NOTE

(1) LE COMPONENTI ARMONICHE del segnale di riferimento y° SONO RIPRODOTTE IN MODULO dall'uscita fino a ω_c

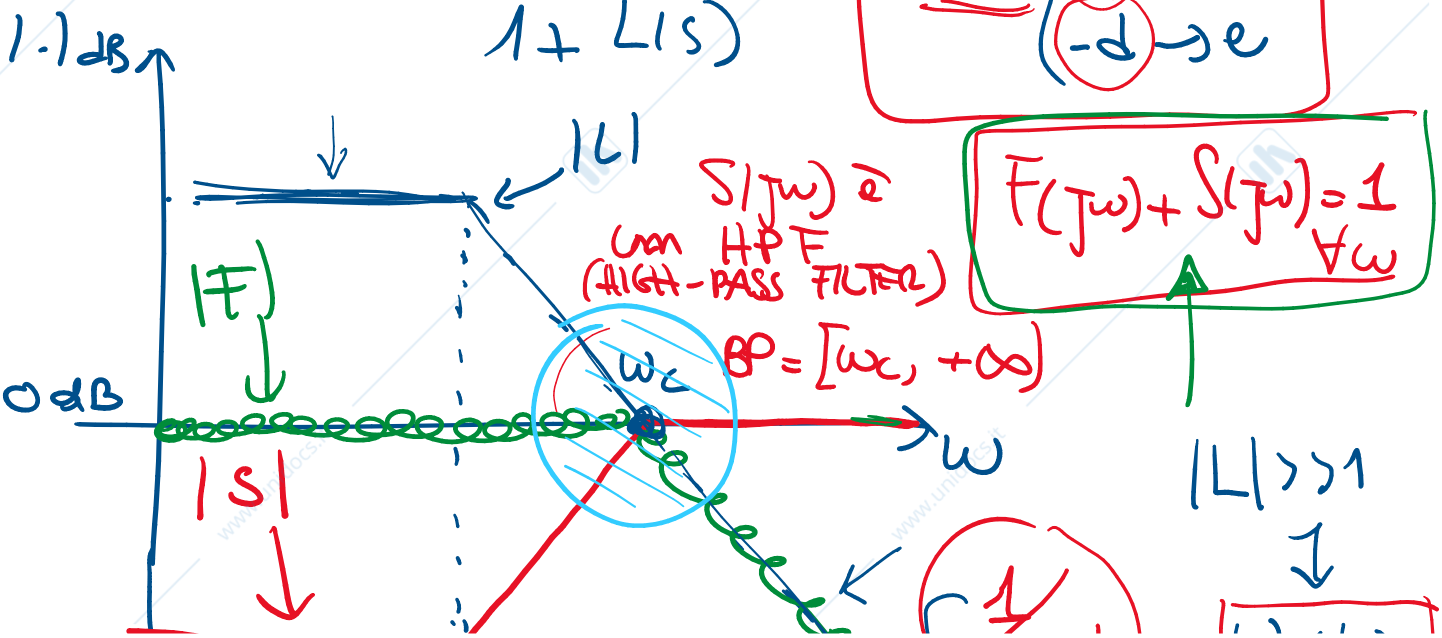
(2) LE COMPONENTI ARMONICHE di m(t) che stanno ad $\omega > \omega_c$ sono attenuate, tanto di più quanto più distanti da ω_c stesso

RISPOSTA IN FREQ $S(j\omega)$ ASSOCIATA ALLA FUNZIONE di SENSITIVITÀ

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$$

IDEALE $S(s)=0$
d → y
y° → e
-d → e

$F(j\omega) + S(j\omega) = 1 \quad \forall\omega$



$$|S(j\omega)| = \frac{1}{|1+L(j\omega)|} \simeq \begin{cases} \dfrac{1}{|L|} & \boxed{\omega < \omega_c} \\ 1 & \boxed{\omega \geq \omega_c} \end{cases}$$

$\omega \geq \omega_c \rightarrow |L| << 1$

• La sensitività riesce ad attenuare il disturbo d per $\omega < \omega_c$, e l'attenuazione è tanto > quanto più è $|L(j\omega)|$ è grande per $\omega < \omega_c$

