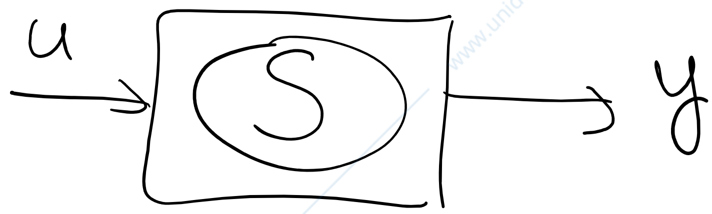
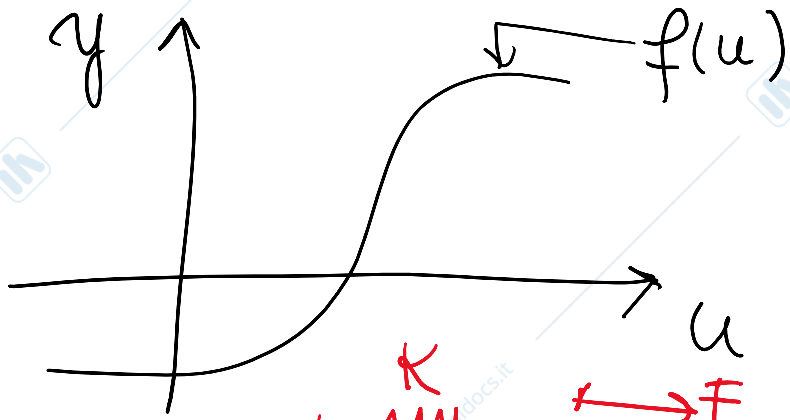


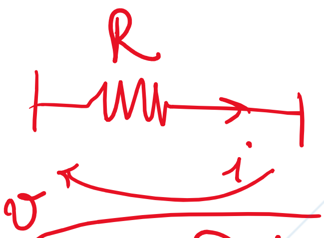
SISTEMI STATICI O ALGEBRICI

$$\boxed{y = f(u)}$$

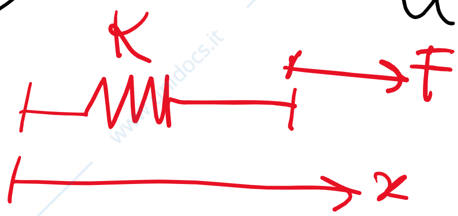
USCITA (y) INGR. (u)

NOTA u posso DETERMINARE UNIVOCAMENTE y





$$\boxed{v = Ri}$$



$$F = kx$$

$$\boxed{x = \frac{1}{k} F}$$

$$\boxed{y = f(u)}$$

CLASSIFICAZIONE

1) TEMPO VARIANTI

$$y = f(u, t)$$

TEMPO INVAR.

f NON è funz. esplicita del tempo

y è funz. implicita del tempo

$v = R(t)\, i$

$\boxed{= (R_0 + R_1 t)}\, i$

$v = R\, i$

↑ COSTANTE

(2) **MIMO**

MANY INPUT

" OUTPUT

y e/o u sono VAR VETTORIALI

SISO

Single INPUT

" OUTPUT

y e u sono VAR SCALARI $\in \mathbb{R}$

SE TEMPO VAR.

$$\begin{cases} y_1 = f_1(u_1, u_2, \dots, u_m, t) \\ \vdots \\ y_p = f_p(u_1, u_2, \dots u_m, t) \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = f(u, t)}$$

MIMO

$y \in \mathbb{R}^p \qquad u \in \mathbb{R}^m$

$$y = f(u, t)$$

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_p \end{bmatrix} \qquad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} \qquad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

③ LINEARI

$f(\cdot)$ è funz. lineare di u

$$y = \underset{\uparrow f}{5}\, u$$

NON LINEARI

$f(\cdot)$ è funz. NON LIN. di u

$y = u^3$ NON LIN.

