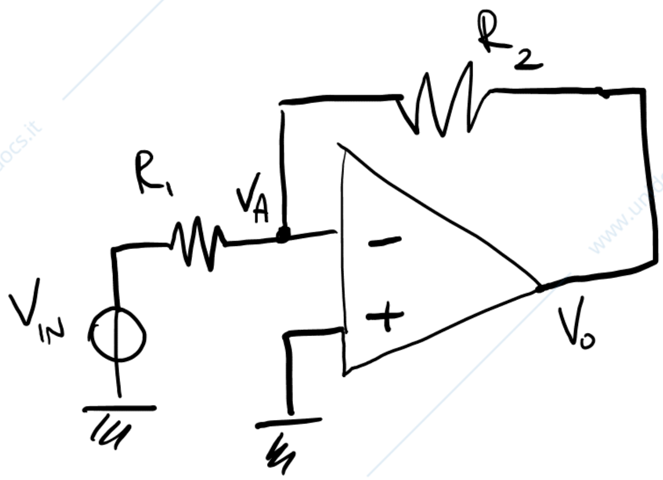
Fondamenti di Elettronica per Ingegneria dell'Automazione

Esercitazione 7

Ing. Pietro King

1)



R1 = 1 kΩ

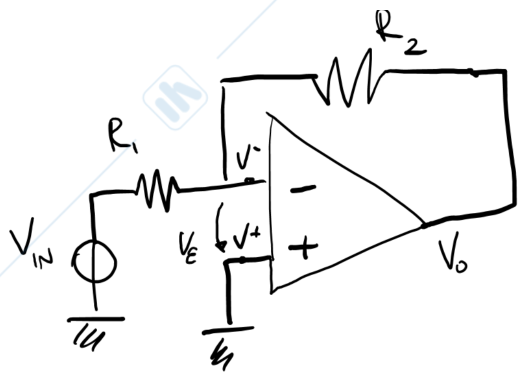
R2= 10 kΩ

a) *Calcolare il guadagno ideale del circuito*
b) *Calcolare il G_{loop} del circuito*
c) *Calcolare il guadagno reale del circuito.*

a) G_{ideale}?

Il circuito è in retroazione negativa. L'azione del feedback negativo tende ad azzerare la tensione differenziale in ingresso all'amplificatore operazionale:

$$V_\epsilon = V^+ - V^- \rightarrow 0$$



Quindi nel caso ideale:

$$V^+ = V^-$$

$$V^+ = 0\,V = V^- = V_A$$

L'impedenza di ingresso dell'amplificatore operazionale è infinita, quindi $I^- = 0$.

$$I_{R1} = I_{R2}$$

$$I_{R1} = \frac{V_{in} - V_A}{R1} = \frac{V_{in} - 0}{R1} = \frac{V_{in}}{R1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_A - Vout}{R2} = -\frac{V_{out}}{R2}$$

$$\frac{V_{in}}{R1} = -\frac{V_{out}}{R2}$$

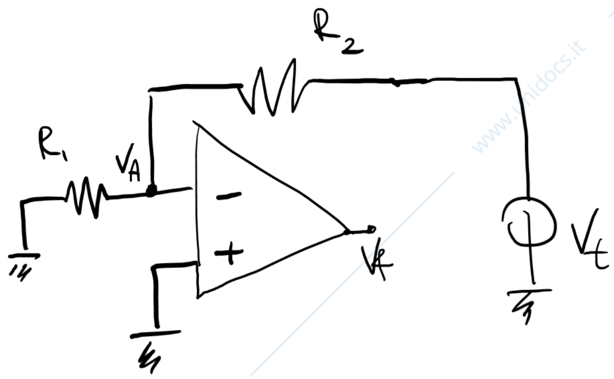
$$G_{id} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R2}{R1} = -10$$

b) G_{loop}?