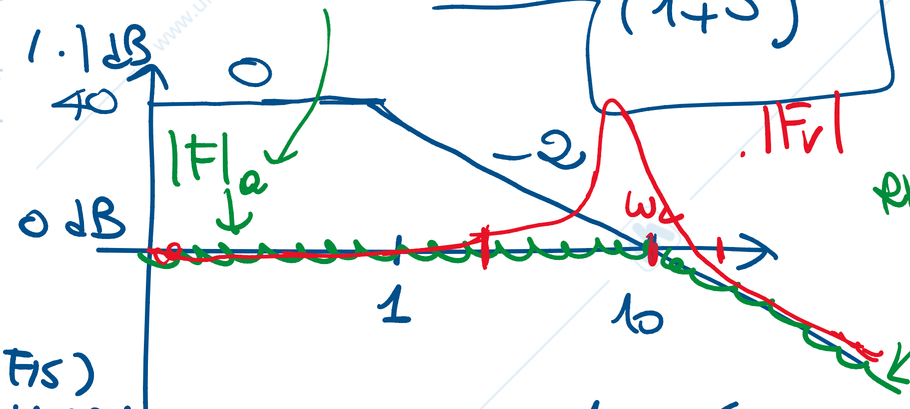
VALUTAZIONE DELL'APPROSSIMAZIONE di F(s) vicino a $\omega = \omega_c$

ESEMPIO

$$\boxed{L(s) = \frac{100}{(1+s)^2}}$$

$$|F| \simeq \begin{cases} 1 & \omega < \omega_c \\ |L| & \omega \geq \omega_c \end{cases}$$

a = approssimazione



ricavo dal grafico approx.

$$\boxed{F_a(s) = \frac{1}{(1+0{,}1s)^2}} = \frac{100}{s^2 + 20s + 100}$$

F(s) VERA:

$$F_v(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{\frac{100}{(1+s)^2}}{1 + \frac{100}{(1+s)^2}} =$$

$\mu_a = 1$ ok

$$\ldots + \frac{\ldots}{(1+s)^2}$$

$$= \boxed{\frac{100}{s^2+2s+101}} \qquad \mu_V = \frac{100}{101} \quad \text{OK}$$

2 POLI REALI in $\omega = 10$ — OK

2 POLI C.C. in $\omega_n = \sqrt{101} \simeq 10 \ \frac{rad}{s}$

$$\boxed{2\xi\omega_n s}$$

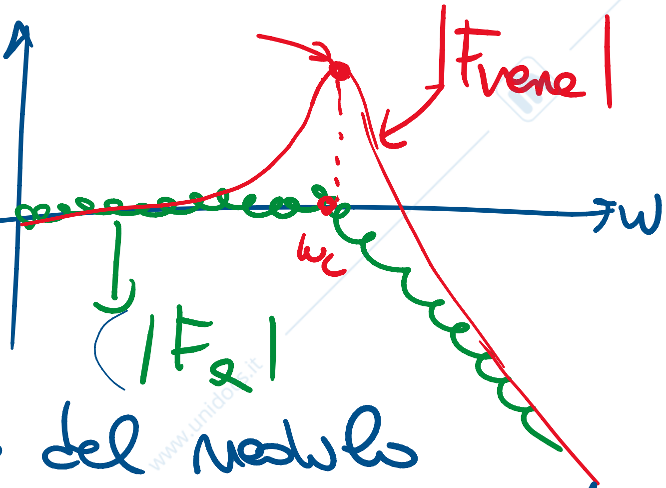
NO! $\xi_a = 1$ (POLI REALI)

$\xi_v = 0{,}1$

VALUTAZIONE DELLO SMORZAMENTO

Dobbiamo valutare meglio $\boxed{\text{RICAVO } \xi}$

$$\boxed{|F(j\omega_c)| = \frac{1}{2\xi}}$$



È NOTO che il picco del modulo di una FdT con poli c.c. è pari a $\frac{1}{2\xi}$