$f(\cdot) = \cdot^3$

SIST. LINEARE, MIMO

$$\begin{cases} y_1 = K_{11} u_1 + K_{12} u_2 + \dots + K_{1m} u_m \\ \vdots \\ y_p = K_{p1} u_1 + K_{p2} u_2 + \dots + K_{pm} u_m \end{cases} \Rightarrow y = Ku$$

1ª RIGA

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad \underset{p \times m}{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1m} \\ \vdots & & & \\ K_{p1} & K_{p2} & \dots & K_{pm} \end{bmatrix}$$

PRINCIPIO di SOVRAPPOSIZ. degli EFFETTI

Dato un sist. STATICO LINEARE e TEMPO INVAR.

(*) $y = Ku$

$\longrightarrow$ applico $u = u^{I}$ $(*)$ $y^{I} = k u^{I}$

$\longrightarrow$ " $u = u^{II}$ $(*)$ $y^{II} = k u^{II}$

$u = u^{III}$ = COMB. LINEARE di u^{I} e u^{II}

$$u^{III} \overset{!}{=} \underbrace{\left[\alpha u^{I} + \beta u^{II}\right]} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$(*) \quad y^{III} = k u^{III} = k\left(\alpha u^{I} + \beta u^{II}\right)$$

$$\overset{\text{LIN.}}{=} \alpha \underbrace{k u^{I}}_{y^{I}} + \beta \underbrace{k u^{II}}_{y^{II}}$$

$$y^{III} = \boxed{\alpha y^{I} + \beta y^{II}}$$

Se l'ingresso è COMB. LIN di più ingressi l'uscita sarà COMB. LIN. delle uscite parziali CON I MEDESIMI COEFFIC.

ES

SIST. ALGEBR/STATICO

$$y = K_1 u_1 + K_2 u_2$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}}_{K} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{u}$$

LIN.

T.I.

MIMO $y \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}^2$

Posso ottenere y "ACCENDENDO" UN INGRESSO PER VOLTA

$$u^{I} = \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$ "ACCESO" u_1, "SPENTO" u_2

$$y^{I} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix} = K_1 u_1$$

$$u^{II} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_2 \end{bmatrix} \longrightarrow y^{II} = K_2 u_2$$

$$u^{III} = u^{I} + u^{II} \quad \left(\equiv \alpha u^{I} + \beta u^{II} \quad \boxed{\alpha = \beta = 1} \right)$$

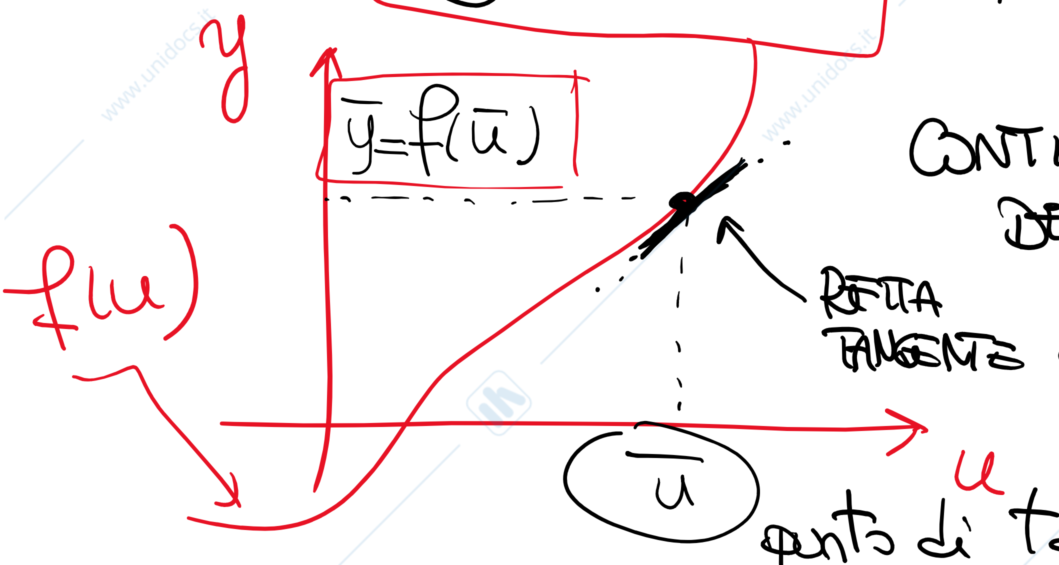
$\rightarrow$ P.S.E. $\quad y^{III} = y^{I} + y^{II} =$

