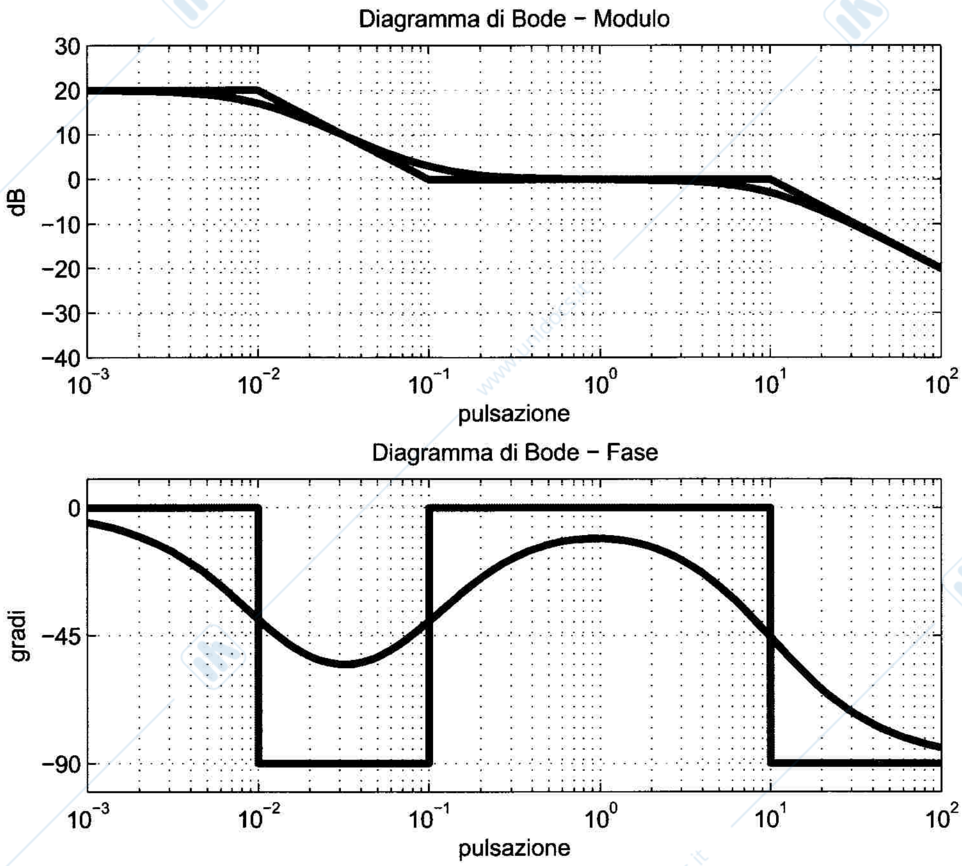
FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria Gestionale **Prof.ssa Mara Tanelli**
Seconda prova in itinere del 10 febbraio 2014

1. Si considerino i diagrammi di Bode di modulo e fase mostrati in figura, che si riferiscono alla risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare e tempo invariante di ordine due senza autovalori nascosti.



1.1 Scrivere l'espressione analitica di $G(s)$ e dire, motivando la risposta, se il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ è asintoticamente stabile.

Dai diagrammi si ottiene: $G(s) = 10 \dfrac{10s+1}{(100s+1)(0{,}1s+1)}$

Poiché $G(s)$ ha 2 poli con $Re(p_i) < 0$ e non vi sono autovalori nascosti per ipotesi, il sistema è AS. STABILE

1.2 Determinare l'espressione dell'uscita di regime del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ associata all'ingresso $u(t) = 2 + \sin(0.01\,t)$.

$\underbrace{2}_{u_1} + \underbrace{\sin(0.01\,t)}_{u_2}$

$y_2 = |G(j0{,}01)| \sin(0{,}01t + \angle G(j\ldots$

17dB $\qquad \simeq -\pi/\ldots$

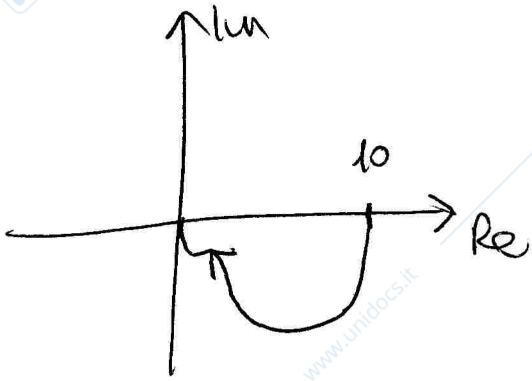
Th. risp. in freq. Applicabile perché sist. AS. ST.

