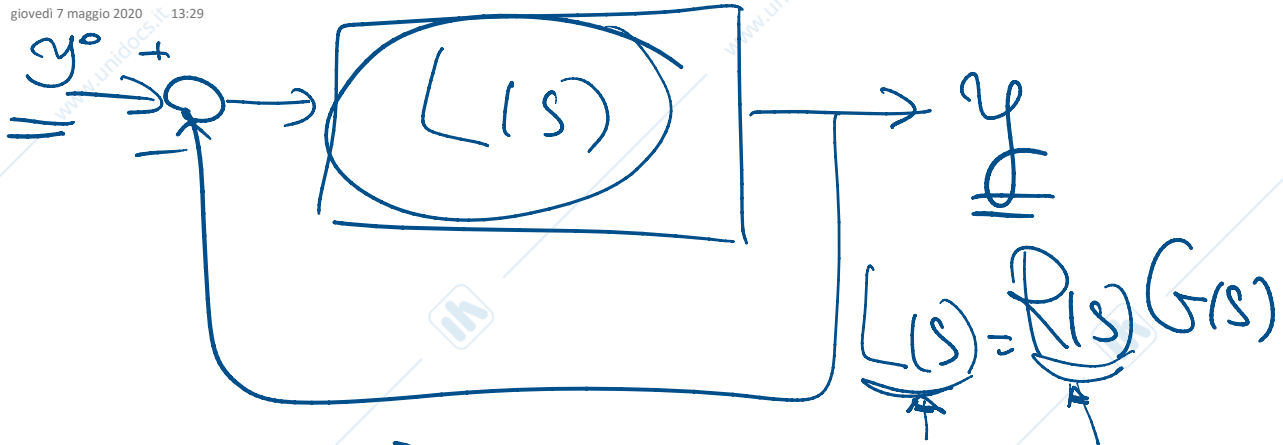


giovedì 7 maggio 2020 13:29



## STABILITÀ IN CONDIZ. NOMINALI

$G(s)$  = numero zero del sistema

FdT sist. retroatt.

$$\underline{F(s)}$$

$$= \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

RADICI

$$1+L(s)=0$$

per sistema in AN. CHIUSO

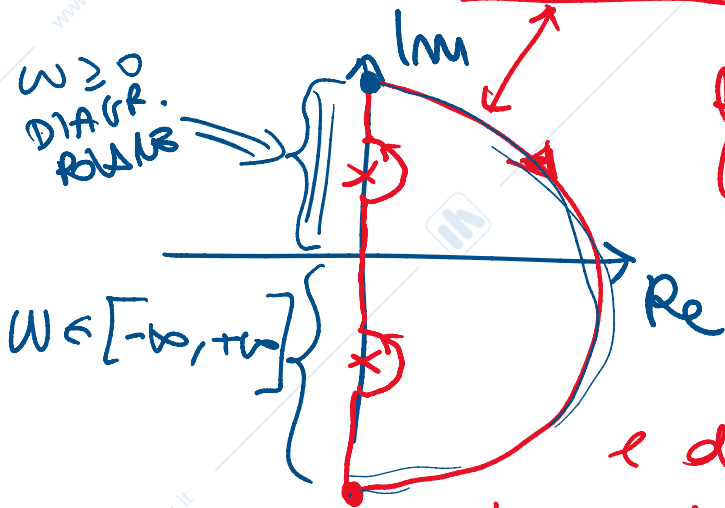
Metodo grafico basato sulla r.if.  $L(j\omega)$