LINEARIZZAZIONE

Ricondurre un sistema NON LIN ad una sua approssimat. lineare

NON LIN. e T.I. lp $\quad \boxed{y=f(u)} \quad f\in C^1$

CONTINUA CON DER. PRIMA CONTINUA



(1) $y=f(u) \simeq f(\bar u) + \boxed{\left.\frac{df(u)}{du}\right|_{u=\bar u}}(u-\bar u)$

SERIE TAYLOR ARREST. al I° ORD.

NUMERO

$(u-\bar u)=\delta u$

$(y-\bar y)=\delta y = y-f(\bar u)$

$\boxed{y-f(\bar u)} = \boxed{\left.\frac{df(u)}{du}\right|_{u=\bar u}}\,\delta u$

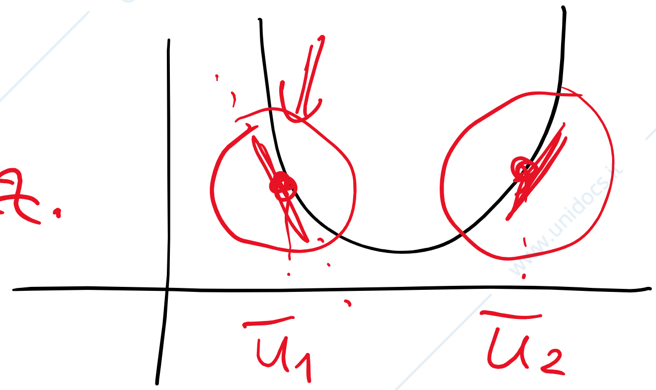
K

(✱) $\boxed{\delta y = k\,\delta u}$ SISTEMA LINEARE (T. INV.)

↑ EQ. della RETTA TANGENTE

N.B. Il sistema LINEARIZZATO (✱) è una valida approssimaz. di quello N.L. solo in un intorno del punto di LINEARIZZAZ. (≃ PUNTO di TANGENZA)

APPROSS. DI LINEARIZZ. è LOCALE



ES

$y = u^2$ N.L. e T.I.

$\bar u = 2$

$\delta u = u - \bar u \overset{!}{=} u - 2$

$\delta y = k\,\delta u$

$\delta y = y - f(\bar u) \overset{!}{=} y - 4$

$$K = \left.\frac{df(u)}{du}\right|_{u=\bar{u}} = 2u\Big|_{u=\bar{u}} = 4 \quad \text{NUMERO}$$