$y_1 = 2G(0) = 20$

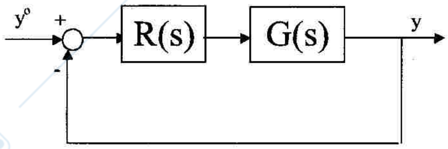
sist. AS. STABILE di tipo zero

$y_2 = \dfrac{10}{\sqrt{2}} \cdot \sin(0{,}01t - \pi/\ldots$

1.3 Tracciare il diagramma polare della risposta in frequenza associata a $G(s)$.



1.4 Si consideri ora $G(s)$ retroazionata come mostrato in figura.



Posto

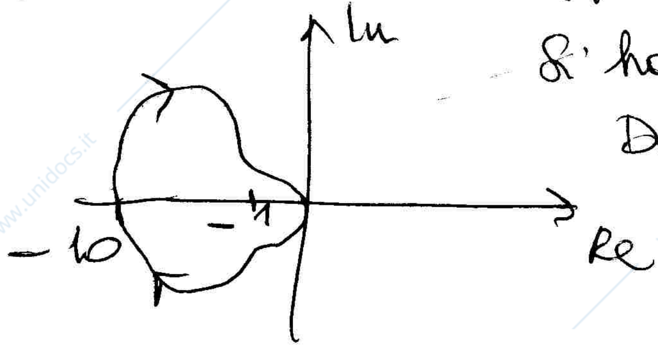
1) $R(s) = 10$,
2) $R(s) = -0.01$,
3) $R(s) = -1$,

si dica, motivando la risposta, se il sistema in anello chiuso e' asintoticamente stabile.

1) Si ha $P=0$ e $|\angle L(j\omega)| < 180°, \forall \omega$. Per il corollario delle piccole fase il sist. in an. chiuso è AS. STABILE

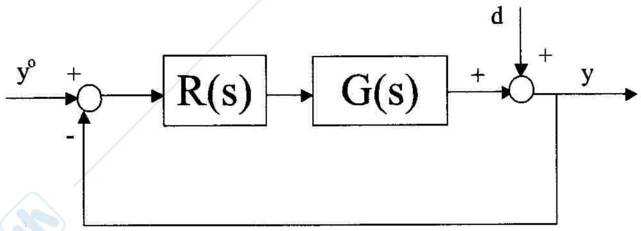
2) Si ha $P=0$ e $|L(j\omega)| < 1, \forall \omega$. Per il corollario del piccolo guadagno il sist. in anello chiuso è AS. STABILE

3) Applichiamo criterio di Nyquist:



Si ha $P=0$ e $N=-1$
Dunque $P \neq N$ e il sist. in an. chiuso è INSTABILE

2. Si consideri il sistema di controllo in figura



con $G(s) = 10\frac{s+1}{(10s+1)(0.1s+1)}$.

2.1 Si dica, motivando la risposta, che caratteristiche deve avere il regolatore $R(s)$ per garantire che l'errore a transitorio esaurito a fronte di $y^o(t) = \pm 17\,\mathrm{sca(t)}$ e $d(t) = -15\,\mathrm{sca(t)}$ sia nullo.

Per il principio del modello interno occorre che $L(s)$ sia di tipo almeno pari a quello dei segnali di ingresso. Quindi

$$R(s) = \frac{\mu}{s^g} \quad \text{con } g \geq 1$$

2.2 Posto ora $R(s) = 0.01\frac{10s+1}{s}$, verificare che il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile.

$$L(s) = \frac{0,1}{s}\,\frac{s+1}{0,1s+1}$$

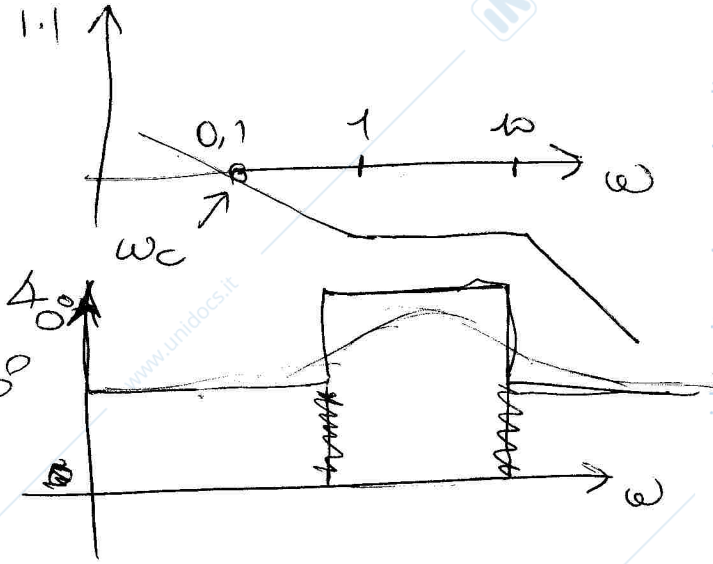
$\omega_c = 0,1\ \frac{rad}{s}$

$\varphi_c \simeq -90°$

Si ha $P=0$

$\Downarrow$

Per il corollario della piccola fase il sistema in an. chiuso è AS. STABILE



2.3 Dire, motivando la risposta, quanto vale l'ampiezza a regime dell'uscita $y(t)$ a fronte di $y^o(t) = 0$ e:

a) $d(t) = 2\mathrm{sca}(t)$;

b) $d(t) = \sin(0.001\,t)$;

c) $d(t) = \sin(1000\,t)$.