## CRITERIO DI NYQUIST

Basato sul DIAGRAMMA di NYQUIST  
DEF

Dato una FdT  $H(s)$  il diagr. di Nyquist è l'immagine, attraverso  $H(s)$  stesso, del percorso di NYQUIST

stesse, del PERCORSO DI NYQUIST

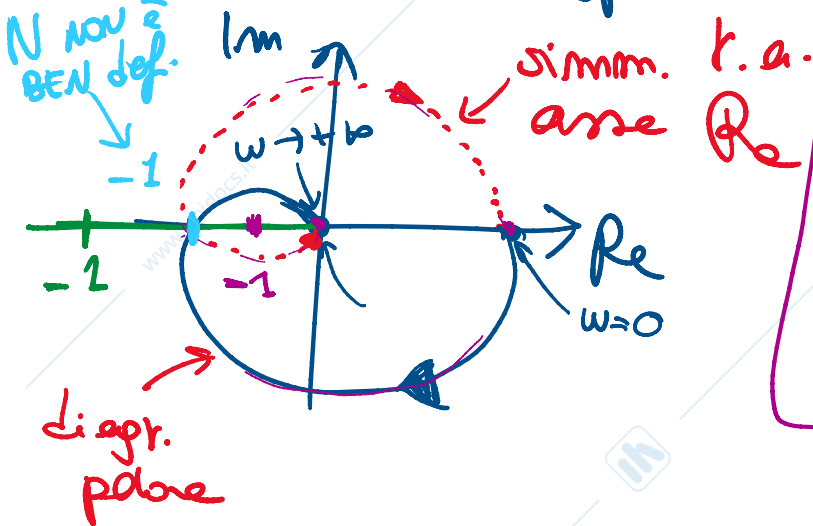


ASSE IMMAGINARIO  
(privato al più dei  
punti che sono  
poli di  $H(s)$ )

e da una SEMICIRCONF.

di raggio  $\infty$  piacente nel  
semipiano destro

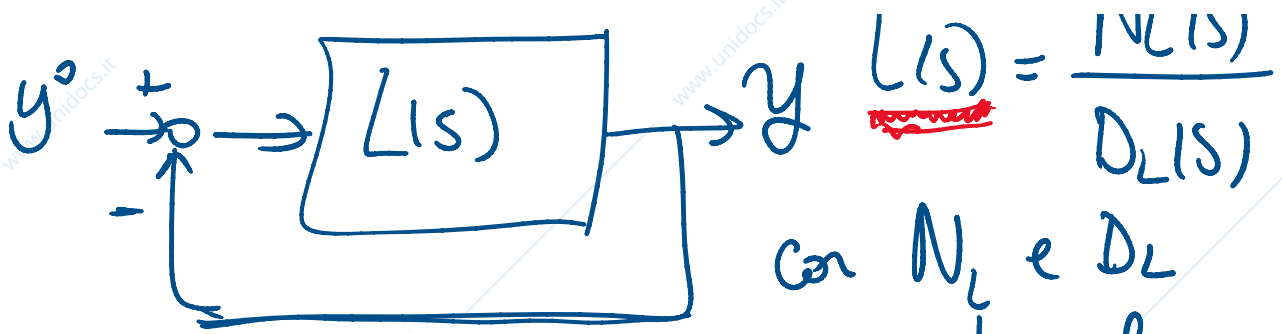
IN PRATICA il diagr. di NYQUIST si ottiene  
da quello polare "AGGIUNGENDO" il  
simmetrico rispetto all'asse Reale



$(-1, 0) \rightarrow N = 0$   
 $(-3, 0) \rightarrow N = -2$

CRITERIO DI NYQUIST Dato un sistema  
LTI con FAT d'anello  $L(s)$  in  
retroaz. unitaria negativa

$u^0 + \dots + u^1 L(s) = \frac{N_L(s)}{D_L(s)}$



con  $N_L$  e  $D_L$

non ha cancellazioni  $\iff$  primi tra loro

- Sia  $P$  il # di poli di  $L(s)$  con  $\text{Re} > 0$
- Sia  $N$  il # di zeri (CONTATI POSITIVI in senso ANTICLOCKWISE) che il diagramma di NYQUIST di  $L(j\omega)$  compie attorno al punto  $(-1, 0)$

CNS Perché il sistema in AN. CHIUSO sia AS. STABILE è

che

- ①  $N$  è "BEN DEFINITO", ovvero il diagr. di NYQUIST di  $L(j\omega)$  NON PASSA per il punto  $(-1, 0)$
- ②  $N = P$

NOTA 1  $P$  è sempre  $\geq 0$

NOTA 1  $P$  è sempre  $\geq 0$

Se  $N < 0$  sono sicuro che il sistema in AN. CHIUSO è INSTABILE

NOTA 2 Se  $N$  è ben def. ma  $N \neq P \Rightarrow$  sistema in quello chiuso è INSTABILE e ha  $P-N$  poli con  $Re > 0$

NOTA 3 Se  $N$  non è BEN DEFINITO  $\Rightarrow$  IL SISTEMA IN AN. CHIUSO NON È AS. STABILE

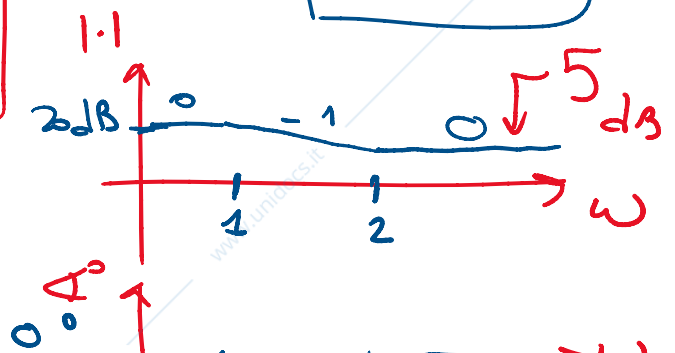
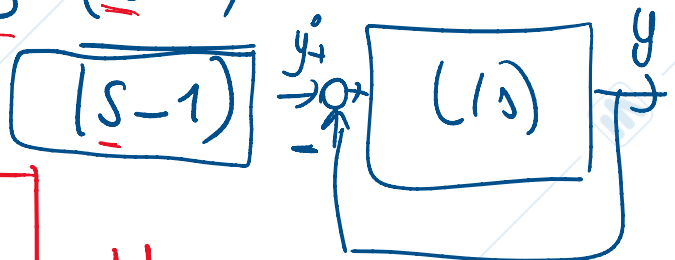
ESEMPIO