Lo SMORZAMENTO CORRETTO ci serve per studiare il COMPORTAMENTO DINAMICO del sistema di CONTROLLO $\Longrightarrow$ ANALIZZARE il legame tra $y^\circ \to y$ $(F(s))$

DIFFUSIONE

T

VELOCITÀ

PRECISIONE DINAMICA

in termini di $\begin{cases} \boxed{T_a \text{ VELOCITÀ DI RISPOSTA}} \\ \boxed{S\% \text{ ENTITÀ DI OSCILLAZIONI}} \end{cases}$

$$|F(j\omega_c)| = \frac{|L(j\omega_c)|}{|1+L(j\omega_c)|} = \frac{1}{|1+1 \cdot e^{j\varphi_c}|}$$

$L(j\omega_c)$ ha $|\cdot|=1$ e $\measuredangle = \varphi_c$

$$= \frac{1}{|1+(\cos\varphi_c + j\sin\varphi_c)|} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\underbrace{(1+\cos\varphi_c)^2}_{1+\cos^2\varphi_c+2\cos\varphi_c} + \sin^2\varphi_c}} = \frac{1}{\sqrt{2(1+\cos\varphi_c)}} =$$

$\varphi_m = 180° - |\varphi_c|$

$$= \frac{1}{\sqrt{2(1-\cos\varphi_m)}} = \frac{1}{\sqrt{2(\cancel{1}-1+2\sin^2\left(\frac{\varphi_m}{2}\right))}}$$

$\cos(2\alpha) = 1-2\sin^2\alpha$

$|F(j\omega_c)|$

$$\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$|F(j\omega_a)|$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4\sin^2\frac{\varphi_m}{2}}} = \boxed{\frac{1}{\cancel{2}\sin\frac{\varphi_m}{2}} = \frac{1}{\cancel{2}\xi}}$$

ESATTA

$$\boxed{\xi = \sin\frac{\varphi_m}{2}}$$

IN GRADI

$$\boxed{\xi \simeq \frac{\varphi_m}{2}\,\frac{\pi}{180^\circ} \simeq \frac{\varphi_m}{100}} \qquad \boxed{\xi \simeq \frac{\varphi_m}{100}}$$

$$\frac{1}{50}$$

$F(s)$ APPROSSIMAZIONE $< \mu$

BAZ. POLI

$\hookrightarrow \boxed{y^\circ \to y}$ PRECISIONE DINAMICA

$$\boxed{\xi \simeq \frac{\varphi_m}{100}}$$

RICORDA Smorzam. genera un picco nel diagr. del modulo se $\boxed{\xi < 0,7}$

$$\xi = \begin{cases} \dfrac{\varphi_m}{100} & \text{se } \boxed{\varphi_m < 75^\circ} \\ 1 & \text{se } \boxed{\varphi_m \geq 75^\circ} \end{cases}$$

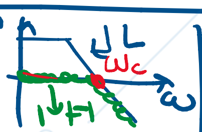
VALIDA IN TUTTO la $F_{(s)}$

$F_A(s)$

A questo punto otteniamo, a seconda se φ_m sia $>$ o $< 75°$, due modelli diversi per $F(s)$, da usare per lo studio della precisione dinamica $\boxed{y^o \to y}$

$\boxed{\text{modello di } F(s)} \longleftrightarrow \boxed{T_a,\ S_\%}$

$\varphi_m > 75°$



$\xi = 1 \Rightarrow$ POLI REALI SENZA OSCILLAZIONI

$$\boxed{F(s) = \frac{\mu_F}{\frac{s}{\omega_c} + 1}}$$

FdT del 1° ORDINE con polo in $s = \omega_c$

$$\begin{cases} \boxed{T_a \simeq \dfrac{5}{\omega_c}} \\ \boxed{S_\% = 0} \end{cases}$$

