FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria dell'Automazione
Prof.ssa Mara Tanelli
Primo test di autovalutazione

TEST. Scegliere, motivando la risposta, la risposta corretta ai seguenti quesiti (dove i quesiti sono teorici, fornire un esempio numerico di supporto alla propria risposta):

1) Il movimento forzato dell'uscita di un sistema LTI asintoticamente stabile tende a zero.
VERO ☐ FALSO ☒

$$y(t) = y_l(t) + y_F(t)$$

$y_l(t) \to 0$ se sist. AS. ST. perchè è comb. lin dei modi

$y_F(t)$: composto da termini della stessa forma dei modi, che $\to 0$ e della stessa forma della forzante, che, in generale $\not\to 0$

2) Se un sistema LTI a tempo continuo è asintoticamente stabile allora ammette un solo stato di equilibrio.
VERO ☒ FALSO ☐

Se AS. STABILE $\to \nexists\ \lambda_i(A) = 0 \to A$ è invertibile

se A è invertibile, lo stato di eq. $\bar{x}$ associato a un ingresso costante $\bar{u}$ è $\bar{x} = -A^{-1}B\bar{u}$, che $\exists!$

3) Un sistema LTI a tempo continuo di ordine 5 con equazione caratteristica $\lambda^5 + 4\lambda^4 + 2\lambda^3 + 8\lambda^2 + 3\lambda + 7 = 0$ è asintoticamente stabile.

VERO ☐ FALSO ☒

C. NEC soddisfatta $\Rightarrow$ coeff. concordi e non nulli

TAB ROUTH

6 RIGHE	1	2	3	0
	4	8	7	0
	h_1			
	⋮			

$$h_1 = -\frac{1}{4} \det\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} = 0$$

non serve calcolare gli altri coeff della I° colonna, perché ce ne è uno nullo

$\Rightarrow$ radici non tutte con Re < 0

4) Un sistema LTI a tempo continuo di ordine 3 con equazione caratteristica $\lambda^3 + 3\lambda^2 + 3\lambda + (1+k) = 0$, con k parametro reale è asintoticamente stabile se e solo se $k > 8$.

VERO ☐ FALSO ☒

C. NEC ok coeff. concordi e non nulli $\Leftrightarrow$

$1+k>0$

$k>-1$

TAB ROUTH

4 RIGHE	1	3	0
	3	$(1+k)$	0
	h_1	$h_2 = 0$	
	k_1		

$$h_1 = -\frac{1}{3} \det\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1+k \end{pmatrix} = \frac{1}{3}(8-k)$$

$$k_1 = -\frac{1}{h_1} \det\begin{pmatrix} 3 & 1+k \\ h_1 & 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{h_1}\left(-h_1(1+k)\right) = 1+k$$

CNS per radici con Re < 0

$$\begin{cases} \frac{1}{3}(8-k) > 0 \\ 1+k > 0 \end{cases} \Updownarrow \boxed{-1 < k < 8}$$

5) In un sistema LTI con equazioni

$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + 2x_2(t) + u(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = 3x_2(t) + 2u(t)$$
$$y(t) = x_2(t)$$

il movimento dell'uscita con condizioni iniziali $x(0) = [1, 1]^T$ e $u(t) = \overline{u} = 1$ è pari a (si noti che si può individuare la risposta giusta anche senza fare i conti per esteso!)

$\frac{4}{3}e^{3t} - 2e^{-t} + 1$ ☐ $\frac{5}{3}e^{3t} - \frac{2}{3}$ ☒ $\frac{1}{3}$ ☐

$\uparrow$ x_2 indip. da x_1 e $y = x_2 \rightarrow$ nella mov. dell'uscita compare solo la var. di stato x_2

Unica espressione in cui compaiono termini con le stesse forme del modo associato a x_2 ($\lambda = 3$) e della forzante (costante)

6 In un sistema non lineare TI con equazioni

$$\dot{x}_1(t) = 2\alpha^3 x_1^3(t) + 2x_2(t)u(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = -x_2(t) + u(t)$$
$$y(t) = x_2(t),$$

con $\alpha \neq 0$ e con $u(t) = \overline{u} = 1$ ha un movimento di equilibrio asintoticamente stabile per $\alpha > 0$ e instabile per $\alpha < 0$.

VERO ☐ FALSO ☒

EQUILIBRI: $\begin{cases} 0 = 2\alpha^3 \overline{x}_1 + 2\overline{x}_2 \\ 0 = -\overline{x}_2 + 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \overline{x}_1^3 = -1/\alpha^3 \\ \overline{x}_2 = 1 \end{cases}$ $\boxed{\begin{cases} \overline{x}_1 = -1/\alpha \\ \overline{x}_2 = 1 \end{cases} \quad \overline{y} = \overline{x}_2 = 1}$

SISTEMA LINEARIZZATO

$$\begin{cases} \delta\dot{x}_1 = 6\alpha^3 \overline{x}_1^2 \delta x_1 + 2\overline{u}\,\delta x_2 + 2\overline{x}_2 \delta u \\ \delta\dot{x}_2 = -\delta x_2 + \delta u \end{cases}$$
$$\delta y = \delta x_2$$

All'ep.

$$S_{LIN(-\frac{1}{\alpha},1;1)}: \begin{cases} \delta\dot{x}_1 = 6\alpha\,\delta x_1 + 2\delta x_2 + 2\delta u \\ \delta\dot{x}_2 = -\delta x_2 + \delta u \\ \delta y = \delta x_1 \end{cases}$$

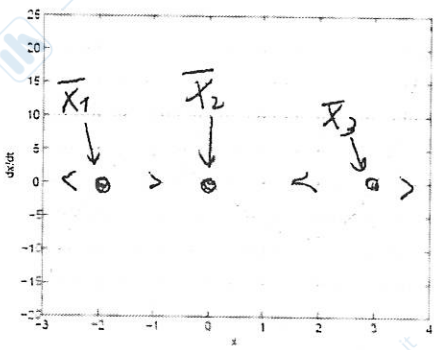
$$A_{LIN} = \begin{bmatrix} 6\alpha & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad \lambda_i(A_{LIN}) = \{6\alpha, -1\}$$

Se $\alpha > 0$ $\exists i : Re(\lambda_i(A_{LIN})) > 0 \xrightarrow{C.S.}$ mov ep. INSTABILE

Se $\alpha < 0$ $Re(\lambda_i(A_{LIN})) < 0\ \forall i \xrightarrow{C.S.}$ mov ep. AS. ST.

7) Il sistema non lineare e TI scalare, di cui in figura si rappresenta $\dot{x} = f(x, \overline{u})$, con $\overline{u}$ costante, in funzione di x ammette almeno uno stato di equilibrio asintoticamente stabile

VERO ☒ FALSO ☐



3 equilibri (vedi figura)

$\bar{X}_2$ AS. ST.

$\bar{X}_1$, $\bar{X}_3$ INST.

La regione di attrazione di tale stato di equilibrio è data da

$[-2, 3]$ ☐ $(3, +\infty]$ ☐ $(-2, 3)$ ☒

↑ estremi esclusi perché sono punti di eq.