$L(s) = \underline{5} \frac{(s+2)}{(s-1)}$

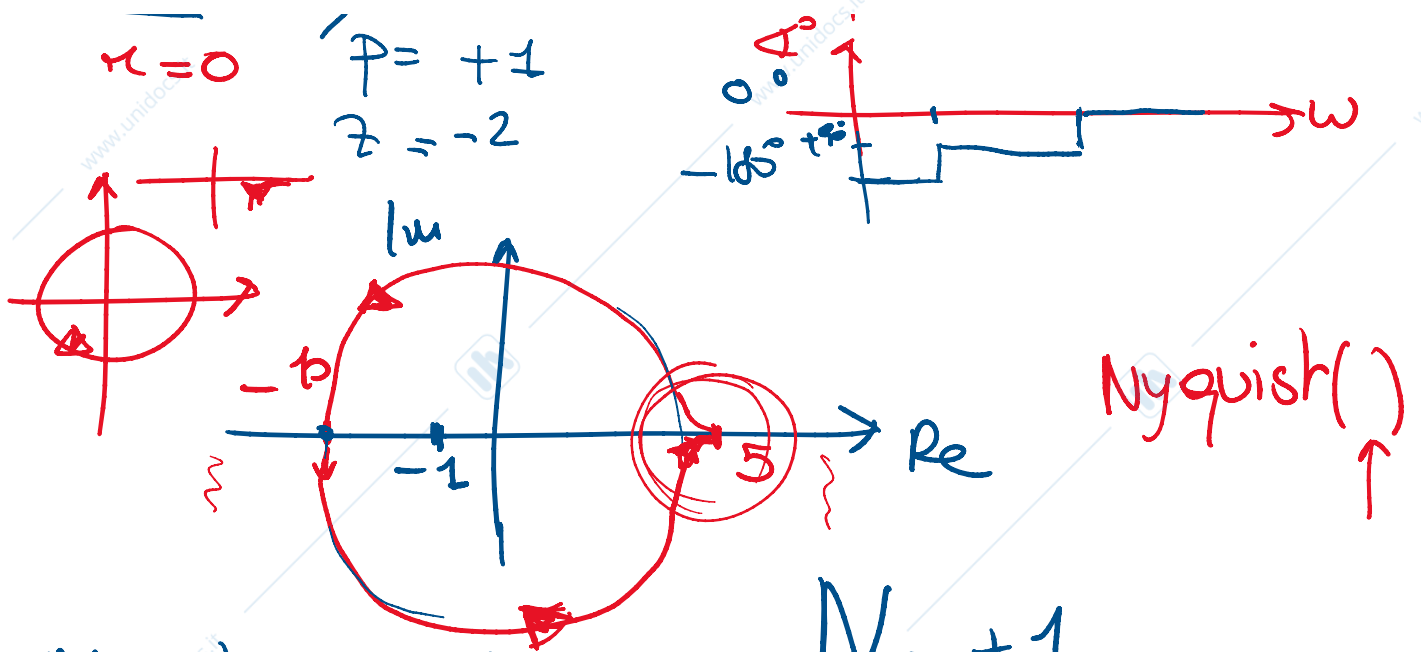
(S) INSTABILE

Stud. lo STAB. del sist. in AN. CHIUSO

$P = 1$



$\underline{L(s)}$ :  $\mu = -10$   
 $\kappa = 0$   $P = +1$



N è ben def? Sì v  $N = +1$

N = P? Sì  $N = P = 1$

$\Downarrow$   
CNS Sistema IN AN. CHIUSO è  
 AS. STABILE

VERIFICA  $L(s) = \frac{5(s+2)}{s-1}$

Pdi del sistema in AN. CHIUSO sono le radici del denom. di

$$F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

$$1 + L(s) = 0$$

$$1 + 5(s+2) = 0$$

Crit. Nyquist ci dice che pole di

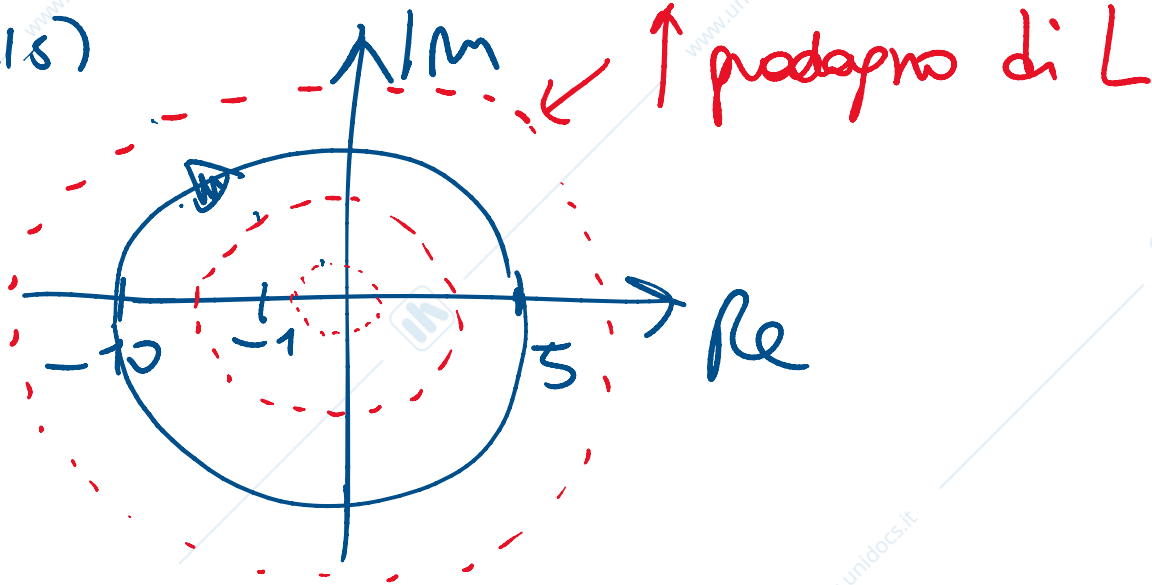
$$1 + 5 \frac{(s+2)}{(s-1)} = 0$$

una regola dice che poli di  $F(s)$  non  $\text{Re} < 0$

$$(s-1) + 5s + 10 = 0 \quad \text{Polo } \text{Re} < 0$$

$$6s + 9 = 0 \Leftrightarrow s = -\frac{9}{6} < 0$$

$L(s)$



## ESTENSIONI DEL CRITERIO di NYQUIST

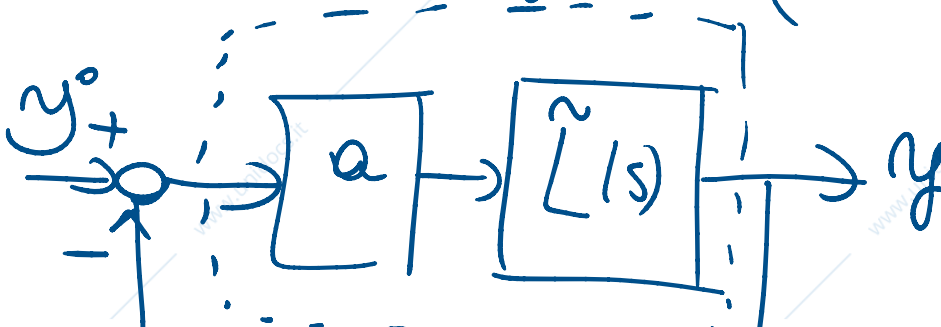
①

$$L(s) = a \tilde{L}(s)$$

$a \in \mathbb{R}$

NOTA: P di  $L(s)$   
P di  $\tilde{L}(s)$

(SPESSE  $a = \mu$ )



$$F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$



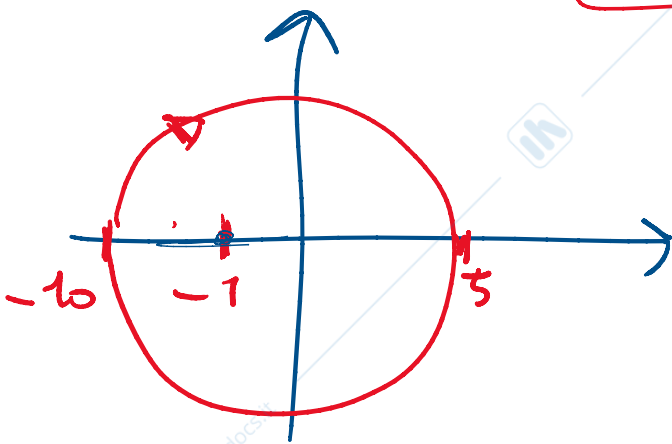
$$t(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$$

NOTO che  
EQUAZ.  
CARATTERISTICA

$$1+L(s) = 0 \Rightarrow L(s) = -1$$

$$1+a\tilde{L}(s) = 0 \Rightarrow \tilde{L}(s) = -\frac{1}{a}$$

Quindi per studiare la stab. del sistema in AN. CHIUSO AL VARIARE di  $a$ , posso applicare il crit. di Nyquist a  $\tilde{L}(s)$  e contare i giri che il suo diagr. di NYQUIST compie attorno a  $(-\frac{1}{a}, 0)$



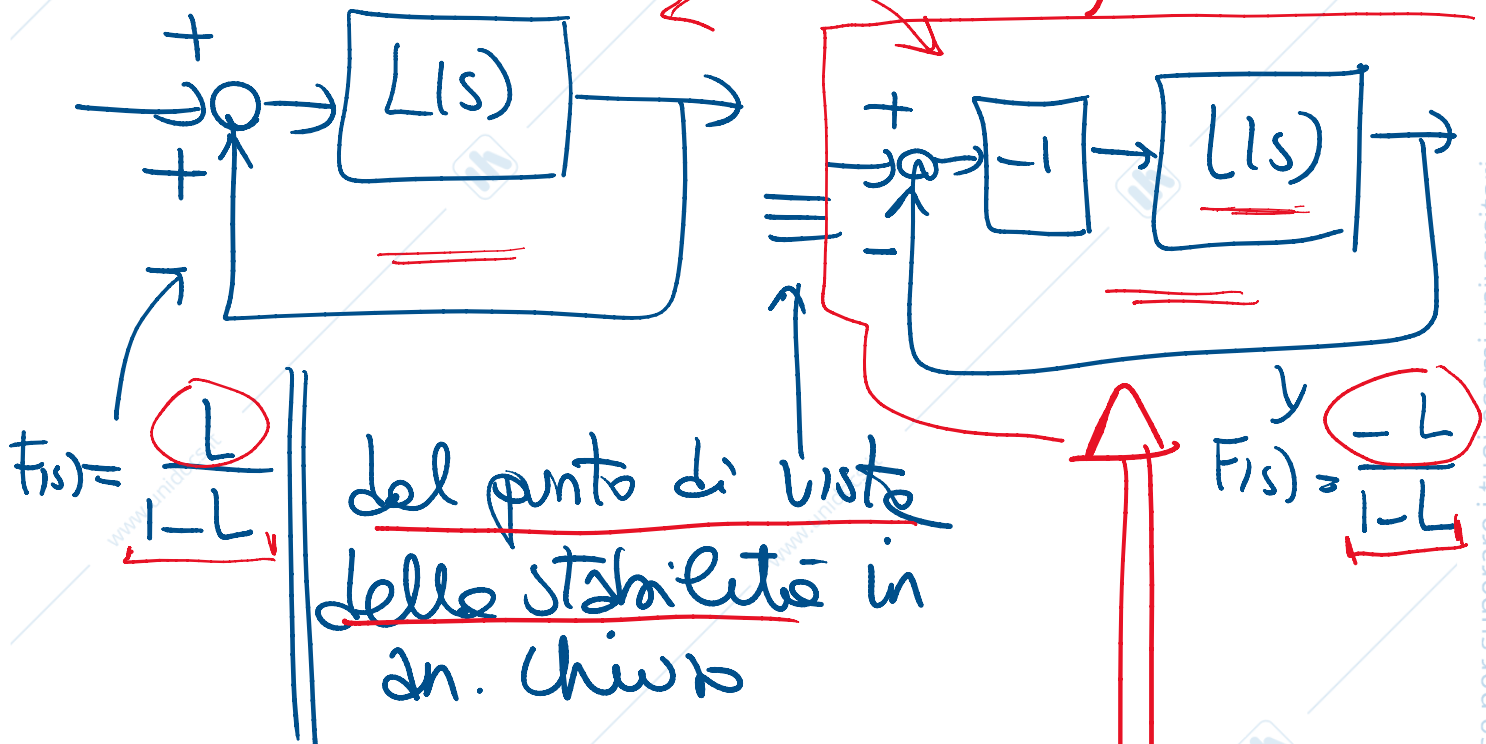
$$L(s) = 5 \frac{s+2}{s-1}$$

$$= (-10) \left( \frac{\frac{s}{2} + 1}{-s+1} \right)$$

$$\tilde{L}$$

② RETROAZIONE POSITIVA

## ② RETROAZIONE POSITIVA



Coincide con estensione ①  
nel caso particolare  
di  $a = -1$

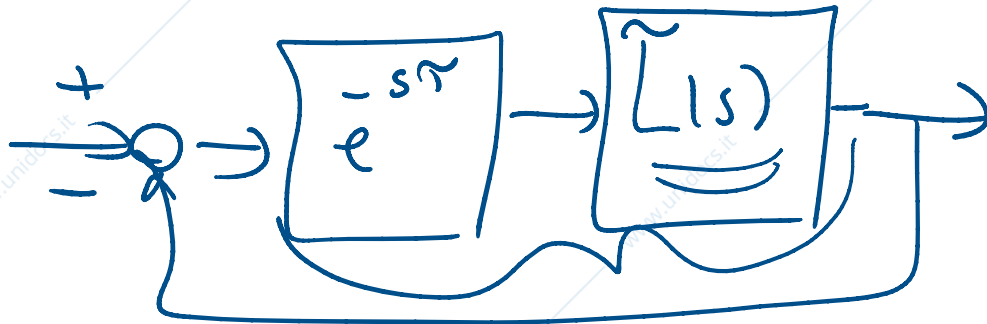
Se ho uno  $L(s)$  in RETROAZIONE POSITIVA  
posso studiare la stabilità  
con il CRT. di NYQ. per cui  
contare i GRI ATTORNO a  $(+1, 0)$

# Controllare i GIRI AUTONNO a (+1,0)

## ③ SISTEMI CON PUNTO PURO

$$L(s) = \tilde{L}(s) e^{-sT}$$

Poli di  $L \equiv$   
Poli di  $\tilde{L}$

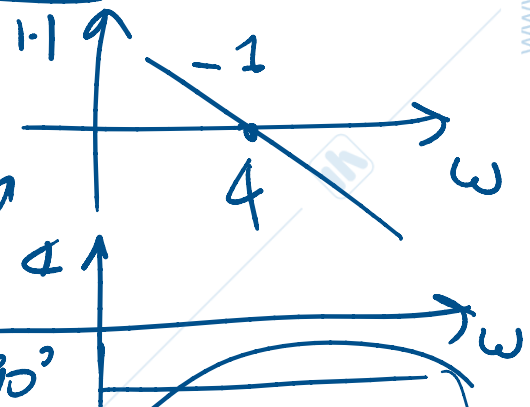


APRES UNIT. di NYQ a  $L(s)$ ,  
dop aver correttamente disegnato  
il DIAGR. di NYQUIST di  $L(j\omega)$  e  
aver correttamente valutato  $N$

