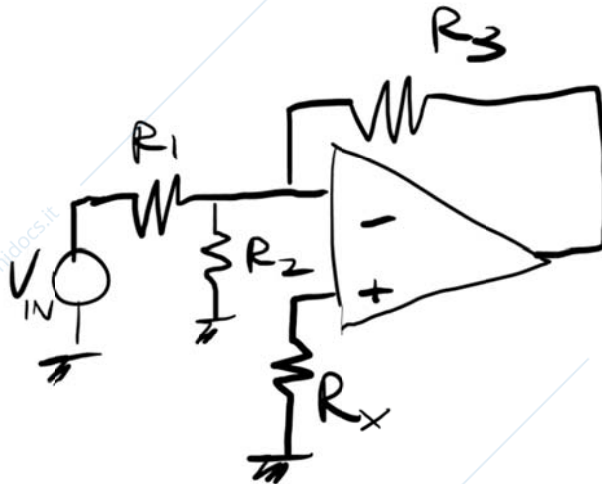


Fondamenti di Elettronica per Ingegneria dell'Automazione

Esercitazione 10

Ing. Pietro King

1)



$$R1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R3 = 1 \text{ k}\Omega$$

- Calcolare il guadagno ideale del circuito
- Determinare il valore di R_x che minimizza l'effetto sulla tensione di uscita delle correnti di polarizzazione pari a 100 nA .
- Si assuma ora $A_0 = 10^4$ e $\text{GBWP} = 900 \text{ kHz}$ e $R_x = 0$. Determinare il massimo valore di una capacità posta tra i morsetti +/- dell'amplificatore operazionale che garantisca un margine di fase $\geq 45^\circ$.

a)

Il circuito è in retroazione negativa:

$$V^+ = V^-$$

$$V^+ = 0 = V^-$$

$$V_{R2} = 0$$

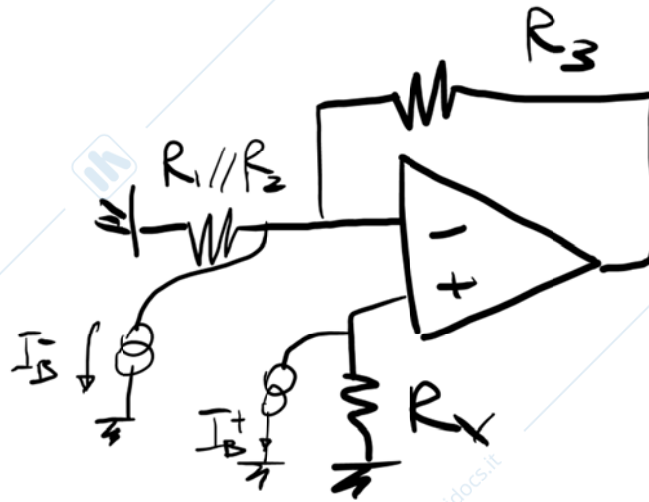
$$\frac{V_{in} - 0}{R1} = \frac{0 - V_{out}}{R3}$$

$$\frac{V_{in}}{R1} = -\frac{V_{out}}{R3}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R3}{R1} = -1$$

$$|G_{id}| = 1$$

b)



Usiamo il principio di sovrapposizione degli effetti

Consideriamo I_B^+ accesa e I_B^- spenta.

$$V^+ = -I_B^+ R_X$$

$$V^- = V^+$$

$$V_o' = \left(1 + \frac{R3}{R1 \parallel R2}\right) V^- = -I_B^+ R_X \left(1 + \frac{R3}{R1 \parallel R2}\right)$$

Consideriamo I_B^+ spenta e I_B^- accesa.

$$V^+ = 0$$

$$V^- = V^+ = 0$$

$$V_o'' = I_B^- R3$$

L'effetto delle correnti di polarizzazione sull'uscita è uguale a:

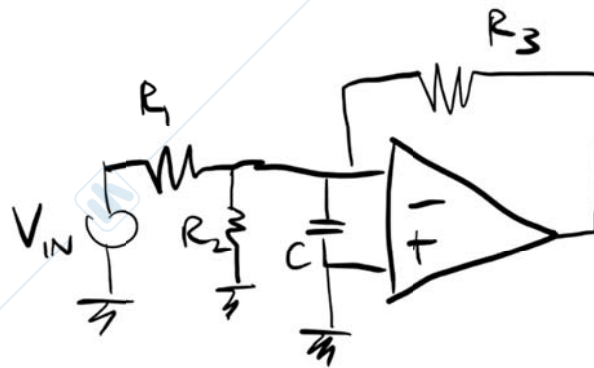
$$V_o = V_o' + V_o'' = -I_B^+ R_X \left(1 + \frac{R3}{R1 \parallel R2}\right) + I_B^- R3$$

Cerchiamo l' R_X tale per cui $V_{out} = 0$, quindi:

$$I_B^- R3 = I_B^+ R_X \left(1 + \frac{R3}{R1 \parallel R2}\right)$$

$$R_X = \frac{R3}{\left(1 + \frac{R3}{R1 \parallel R2}\right)} = \frac{1 \text{ k}\Omega}{3} = 0.33 \text{ k}\Omega$$

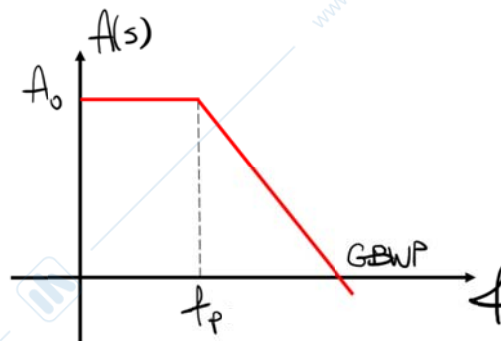
c) $A_0 = 10^4$ e $GBWP = 900 \text{ kHz}$ e $R_x = 0$



Vogliamo trovare i valori di C tale per cui il circuito è stabile, ovvero ha un margine di fase $\geq 45^\circ$.

Prima di tutto possiamo calcolare l'espressione di $A(s)$ dell'opamp.

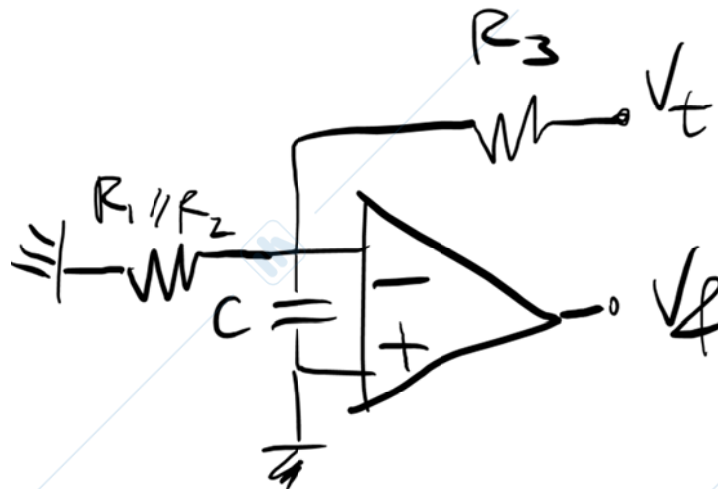
$$A(s) = A_0 \frac{1}{1 + s\tau_0}$$



La frequenza di polo dell'amplificatore può essere ricavata dal prodotto guadagno banda:

$$f_{p0} = \frac{1}{2\pi\tau_0} = \frac{GBWP}{A_0} = \frac{900 \text{ kHz}}{10^4} = 90 \text{ Hz}$$