SIST. LINEARIZZATO

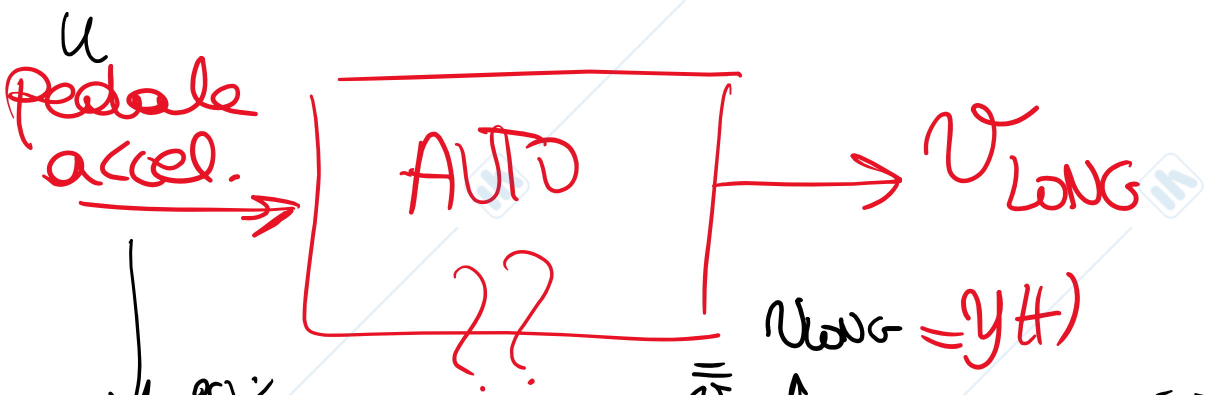
$$\boxed{\delta y = 4\,\delta u} \qquad y = u^2,\ \bar{u} = 2$$

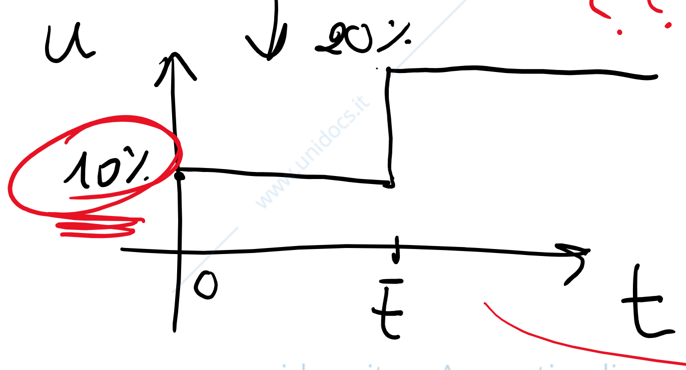
I SISTEMI ALGEBRICI sono sufficienti a descrivere la realtà ??

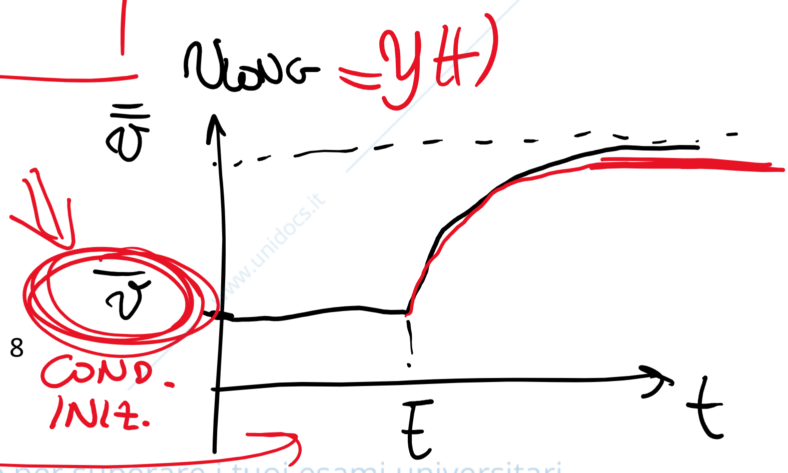
ES CRUISE CONTROL

MOTO LONGIT.