Poiché $L(s)$ è di tipo 1 $\rightarrow y_{1\infty} = 0$

Per i casi b) e c) applico il teorema della risp. in freq. alla FdT $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$

In particolare

$$|S(j\omega)| \simeq \begin{cases} \dfrac{1}{|L(j\omega)|} & \omega < \omega_c \\ 1 & \omega \geq \omega_c \end{cases}$$

Quindi $|L(j0{,}001)| = 40$ dB e

$$y_{2\infty} \cong 1/100 = 0{,}01$$

e

$$y_{3\infty} \simeq 1$$

2.4 Posto ora $d(t) = 0$, tracciare il grafico qualitativo dell'andamento della risposta del sistema in anello chiuso al segnale di riferimento $y^o(t) = \mathrm{sca}(t)$, precisando il valore iniziale e finale, il tempo di assestamento e la sovraelongazione percentuale massima[1].

La FdT che lega y^o e y è $F(s) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)}$

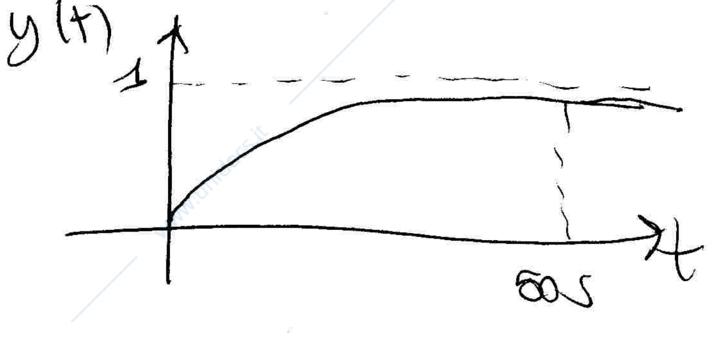
Poiché $L(s)$ è di tipo 1 $\rightarrow \boxed{y_\infty = 1}$ (ASSERVIMENTO CON y^o)

$L(s)$ ha grado rel. 1 $\Rightarrow F(s)$ ha grado rel. 1 $\Rightarrow \boxed{y(0) =}$

Si ha $\varphi_m > 75°$ $\Rightarrow F(s)$ si può approssimare con FdT 1° ordine con un polo reale in $\omega = \omega_c$

$\Downarrow$

$$T_{ass} \simeq \frac{5}{\omega_c} = 50\ s \quad e \quad S\% = 0$$



[1] $S\% = 100\, e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$

3. Si consideri il sistema lineare e tempo invariante a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni

$$x_1(k+1) = -0.5x_1(k) + x_2(k)$$
$$x_2(k+1) = \alpha x_2(k) + u(k)$$
$$y(k) = -x_1(t) + u(k),$$

con α parametro reale.

3.1. Si studi la stabilità del sistema in funzione di α.

la matrice dinamica del sistema è $A = \begin{bmatrix} -0,5 & 1 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$

i cui autovalori sono $\lambda_i = \{0,5, \alpha\}$

Quindi si ha

- SIST. AS. STABILE per $|\alpha| < 1$
- " SEMPL. " per $|\alpha| = 1$ (α è AUTOV. SEMPLICE)
- " INSTABILE per $|\alpha| > 1$

3.2. Posto $\alpha = 0.2$, si calcolino i primi 4 campioni del movimento dello stato e dell'uscita del sistema associati a condizioni iniziali $x(0) = [0, \ 0]^T$ e $u(k) = \text{sca}^*(k)$, $k \geq 0$

Posto $sca^*(k) = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 1 & k \geq 1 \end{cases}$ si calcolano i campioni di stato e uscita iterando le eq. di stato

Svolgendo i calcoli si ottiene

$$x_1(k) = \{0, 0, 1, 0,7\}$$
$$x_2(k) = \{0, 1, 1,2, 1,24\}$$
$$y(k) = \{1, 1, 0, 0,3\}$$

$k = 0, 1, 2, 3$

4. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari, tempo invarianti e a tempo discreto, descritti dalle equazioni

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\
y(k) &= Cx(k)
\end{aligned}
$$

si dia la definizione di stato e uscita di equilibrio e si mostri sotto quali condizioni essi esistono e sono unici.

Vedi libro/appunti

5. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari e tempo invarianti a tempo continuo, si illustri con precisione il concetto di margine di guadagno, specificandone l'utilità nell'ambito dei sistemi di controllo.

Vedi libro/appunti

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari