FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria Elettronica **Prof.ssa Mara Tanelli**
Prima prova in itinere del 6 maggio 2011

1. Si consideri il sistema dinamico non lineare con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$ descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= \alpha(x_1^2(t) - x_1(t)) + 3x_2(t) + u(t)\\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t)\\ y(t) &= x_1(t)x_2(t),\end{aligned}$$

con α parametro reale.
1.1 Determinare stati $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ e uscite $\bar{y}$ di equilibrio associati all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 0$, $t \geq 0$.

1.2 Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio determinato al punto precedente caratterizzato da $\bar{x}_1 = 0$ e studiarne la stabilità al variare di α.

1.3 A partire dal modello linearizzato calcolato al punto precedente valutare, se possibile, la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare.

2. Si consideri il sistema dinamico lineare e tempo invariante con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$ descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= \alpha x_1 \\
\dot{x}_2(t) &= \beta x_2(t) + 2u(t) \\
\dot{x}_3(t) &= \beta x_2(t) - x_3(t) + \gamma u(t) \\
y(t) &= x_2(t),
\end{aligned}$$

con $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ e $\gamma \neq 0$ parametri reali.

2.1 Studiare le proprietà di stabilità del sistema in funzione di α, β e γ.

2.2 Posto $\alpha = -1$, $\beta = 1$ e $\gamma = 1$ determinare il movimento libero dello stato e dell'uscita associato alle condizioni iniziali $x(0) = [0, \ \ 1, \ \ 1]^T$.

2.3 Sempre con $\alpha = -1$, $\beta = 1$ e $\gamma = 1$ determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema e dire, motivando la risposta, se è possibile valutare le proprietà di stabilità del sistema dall'analisi della sola $G(s)$.

3. Si consideri la seguente funzione di trasferimento di un sistema lineare e tempo invariante di ordine due

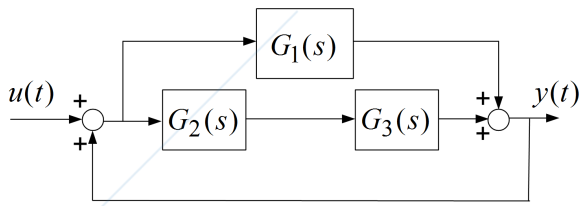
$$G(s) = \frac{s+1}{(1+10s)(1+0.01s)}.$$

3.1 Determinare tipo, guadagno, poli e zeri di $G(s)$.

3.2 Determinare la costante di tempo dominante del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ e scriverne l'approssimazione a poli dominanti $G_a(s)$.

3.3 Calcolare l'uscita di regime del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ all'ingresso $u(t) = e^{-2t} + 5 + \sin(0.01t) + \sin(t)$.

4. Si consideri lo schema a blocchi in figura



con $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$ funzioni di trasferimento di sistemi dinamici di ordine 1.

4.1 Determinare l'espressione della funzione di trasferimento $H(s)$ tra l'ingresso u e l'uscita y in funzione di $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$.

4.2 Posto $G_1(s) = \frac{2}{s+5}$, $G_2(s) = \frac{1}{s-3}$ e $G_3(s) = \frac{s-3}{s+5}$ calcolare $H(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $H(s)$.

4.3 Si tracci il grafico qualitativo della risposta allo scalino del sistema, indicando il valore iniziale $y(0)$, il valore iniziale della derivata prima $\dot{y}(0)$, il valor finale y_∞ e il tempo di assestamento T_{ass}.

4.4 Dire se e come cambia la risposta al punto precedente, ed eventualmente tracciare i nuovi grafici, se l'ingresso del sistema è pari a

a) $u(t) = 10\text{sca(t)}$

b) $u(t) = \text{sca(t} - 1)$.

5. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari e tempo invarianti a tempo continuo asintoticamente stabili (con ingresso u e uscita y), si dica, motivando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

5.1) La risposta $y(t)$ a $u(t) = \text{imp(t)}$ è tale che $\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0$.

5.2) La funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema ha tutti i poli e gli zeri con parte reale negativa.

5.3) La risposta di regime a $u(t) = k\text{sca(t)},\ \text{k} \in \mathbb{R}$ tende ad un valore costante.

5.4) La risposta forzata del sistema è limitata.

5.5) Per ogni valore costante dell'ingresso $u(t) = \overline{u}, t \geq 0$ esiste ed è l'unica uscita di equilibrio $y(t) = \overline{y}$ ad esso associata.

6. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici lineari e tempo invarianti, si enunci con precisione il principio di sovrapposizione degli effetti.