FONDAMENTI DI AUTOMATICA - Ingegneria dell'Automazione
Prof.ssa Mara Tanelli
Appello dell'11 settembre 2017

1. Si consideri il sistema dinamico lineare e tempo invariante a tempo continuo con ingresso $u(t)$ ed uscita $y(t)$ descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= \alpha x_2(t)\\ \dot{x}_2(t) &= \beta x_3(t) + u(t)\\ \dot{x}_3(t) &= \gamma x_3(t) + u(t)\\ y(t) &= x_3(t),\end{aligned}$$

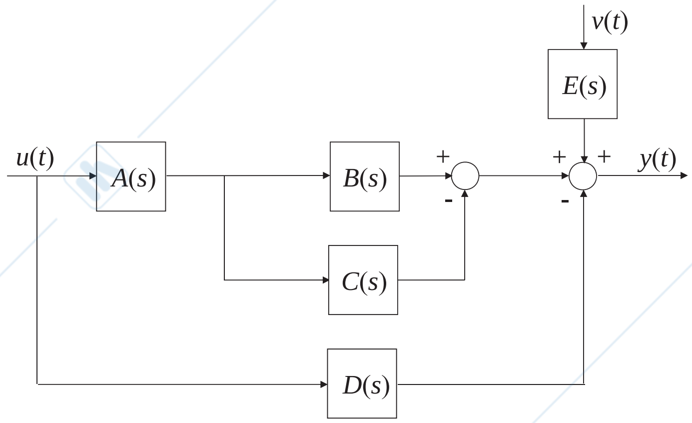
con α, β e γ parametri reali.

1.1 Dire, motivando la risposta, se esistono valori di α, β e γ per cui il sistema è asintoticamente stabile e, in caso affermativo, calcolarli. **(2 punti)**

1.2 Posto $\alpha = \gamma = 1$ e $\beta = 0$, calcolare il movimento libero di stato e uscita del sistema con condizioni iniziali $x(0) = [1,\ 1,\ 1]^T$. **(3 punti)**.

1.3 Sempre per $\alpha = \gamma = 1$ e $\beta = 0$, calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema e dire, motivando la risposta, se è possibile trarre conclusioni circa la stabilità del sistema dall'analisi della sola $G(s)$. **(2 punti)**

2. Si consideri lo schema a blocchi in figura

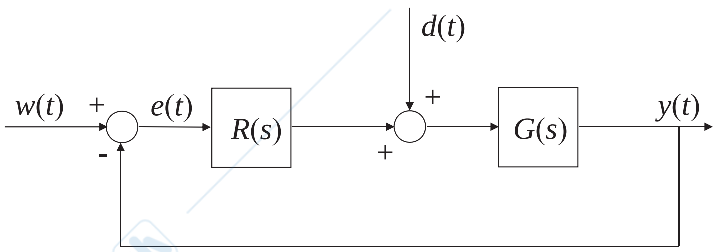


relativo ad un LTI sistema con ingressi $u(t)$ e $v(t)$ e uscita $y(t)$, con $A(s) = \frac{\alpha}{10+s}$, $B(s) = \frac{1}{s^3+4s^2+3s+1}$, $C(s) = \frac{10}{2+s}$, $D(s) = \frac{s}{5+s}$, $E(s) = \frac{20}{(1+s)(20+s)}$, funzioni di trasferimento di sistemi senza autovalori nascosti.

2.1 Si calcolino le funzioni di trasferimento $W(s)$ e $H(s)$, rispettivamente tra gli ingressi $u(t)$ e $v(t)$ e l'uscita $y(t)$. Si dica, motivando la risposta, se il sistema con inressi $u(t)$ e $v(t)$ e uscita $y(t)$ è asintoticamente stabile. **(2 punti)**

2.2 Si calcoli analiticamente la risposta di $y(t)$ con $v(t) = \text{sca}(t)$ e $u(t) = 0$. **(2 punti)**

3. Si consideri il sistema di controllo in figura dove $G(s) = \frac{10}{s(1+s)}$.



3.1 Progettare un regolatore $R(s)$ tale che: 1) il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile; 2) il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di $w(t) = \pm\,\mathrm{ram(t)}$ e $d(t) = \pm\,10\mathrm{sca(t)}$ sia $|e_\infty| \leq 0.1$; 3) la pulsazione critica del sistema in anello chiuso sia $\omega_c \geq 1\,\mathrm{rad/s}$ e 4) il margine di fase sia $\varphi_m \geq 50°$ **(5 punti)**.

3.2 Si calcoli, motivando la risposta, il valore di regime del modulo dell'uscita $|y_\infty(t)|$ quando $d(t) = 0$ e: **(3 punti)**

1. $w(t) = \text{sca(t)}$;
2. $w(t) = \sin(0.1\,t)$;
3. $w(t) = \sin(100\,t)$;

3.3 Si calcoli quanto vale il massimo valore del ritardo puro τ che il sistema in anello chiuso progettato al punto 3.1 compatibile con il vincolo sul margine di fase imposto **(2 punti)**.

4. Con riferimento ai sistemi di controllo a tempo continuo, si enunci con precisione il criterio di Nyquist. **(5 punti)**.

5. Con riferimento alla classe dei sistemi dinamici LTI a tempo discreto, di equazioni

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\
y(k) &= Cx(k) + Du(k),
\end{aligned}
$$

si risponda, motivando la risposta, ai seguenti quesiti: **(5 punti)**

a) Il movimento libero dello stato del sistema è:
$e^{Ak}x(0)$ ☐ $A^k x(0)$ ☐ $CA^k x(0)$ ☐

b) Se il tempo di latenza del sistema è pari a 2, allora, certamente:
$D = 0$ ☐ $B = 0$ $A = 0$ ☐

c) Se la risposta allo scalino raggiunge in modo esatto il valore del guadagno in un numero finito di passi, allora:
tutti gli zeri sono in $z = 1$ ☐ tutti i poli sono in $z = 1$ ☐ tutti i poli sono in $z = 0$ ☐

d) Se il sistema è asintoticamente stabile, allora:
A è invertibile ☐ la risposta all'impulso tende a zero ☐ il guadagno è positivo ☐

e) Condizione sufficiente perche' il sistema sia instabile è che la matrice A abbia:
un autovalore positivo ☐ un autovalore pari a -2 ☐ autovalori nulli non regolari ☐