Per calcolare il guadagno ad anello aperto del circuito, spegniamo tutti i generatori indipendenti, "tagliamo" il loop (e ricostruiamo l'impedenza in quel punto se necessario), poniamo un generatore di test in quel punto e misuriamo la tensione V_f in funzione della tensione di test V_t.

$$G_{loop} = \frac{V_f}{V_t}$$

Nel nostro caso tagliamo il circuito all'uscita dell'amplificatore operazionale:



$$V_A = V^- = V_t \frac{R1}{R1 + R2}$$

$$V_f = V_o = A(V^+ - V^-) = A\left(0 - V_t \frac{R1}{R1 + R2}\right) = -A\,V_t \frac{R1}{R1 + R2}$$

$$G_{loop} = \frac{V_f}{V_t} = -A \frac{R1}{R1 + R2}$$

$c)\ G_{reale}?$

$$G_{reale} = G_{ideale}\frac{-G_{loop}}{1-G_{loop}} = G_{ideale}\frac{1}{1-\frac{1}{G_{loop}}} = G_{ideale}\frac{1}{1+\frac{1}{|G_{loop}|}}$$

$$G_{reale} = -\frac{R2}{R1}\frac{1}{1+\frac{1}{A\frac{R1}{R1+R2}}}$$

Considerando ad esempio un guadagno $A=10^4$, si ha

$$|G_{loop}| = A\frac{R1}{R1+R2} = 10^4\frac{1}{11} = 909.1$$

E quindi

$$G_{reale} = G_{ideale}\frac{1}{1+\frac{1}{|G_{loop}|}} = -10\frac{1}{1+\frac{1}{909.1}} = -9.989$$

Possiamo apprezzare più precisamente la correzione del guadagno reale rispetto a quello ideale valutando la differenza prima di inserire i valori numerici:

$$|G_{reale} - G_{ideale}| = \left|G_{ideale}\frac{-G_{loop}}{1-G_{loop}} - G_{ideale}\right| = G_{ideale}\left|\frac{-1}{1-G_{loop}}\right| = G_{ideale}\frac{1}{1+|G_{loop}|}$$

Che può essere approssimata (se |Gloop|>>1):

$$|G_{reale} - G_{ideale}| \cong G_{ideale}\frac{1}{|G_{loop}|}$$

Con |Gloop|=909.1, si ha:

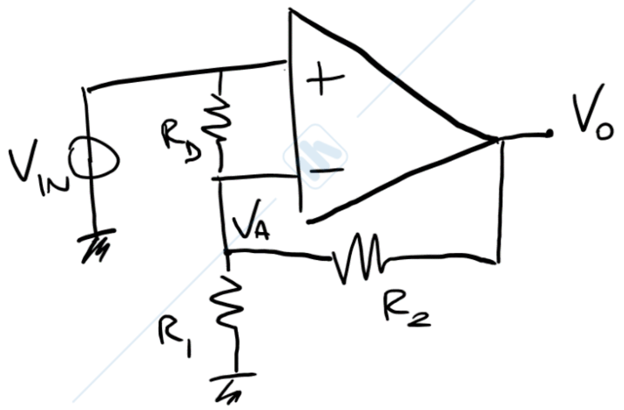
$$|G_{reale} - G_{ideale}| \cong \frac{10}{909.1} = 0.011$$

L'entità della variazione è più facilmente apprezzabile se la normalizziamo a Gideale, ovvero calcoliamo la variazione percentuale:

$$\frac{|G_{reale} - G_{ideale}|}{G_{ideale}} \cong \frac{1}{|G_{loop}|}$$

Che risulta 0.011/10=0.0011, ovvero una variazione di 0.11%.

2)



R1 = 20 kΩ

R2= 300 kΩ

RD= 50 MΩ

A_0=50000

a) Calcolare il guadagno ideale del circuito
b) Calcolare il guadagno reale del circuito.

a)

Il circuito è in retroazione negativa:

$$V^+ = V^-$$

$$V_A = V^- = V_{in}$$

$$I_1 = \frac{V_A}{R1} = \frac{V_{in}}{R1}$$

$$I_2 = \frac{V_{out} - V_A}{R2} = \frac{V_{out} - V_{in}}{R2}$$

$$I_1 = I_2$$

$$\frac{V_{in}}{R1} = \frac{V_{out} - V_{in}}{R2}$$

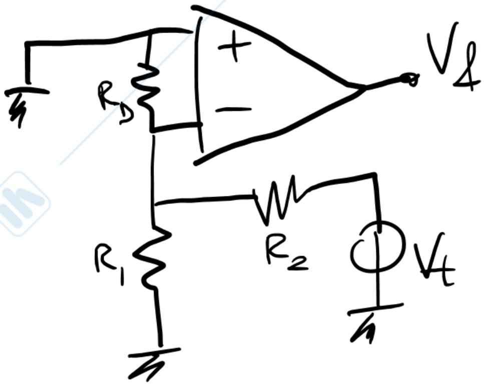
$$V_{out} = V_{in} + \frac{R2}{R1} V_{in}$$

$$G_{ideale} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R2}{R1} = 16$$

b)

$$G_{reale} = G_{ideale} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

Taglio il circuito all'uscita dell'amplificatore operazionale per il calcolo del G_{loop}



$$V_f = V_o = A_0(V^+ - V^-)$$

$$V^+ = 0$$

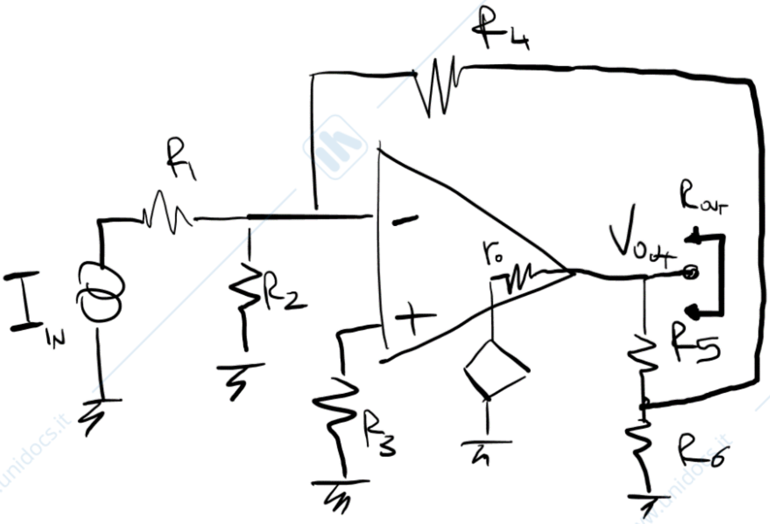
$$V^- = V_t \frac{R1||R_D}{R1||R_D + R2} \approx \frac{R1}{R1 + R2}$$

$$V_f = A_0(V^+ - V^-) = A_0\left(0 - V_t \frac{R1}{R1 + R2}\right) = -A_0\, V_t \frac{R1}{R1 + R2}$$

$$G_{loop} = \frac{V_f}{V_t} = -A_0 \frac{R1}{R1 + R2} = -50000 \frac{20}{320} = -3125$$

$$G_{reale} = G_{ideale} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = 16 \frac{1}{1 + \frac{1}{3125}} = 15.999$$

3)



R1 = 2 kΩ

R2 = 2 kΩ

R3 = 5 kΩ

R4 = 10 kΩ

R5 = 1 kΩ

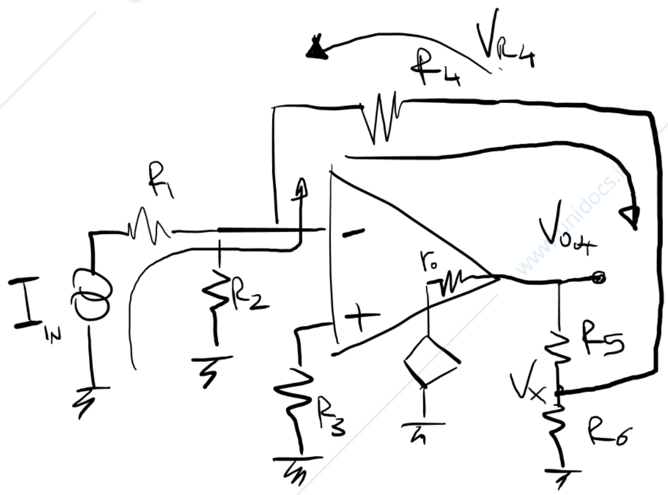
R6 = 0.1 kΩ

a) *Calcolare il guadagno ideale del circuito*
b) *Considerando* $A=10^5$ *e* $r_0 = 100\ \Omega$, *calcolare Rout*

a) Il circuito è in retroazione negativa:

$$V^+ = V^-$$

$$V^+ = 0 = V^-$$



$$V_x = V_{out}\frac{R6||R4}{R5 + (R6||R4)}$$

$$V_{R4} = I_{IN}R4$$

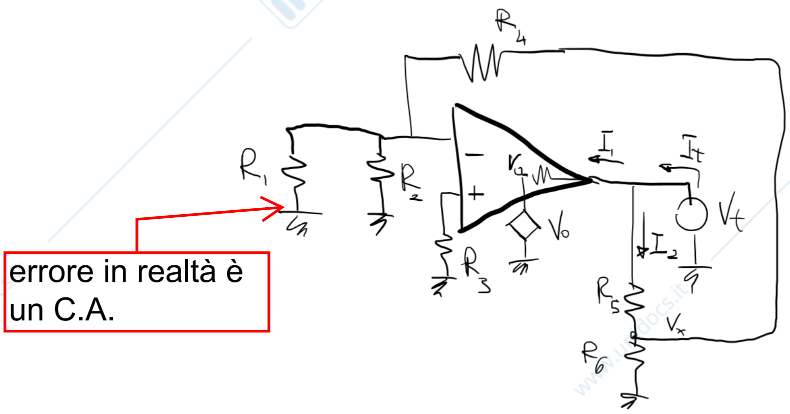
$$V_{R4} = 0 - V_x$$

$$Vx = -V_{R4} = -I_{in}R4$$

$$-I_{in}R4 = V_{out}\frac{R6||R4}{R5 + (R6||R4)}$$

$$\frac{Vout}{I_{in}} = -R4\frac{R5 + (R6||R4)}{R6||R4} = -10k\Omega\frac{1k\Omega + 0.1k\Omega}{0.1k\Omega} = -110\ k\Omega$$

b)



Per calcolare la resistenza Rout, spegniamo i generatori indipendenti e inseriamo un generatore di test Vt. La resistenza e' data dal rapporto tra la tensione e la corrente di test.

$$Rout = \frac{V_t}{I_t}$$

Supponiamo prima di calcolare Rout nel caso ideale: A=∞

Nel caso in cui il guadagno dell'operazionale sia infinito, avremo $V^+ = V^-$, e quindi

$$V^+ = 0 = V^-$$

Se $V^- = 0$

$$I_{R1} = I_{R2} = 0$$

Se non scorre corrente su R1 e R2, allora

$$I_{R4} = 0$$

Se non scorre corrente su R4

$$V_x = V^- = 0$$

Se $V_x = 0$

$$I_{R6} = 0$$

Se $I_{R4}\ e\ I_{R6} = 0$

$$I_{R5} = 0$$

E quindi

$$V_t = V_x = 0$$

Quindi nel caso $A = \infty$, V_t è uguale a 0 per qualsiasi valore di I_t.

$$R_{out} = \frac{V_t}{I_t} = \frac{0}{I_t} = 0$$

Invece nel caso in cui il guadagno non sia infinito, ma A=10^5:

$$V_X = \frac{R6||(R4 + (R1||R2))}{R5 + R6||(R4 + (R1||R2))} V_t \approx \frac{R6}{R5 + R6} V_t = \frac{V_t}{11}$$

$$V^- = \frac{R1||R2}{R4 + R1||R2} V_X = \frac{V_X}{11} = \frac{V_t}{121}$$

$$V_o = A(V^+ - V^-) = -A\frac{V_t}{121}$$

$$I_1 = \frac{(V_t - V_o)}{r_0} = \frac{V_t}{r_0}\left(1 + \frac{A}{121}\right)$$