Così possiamo calcolare il Gloop



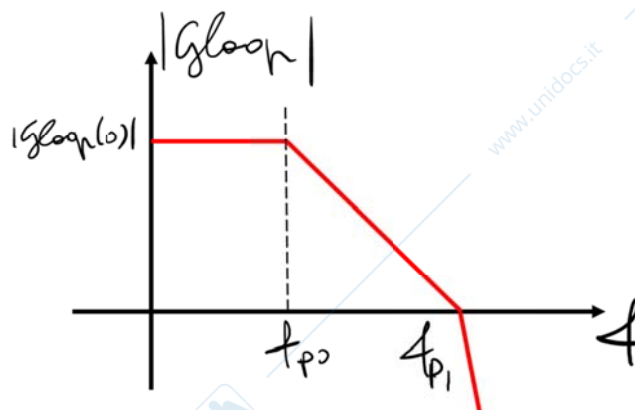
$$\begin{aligned}
 R_{12} &= R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\
 G_{loop} &= \frac{V_f}{V_t} = -A(s) \frac{R_{12} || \frac{1}{sC}}{R_3 + R_{12} || \frac{1}{sC}} \\
 &= -A(s) \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3 + sCR_{12}R_3} = \\
 &= -A(s) \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} \frac{1}{1 + sCR_{12}R_3} = \\
 &= -A_0 \frac{1}{1 + s\tau_0} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} \frac{1}{1 + sCR_{12}R_3} = \\
 |G_{loop}| &= A_0 \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} \frac{1}{1 + s\tau_0} \frac{1}{1 + sCR_{12}R_3}
 \end{aligned}$$

Il Gloop presenta 2 poli:

$$\begin{aligned}
 f_{p0} &= 90 \text{ Hz} \\
 f_{p1} &= \frac{1}{2\pi C R_{12} || R_3}
 \end{aligned}$$

Se vogliamo il margine di fase = 45°, il polo f_{p1} deve essere coincidente a f^* , ovvero la frequenza per cui $|G_{loop}| = 1$, infatti

$$\begin{aligned}
 \varphi_m &= 180^\circ - \arctg\left(\frac{f_{p0}}{f^*}\right) - \arctg\left(\frac{f_{p1}}{f^*}\right) \\
 &= 180^\circ - \arctg\left(\frac{f_{p0}}{f^*}\right) - \arctg\left(\frac{f^*}{f^*}\right) = \\
 &= 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ
 \end{aligned}$$

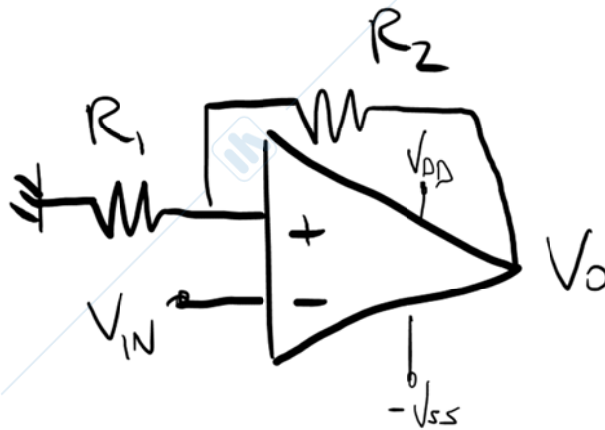


$$f^* = f_{p0} |G_{loop}(0)| = f_{p0} A_0 \frac{R_{12}}{R_{12} + R_3} = 300 \text{ kHz}$$

Per essere stabile, f_{p1} deve essere dopo f^* :

$$\begin{aligned}
 f_{p1} &= \frac{1}{2\pi C R_{12} || R_3} > 300 \text{ kHz} \\
 C &< \frac{1}{300 \text{ kHz} \cdot 2\pi R_{12} || R_3} = 1.6 \text{ nF} \\
 C &< 1.6 \text{ nF}
 \end{aligned}$$

2)