$\varphi_m \leq 75°$

$$\xi = \frac{\varphi_m}{100}$$

$F(s)$ 2 POLI COMPL. e CONIUGATI

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_n = \omega_c \\ \xi = \varphi_m / 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu_F = 1 \text{ se } g_L > 0 \\ \mu_F = \dfrac{\mu_L}{1 + \mu_L} \text{ se } g_L = 0 \end{cases}$$

$$\Big\{ T_a \simeq \frac{5}{\xi \omega_n} =$$

$\boxed{S_\% = 0}$

$\mu_F = \dfrac{\mu_L}{1+\mu_L}$ se $\underline{g_L = 0}$

PREC. STATICA

$y^o = A\,sca(t)$

$\boxed{y_\infty = A \dfrac{\mu}{1+\mu}}$

$\mu_F = 1$

$\boxed{\text{se } \underline{g_L > 0}}$

→ AN. PREC. STATICA

se $y^o = A\,sca(t) \rightarrow y_\infty = A$ $g_L > 0$

$\varphi_m > 75°$

$= \dfrac{5}{\xi\omega_n}$

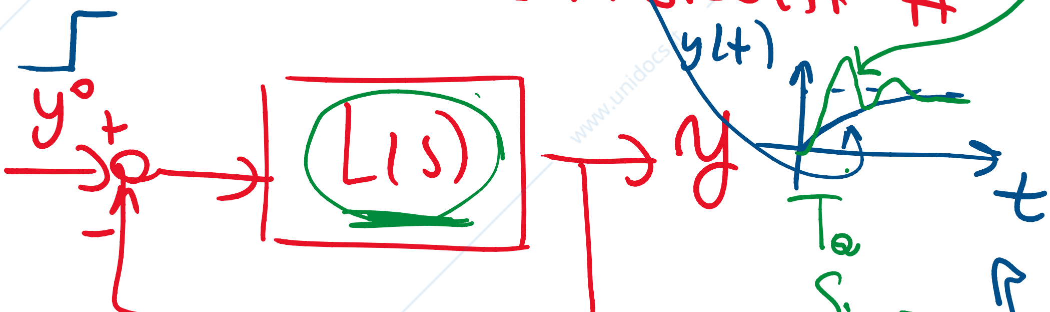
$= \dfrac{5}{\dfrac{\varphi_m}{100} \times \omega_c}$

$\underline{S_\%} = 100\, e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

$\xi = \varphi_m / 100$

$\varphi_m < 75°$

TIPICAMENTE, per valutare il COMPORTAM. DINAMICO COMPLESSIVO del SIST. in AN. CHIUSO, STUDIAMO la RISPOSTA A SCALINO del SIST. in AN. CHIUSO



T_a

$S_\%$

y_∞

$\boxed{y^o \rightarrow y \quad F(s)}$

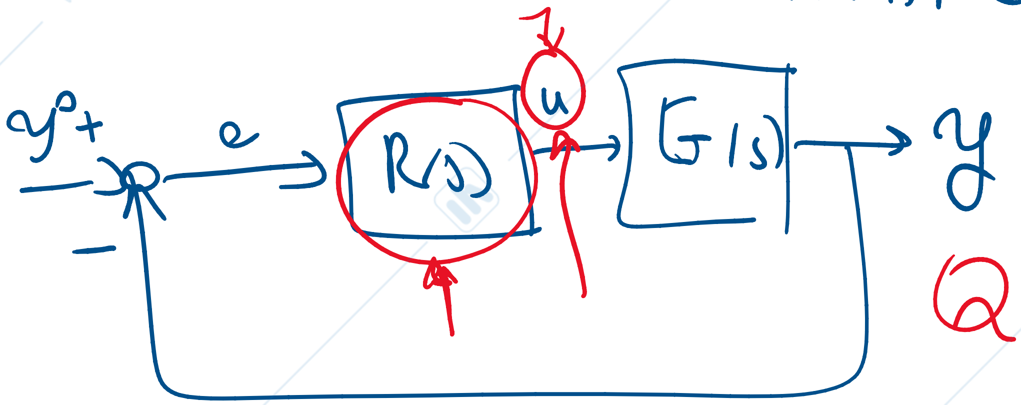
$S_\% = 100 \times e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