$$I_2 = \frac{(V_t - V_x)}{R5} = \frac{V_t}{R5}(1 - \frac{1}{11})$$

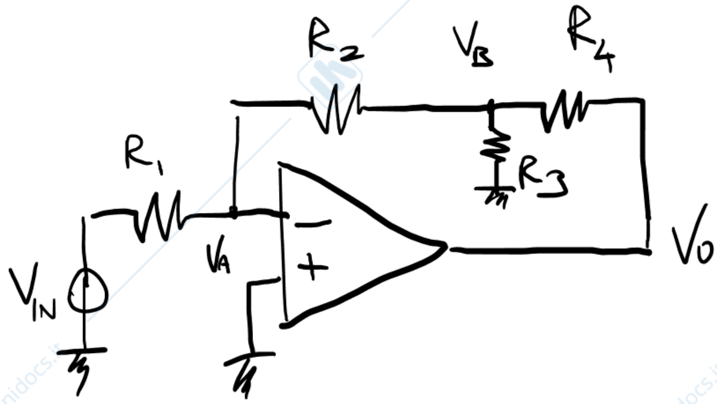
$$I_t = I_1 + I_2$$

$$I_t = \frac{V_t}{r_0}\left(1 + \frac{A}{121}\right) + \frac{V_t}{R5}(1 - \frac{1}{11}) \approx \frac{V_t}{r_0}\left(1 + \frac{A}{121}\right)$$

$$\frac{V_t}{I_t} = \frac{r_0}{1 + \frac{A}{121}} = \frac{100}{1 + \frac{10^5}{121}} = 0.121\ \Omega$$

$$R_{out} = 0.121\ \Omega$$

4)



R1 =R2= 1 MΩ

R3= 1 kΩ

R4= 100 kΩ

$\boldsymbol{A_0}$**=80 dB = $\mathbf{10^4}$**

a) Calcolare il guadagno ideale del circuito
b) Calcolare il guadagno reale del circuito.

a)

Il circuito è in retroazione negativa:

$$V^+ = V^-$$

$$V_A = V^- = 0$$

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R1}; \quad I_2 = -\frac{V_B}{R2}; \quad I_3 = \frac{V_B}{R3}; \quad I_4 = \frac{V_B - V_o}{R4}$$

$$(I_1 = I_2)$$

$$\frac{V_{in}}{R1} = -\frac{V_B}{R2}$$

$$\boldsymbol{V_B = -\frac{R2}{R1} V_{in} = -V_{in}}$$

$$(I_2 = I_3 + I_4)$$

$$-\frac{V_B}{R2} = \frac{V_B}{R3} + \frac{V_B - V_o}{R4}$$

$$\frac{V_o}{R4} = V_B\left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4}\right) = -V_{in}(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4})$$

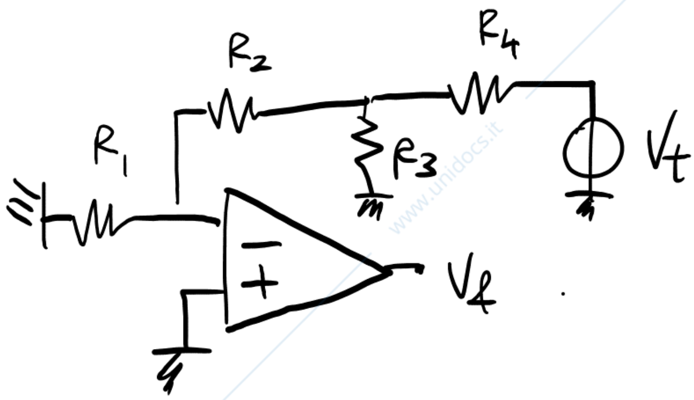
$$\frac{V_o}{V_{in}} = -R_4\left(\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4}\right) \approx -\frac{R4}{R_3} - 1 = -101$$

$$G_{id} = -101$$

b)

$$G_{reale} = G_{ideale} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}}}$$

Taglio il circuito all'uscita dell'amplificatore operazionale per il calcolo del G_{loop}



$$V_f = V_o = A_0(V^+ - V^-)$$

$$V^+ = 0$$

$$V_B = \frac{R3\,||(R1 + R2)}{R4 + [R3\,||(R1 + R2)]} V_t \approx \frac{R3}{R4 + R3} V_t$$

$$V^- = \frac{V_B R1}{R1 + R2} = \frac{R1}{R1 + R2} \frac{R3}{R3 + R4} V_t$$

$$V_f = A_0 \left(0 - \frac{R1}{R1 + R2} \frac{R3}{R3 + R4} V_t\right)$$

$$G_{loop} = -\frac{R1}{R1 + R2} \frac{R3}{R3 + R4} = -\frac{1}{2} \frac{1}{101} = -49.5$$

$$G_{reale} = G_{ideale} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = -101 \frac{1}{1 + \frac{1}{49.5}} = -99$$