$R1 = 1\text{ k}\Omega$

$R2 = 1\text{ k}\Omega$

Il circuito è in retroazione positiva. Il feedback positivo tende a saturare l'uscita:

se $V_{in} > V^+$

$$V_{out} = -V_{SS}$$

se $V_{in} < V^+$

$$V_{out} = +V_{DD}$$

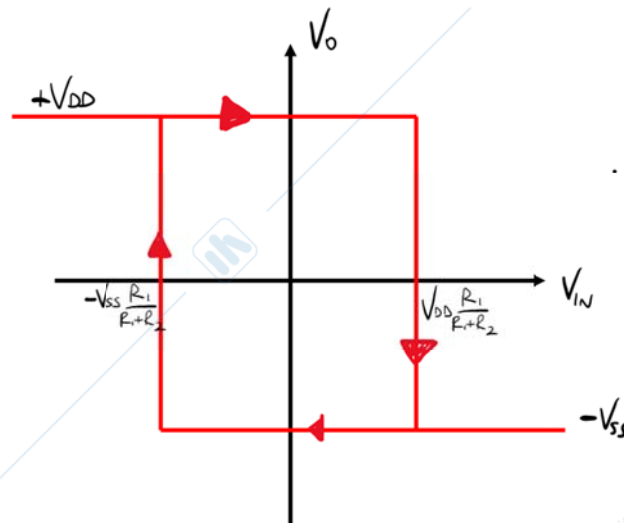
Il circuito presenta 2 soglie di scatto, base al valore di V_{out} . Infatti, in base al valore di V_{out} , avremo un diverso valore di V^+ , portando a due diverse condizioni per lo switch $V_{out} = V_{DD} \rightarrow -V_{SS}$ e $V_{out} = -V_{SS} \rightarrow +V_{DD}$.

Se $V_{out} = V_{DD}$

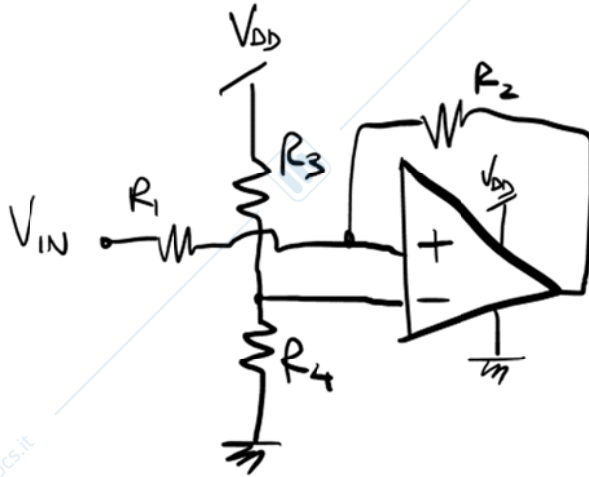
$$V^+ = V_{DD} \frac{R1}{R1 + R2}$$

Se $V_{out} = V_{SS}$

$$V^+ = -V_{SS} \frac{R1}{R1 + R2}$$



3)



$$R1 = 50 \text{ k}\Omega$$

$$R2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R4 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$V_{DD} = +5 \text{ V}$$

a) Determinare le soglie di scatto del circuito.

Il circuito è in retroazione positiva. Il feedback positivo tende a saturare l'uscita:

se $V^+ > V^-$

$$V_{out} = V_{DD}$$

se $V^+ < V^-$

$$V_{out} = 0 \text{ V}$$

Possiamo calcolare il valore di V^+ usando il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$V^+ = \frac{R2}{R1 + R2} V_{in} + \frac{R1}{R1 + R2} V_{out}$$

