

## Prima prova in itinere del 27 aprile 2012

1. Si consideri il sistema dinamico non lineare con ingresso  $u(t)$  ed uscita  $y(t)$  descritto dalla seguente equazione differenziale

$$\ddot{y} - \sqrt{y}\dot{y} - 2y(t)u^2(t) = 0.$$

1.1 Determinare una rappresentazione del sistema in forma di stato.

1.2 Determinare stato e uscita di equilibrio associati all'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 1, t \geq 0$  e scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio determinato.

1.3 Studiare la stabilità del sistema linearizzato e dire se, a partire da esso, sia possibile valutare la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

2. Si consideri il sistema dinamico lineare e tempo invariante con ingresso  $u(t)$  ed uscita  $y(t)$  descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= \alpha x_1 - x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t),\end{aligned}$$

con  $\alpha$  parametro reale.

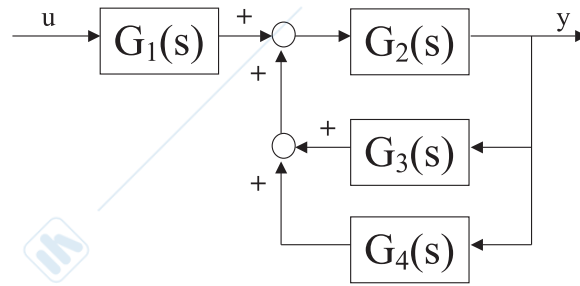
2.1 Studiare le proprietà di stabilità del sistema in funzione di  $\alpha$ .

2.2 Posto  $\alpha = -5$ , determinare il movimento di stato e uscita associato all'ingresso  $u(t) = \bar{u} = 2$ ,  $t \geq 0$  e alle condizioni iniziali  $x(0) = [1, 2]^T$ .

2.3 Sempre con  $\alpha = -5$  determinare la funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema e dire, motivando la risposta, se è possibile valutare le proprietà di stabilità del sistema dall'analisi della sola  $G(s)$ .

2.4 Calcolare l'espressione analitica dell'uscita forzata  $y(t)$  del sistema con funzione di trasferimento  $G(s)$  calcolata al punto precedente a  $u(t) = sca(t)$  e tracciarne il grafico qualitativo precisando il valore iniziale ( $y(0)$ ) e finale ( $y_\infty$ ) ed il valore della derivata prima nell'origine ( $\dot{y}(0)$ ).

3. Si consideri lo schema a blocchi in figura



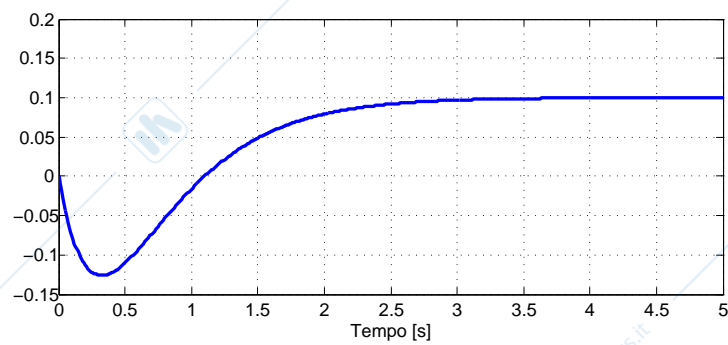
con  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ ,  $G_3(s)$  e  $G_4(s)$  funzioni di trasferimento di sistemi dinamici lineari e tempo invarianti di ordine 1.

3.1 Determinare l'espressione della funzione di trasferimento  $H(s)$  tra l'ingresso  $u$  e l'uscita  $y$  in funzione di  $G_1(s)$ ,  $G_2(s)$ ,  $G_3(s)$  e  $G_4(s)$ .

3.2 Posto  $G_1(s) = \frac{1}{s+4}$ ,  $G_2(s) = \frac{s+4}{s+5}$ ,  $G_3(s) = \frac{2}{s+1}$  e  $G_4(s) = -\frac{1}{s+1}$  calcolare  $H(s)$  e studiare la stabilità del sistema complessivo.

3.3 Calcolare il valore di regime dell'uscita forzata  $y(t)$  del sistema con funzione di trasferimento  $H(s)$  all'ingresso  $u(t) = 2\text{imp}(t) - 3\text{sca}(t) + 5e^{-3t}$ ,  $t \geq 0$ .

4. In figura è mostrato il grafico dell'uscita forzata ad uno scalino unitario di un sistema lineare e tempo invariante a tempo continuo di ordine due senza autovalori nascosti.



4.1 Dire, motivando la risposta se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- Il sistema è asintoticamente stabile.
- La funzione di trasferimento del sistema è di tipo  $g < 0$ .
- Il grado relativo del sistema è maggiore di zero.

d) La funzione di trasferimento del sistema ha uno zero a parte reale negativa.

e) Il sistema ha guadagno unitario.

f) La funzione di trasferimento del sistema ha poli complessi e coniugati.

**5.** Si tracci lo schema a blocchi di due sistemi lineari e tempo invarianti strettamente propri interconnessi in serie. Si scrivano le equazioni di stato e di uscita del sistema interconnesso, mostrando che gli autovalori del sistema complessivo sono dati dall'unione degli autovalori dei singoli sistemi.