$F(s) = \dfrac{\mu_F}{\dfrac{s^2}{\omega_n^2} + \dfrac{2\xi}{\omega_n}s + 1}$

$\omega_n = \omega_c, \quad \xi = \varphi_m / 100$

$|\omega_m = \omega_c,\ \xi = 4u/100$

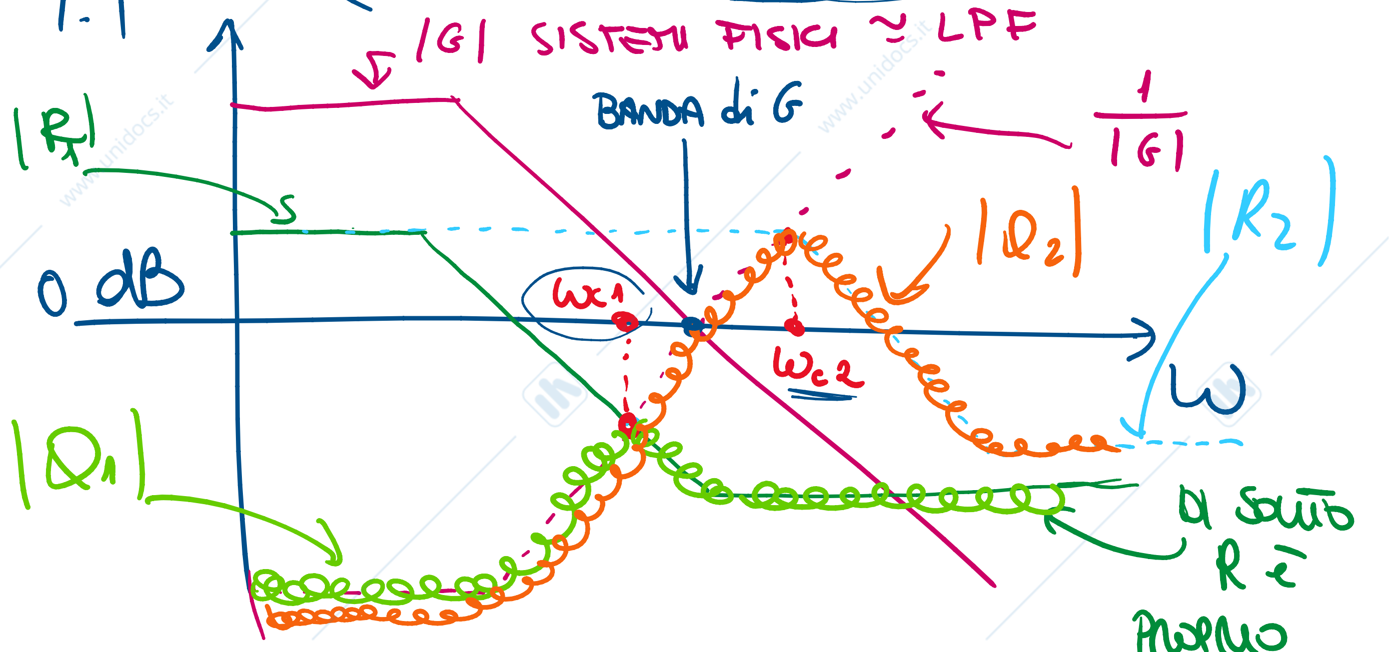
FUNZIONE di SENSITIVITÀ del CONTROLLO



$$Q = \frac{R(s)}{1 + L(s)}$$

$$Q = \frac{R}{1+L} = \frac{R}{1+RG}$$

$$\underbrace{|Q|}_{1.1} \simeq \begin{cases} \frac{1}{|G|} & \omega < \omega_c \quad |L| > 1 \\ |R| & \underbrace{\omega \geq \omega_c}\ |L| \ll 1 \end{cases}$$



R_2 INDUCE UN "COSTO" DI CONTROLLO $>$ di R_1

$> \text{ di } R_1$

$|Q_1|$ SEMPRE SOTTO L'ASSE e 0 dB

$|Q_2|$ HA UN TRATTO SOPRA l'asse e 0 dB

Se voglio un sistema in AN. CHIUSO con una BANDA > di quello del sistema da controllare, questa cosa devo "pagarla" in termini di "AUTORITÀ DEL CONTROLLO", ovvero di COSTO di UTILIZZO della mia u(t)