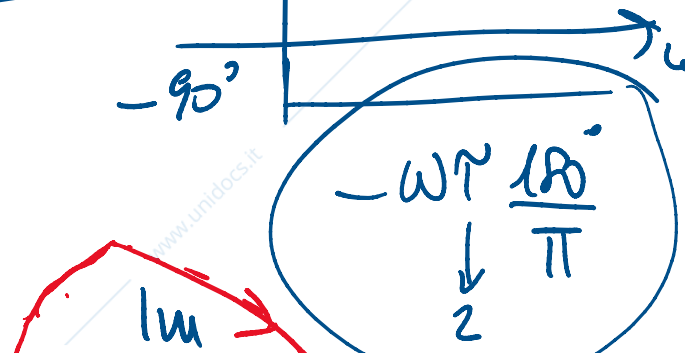
ES

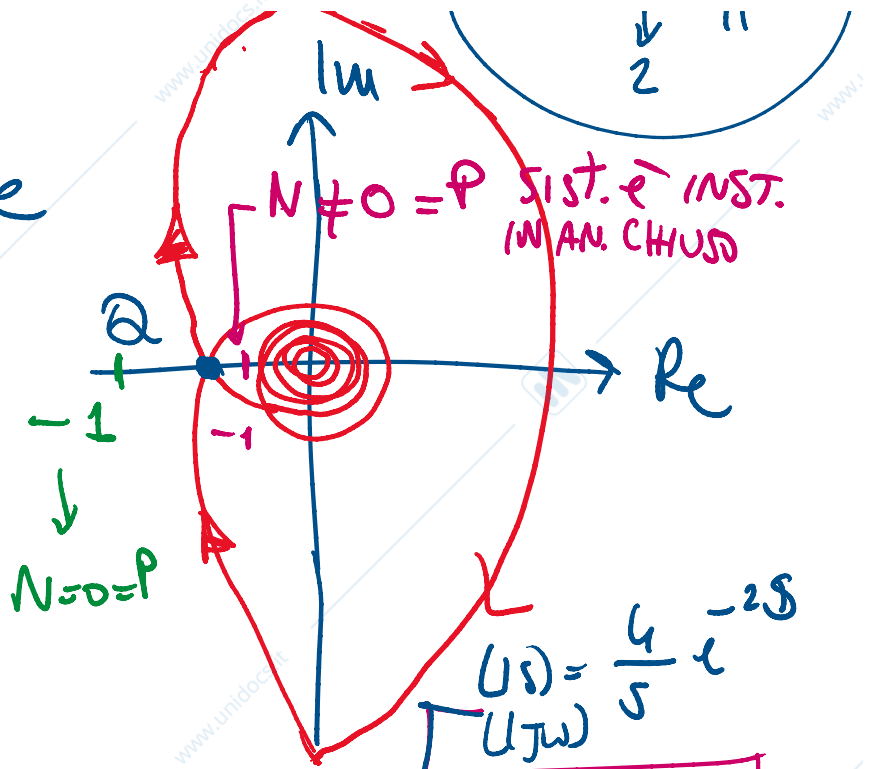
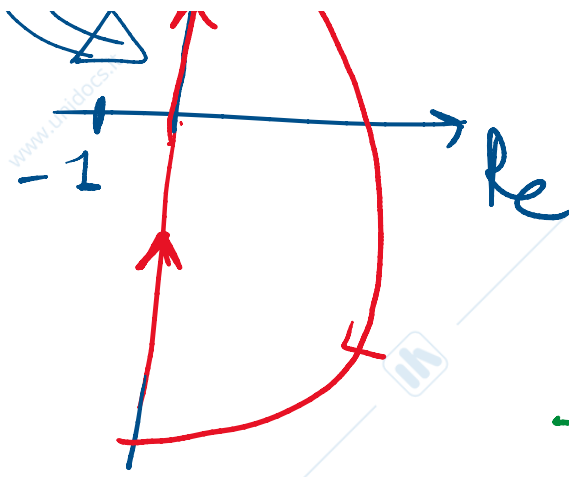
$$P=0$$

$$L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s}$$



DIAGR. NYQUIST di  $\tilde{L}(s) = \frac{4}{s}$





$$L(s) = \frac{4}{s} e^{-2s}$$

$$\sim \tilde{L}(s) e^{-2s}$$

Q:  $\angle L(j\omega_a) = -180^\circ$   
 $\begin{cases} < 1 \\ > 1 \end{cases}$

$$P_L = P_{\tilde{L}} = 0$$

Il disp. di Nyq di  $\tilde{L}(j\omega)$  ha  $N=0$  e  $N$  ben def.

$\Updownarrow$  **CNS**

IL SIST. IN AN. CHIUSO SENZA mutando punto ( $\tau=0$ ) è AS. ST.

IL MUTANDO CASE UNO SFONAMENTO, per cui ho una INTERSEZIONE Q tra il disp. di Nyq. d.

Il no il diapr. di Nyq. di  
 $L(j\omega)$  [con  $n=2$ ] e il segnale  
reale  $\leftrightarrow$

$\leftarrow$   
 $\leftarrow$   $\boxed{\begin{array}{l} Q \text{ è a s n d e} \\ d x \text{ di } -1 \end{array}}$