SISTEMA FISICO ⇒ AUTO







NOTA solo $u(t)$ | POSSO DET. UNIVOC. $y(t)$

LEGAME $u \to y$ NON È ISTANTANEO

$\Downarrow$

NON PUÒ essere spiegato da UN SIST. STATICO / ALGEBRICO

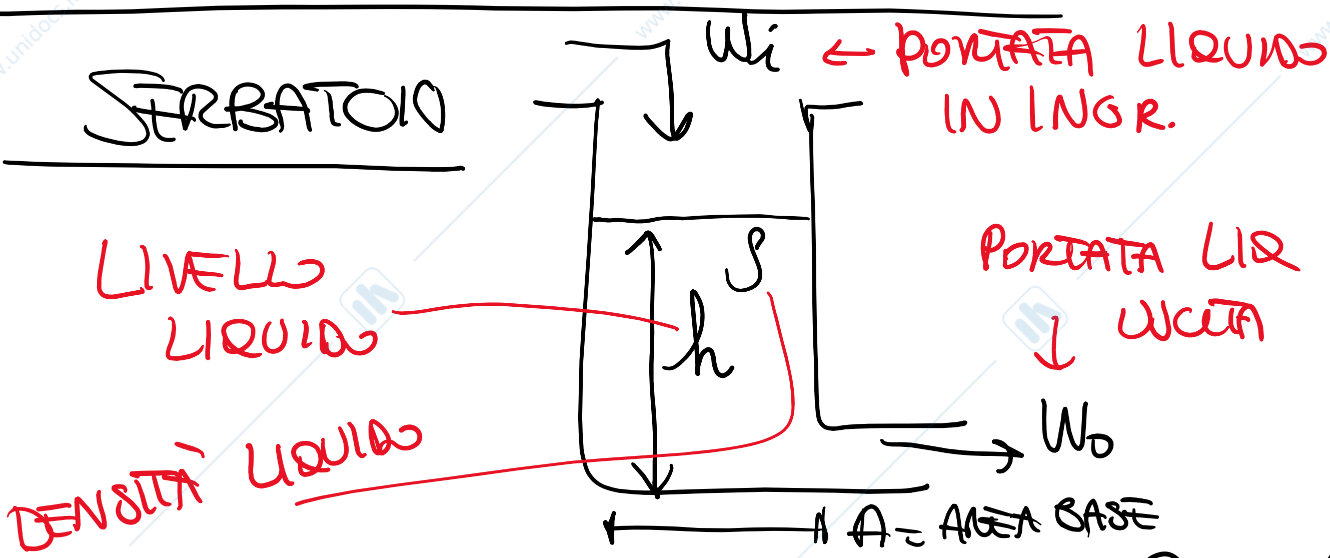
Nel caso dell'AUTO il legame $u \to y$ È DINAMICO

per conoscere y NON BASTA u, ma serve anche una informaz. in più $\Rightarrow$ COND. INIZIALE di y

$y(t_0)$ t_0: ISTANTE INIZ.

ESEMPIO di SISTEMA DINAMICO

SERBATOIO



STUDIO ANDAM nel tempo del livello liquido?

MASSA LIQUIDO $Q = \rho A h \qquad h = \frac{1}{\rho A} Q$

BILANCIO DI MASSA $\frac{dQ}{dt} = W_i - W_o$

EQ. VARIAZIONE DI LIVELLO nel tempo $\boxed{\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho A}(W_i - W_o)}$

$\boxed{\text{NOTA} \quad \frac{df(\cdot)}{dt} = \dot{f}}$

EQ. DIFF. LIN. LINEARE $\Rightarrow$ $\boxed{\dot{h}(t) = \frac{1}{\rho A}(w_i(t) - w_o(t))}$

Per RISOLVERE l'eq $\Rightarrow h(t) \Rightarrow \begin{cases} w_i \text{ e } w_o \\ h(t_0) \text{ c.I.!} \end{cases}$

SISTEMA DINAMICO

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{A}\left(w_i(t) - w_o(t)\right)$$

↳ OCCORRE CONOSCERE SIA $u(t)$, sia le CONDIZ. INIZIALE ↓ "STORIA" PASSATA del sistema

Se $w_i = w_o \Rightarrow \dot{h}(t) = 0 \Rightarrow h(t)$ cost.

$w_i > w_o \quad \dot{h}(t) > 0 \Rightarrow h(t) \uparrow$

$w_i < w_o \quad \dot{h}(t) < 0 \Rightarrow h(t) \downarrow$