Invece V^-

$$V^- = \frac{R4}{R3 + R4} V_{DD} = \frac{V_{DD}}{2} = +2.5 \text{ V}$$

Cerchiamo la soglia $V_{out} = V_{DD} \rightarrow 0$

$$V^+ < V^-$$

$$V_{out} = V_{DD}$$

$$\frac{R2}{R1 + R2} V_{in} + \frac{R1}{R1 + R2} V_{DD} < \frac{V_{DD}}{2}$$

$$\frac{R2}{R1 + R2} V_{in} < \frac{V_{DD}}{2} - \frac{R1}{R1 + R2} V_{DD}$$

$$V_{in} < 1.25$$

Cerchiamo la soglia $V_{out} = 0 \rightarrow V_{DD}$

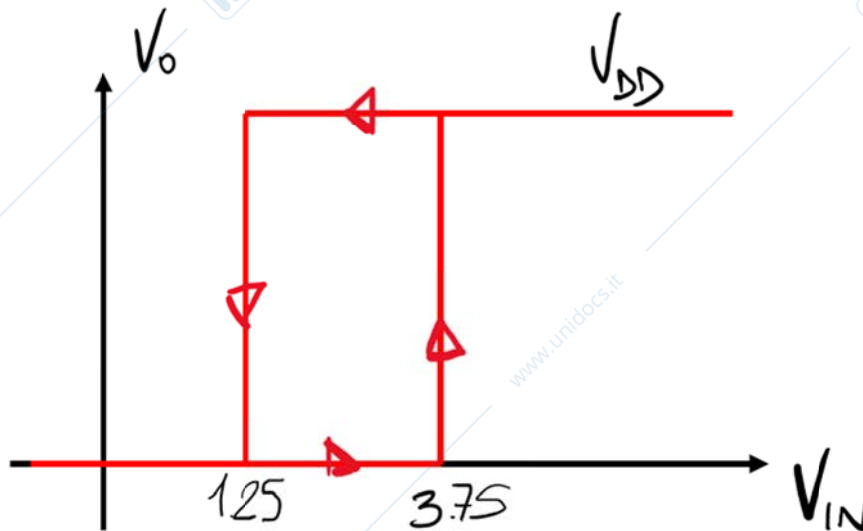
$$V^+ > V^-$$

$$V_{out} = 0$$

$$\frac{R2}{R1 + R2} V_{in} + \frac{R1}{R1 + R2} 0 > \frac{V_{DD}}{2}$$

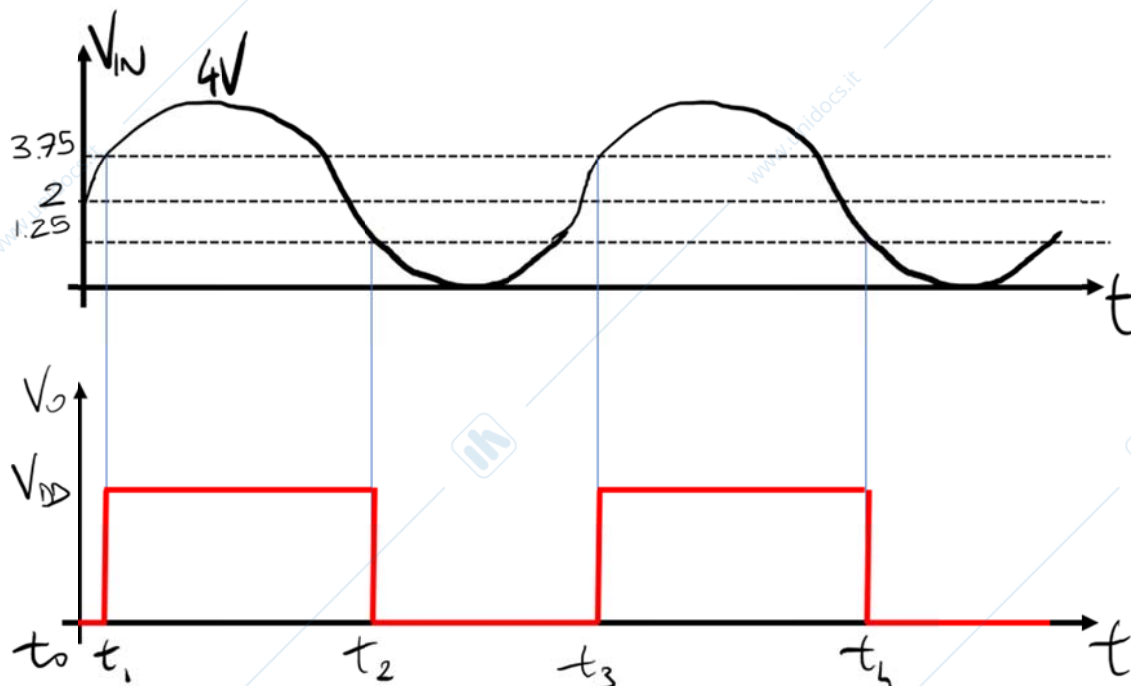
$$\frac{R2}{R1 + R2} V_{in} > \frac{V_{DD}}{2}$$

$$V_{in} > 3.75$$



b) Dato un segnale in ingresso $V_{in} = 2V + 2V \sin(2\pi 10 \text{ kHz } t)$, disegnare l'uscita V_{out} .

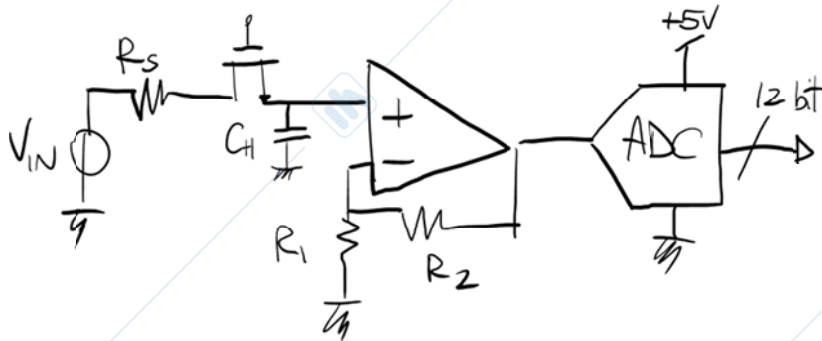
Supponiamo che a $t_0 = 0$, $V_{out} = 0$



L'uscita diventa alta $V_{out} = 0 \rightarrow V_{DD}$, non appena abbiamo $V_{in} > 3.75V$.

Poi rimane a VDD e abbiamo $V_{out} = V_{DD} \rightarrow 0$ solo quando $V_{in} < 1.25$.

4)



$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$C_H = 1 \text{ nF}$$

$$0 < V_{in} < 200 \text{ mV}$$

ADC 12 Bit

- Calcolare il valore di R_2 che permette al segnale V_{in} di utilizzare tutta la dinamica di ingresso dell'ADC.
- Assumendo l'interruttore MOS ideale ($R_{on} = 0 \Omega$) e un tempo di sampling $T_S = 1 \mu\text{s}$, determinare il massimo valore di R_S che permette di convertire il segnale di ingresso con errore inferiore a 0.5 LSB
- Si considerino le correnti di bias $= 1 \mu\text{A}$ e un tempo di hold pari a $T_H = 10 \mu\text{s}$. Si determini l'errore al termine della fase di HOLD dovuto alle correnti di bias ed esprimerlo in LSB.

a)

La dinamica di ingresso dell'ADC è data dalla differenza tra la tensione massima e quella minima che possono essere convertite.

$$Dinamica_{ADC} = 5V - 0V = 5V$$

Tra l'ingresso V_{in} e l'ingresso dell'ADC (V_{ADC}) abbiamo uno stadio di guadagno dato dall'amplificatore operazionale in configurazione non invertente.

$$V_{ADC} = G V_{in}$$

Data la dinamica di ingresso dell'ADC e i valori che può assumere l'ingresso ($0 < V_{in} < 200 \text{ mV}$), possiamo calcolare il guadagno massimo del nostro stadio amplificatore:

$$G_{max} = \frac{V_{ADCmax}}{V_{INmax}} = \frac{5V}{200 \text{ mV}} = 25$$

In questo modo possiamo determinare la resistenza R_2 tale per cui le due dinamiche sono adatte:

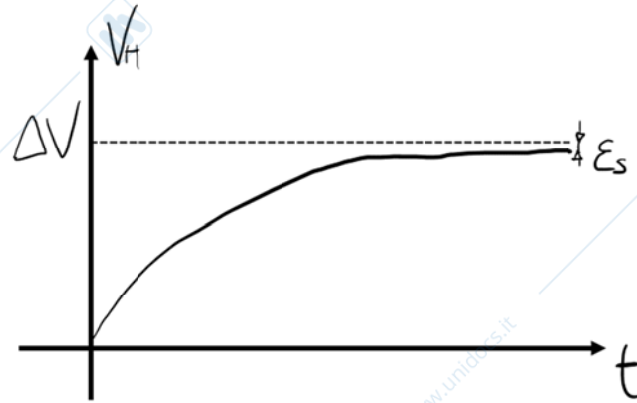
$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 25$$

$$R_2 = 24 R_1 = 24 \text{ k}\Omega$$

b) Consideriamo $R_{on} = 0$ e $T_S = 1\mu s$

Dato un segnale $V_{in} = \Delta V$, avremo la tensione V_H che si carica attraverso R_S e C_H , quindi avremo una carica esponenziale della capacità C_H :

$$V_H = \Delta V(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



Dopo un tempo T_S , la capacità si sarà caricata a un valore inferiore a ΔV e possiamo esprimere l'errore come

$$\varepsilon_s = \Delta V e^{-\frac{T_S}{R_S C_H}}$$

L'errore è massimo quando la tensione di ingresso è massima, quindi quando $\Delta V = 200$ mV

$$\varepsilon_{s_{max}} = 0.2 e^{-\frac{1\mu s}{R_S C_H}}$$

Noi vogliamo che questo errore sia minore di 0.5 LSB:

$$LSB_{ADC} = \frac{5V}{2^{12}}$$

$$LSB_{IN} = \frac{5V}{2^{12}} \frac{1}{G} = \frac{5V}{2^{12}} \frac{1}{25} = \frac{1}{5 \cdot 2^{12}}$$

Quindi

$$\varepsilon_{s_{max}} < \frac{1}{2} LSB$$

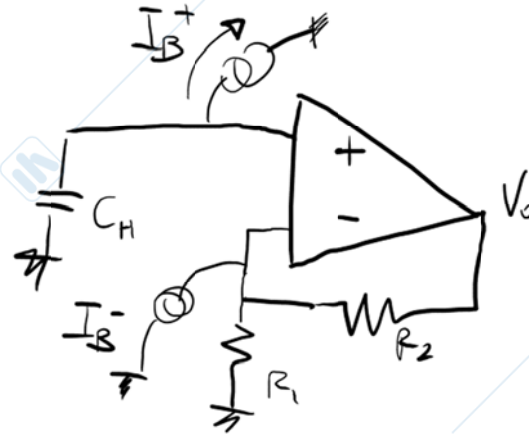
$$0.2 e^{-\frac{1\mu s}{R_S C_H}} < \frac{1}{2} \frac{1}{5 \cdot 2^{12}}$$

$$e^{-\frac{1\mu s}{R_S C_H}} < \frac{1}{8192}$$

$$R_S C_H < \frac{1\mu s}{\ln(8192)} = 111 \text{ ns}$$

$$R_S < 111 \Omega$$

c)



Possiamo usare la sovrapposizione degli effetti per determinare l'effetto delle correnti di bias sulla tensione di uscita.

I_B^-

Il circuito è in retroazione negativa

$$V^+ = V^- = 0.$$

$$I_{R1} = 0$$

$$V_o' = I_B^- R_2 = 1\mu A \cdot 24\text{ k}\Omega = 24\text{ mV}$$

I_B^+

La corrente I_B^+ scarica lentamente la carica accumulata nella capacità di hold CH. Diminuendo il valore della tensione di hold durante il tempo di hold.

$$V^+ = -\frac{I_B^+ T_H}{C_H}$$

$$V_o'' = V^+ \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = -10\text{ mV} \cdot 25 = -250\text{ mV}$$

Le correnti di bias danno un errore alla fine della fase di hold pari a:

$$V_o = V_o' + V_o'' = 24\text{ mV} - 250\text{ mV} = -226\text{ mV}$$

Sapendo che un LSB è uguale a:

$$LSB_{ADC} = \frac{5V}{2^{12}} = 1.2\text{ mV}$$

L'errore in uscita dovuto alle correnti di bias è di

$$\frac{226\text{ mV}}{1.2\text{ mV}} = 188\text{ LSB}$$