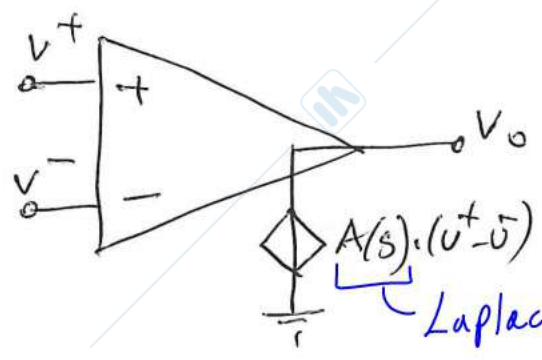


GUADAGNO REALE DELL' AMPL. OP. - RISPOSTA IN FREQUENZA

(F.T. - Diagrammi di Bode)

A.O. reale $\rightarrow A(s)$

quodagno di DC (A_0) finito
poli/zeri

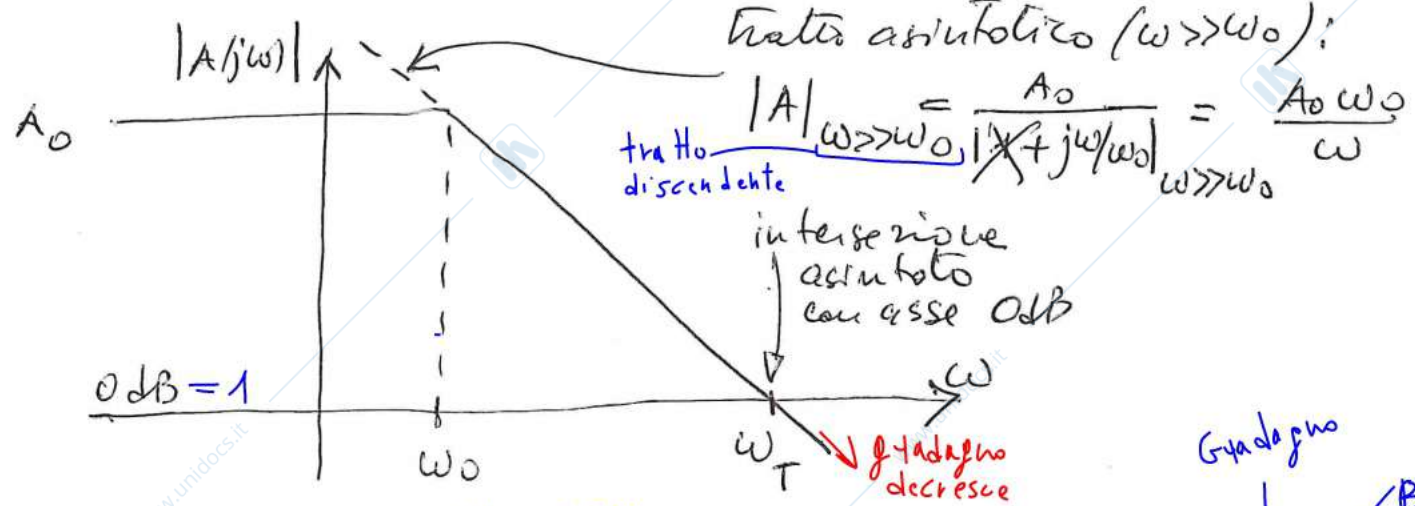


l' A_0 ha un guadagno che dipende dalla frequenza

non + A cost., ma nel dominio di Laplace ha una dip. da s.

□ MODELLO A SINGOLO POLO

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0} \leftrightarrow A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$



Calcolo ω_T :

$$|A| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} = 1 \rightarrow \omega = \omega_T = \boxed{A_0 \omega_0} \text{ prodotto } G+B \text{ dell' Amp. Op.}$$

Il GAIN-BANDWIDTH-PRODUCT (GBWP) è dato generalmente in $[Hz]$: $GBWP_{A.O.} = A_0 f_0 = \frac{A_0 \omega_0}{2\pi}$ (tip. 10-100 MHz)

Il modello a singolo polo descrive bene il caso in cui l'A.O. è compensato internamente, ovvero quando il polo a ω_0 è intenzionalmente a bassa frequenza (10-100 Hz ad es.) in modo che i poli dell'A.O. a più alta frequenza arrivano nel traffetto dove $|A(j\omega)| < 1$, cioè per $\omega > \omega_T$.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

↳ Effetto di GBWP A.o. finito: per $\omega \gg \omega_0$

il guadagno $|A(j\omega)| \ll A_0 \rightarrow$ per $\omega > \omega_T \rightarrow |A(j\omega)| < 1$!

↳ diminuisce il Loop nei circuiti reattivi
 ↳ un aspetto che il "guadagno ideale" G_{id} del
 circuito reattivo (che presuppone $|G_{loop}| \gg 1$)
 vale solo in un intervallo di frequenze.

CALCOLO DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA NEI CIRCUITI REAZIONATI - METODO GRAFICO (APPROSSIMATO)

Abbiamo già visto che il guadagno ad anello chiuso reale ha questa espressione:

$$G_R(s) = G_{id}(s) \cdot \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)}$$

dove $G_{id}(s)$ e $G_{loop}(s)$ possiamo calcolarli direttamente sul circuito.

Dal punto di vista analitico basterebbe quindi sostituire, ma, per determinare i poli di $G_R(s)$ (poli ad anello chiuso), dobbiamo trovare le radici dell'equazione:

$$1 - G_{loop}(s) = 0 \rightarrow 1 - k \frac{\overbrace{(1+s/\omega_{z1}) \cdot (1+s/\omega_{z2}) \dots}^{\text{gli zeri}}}{\underbrace{(1+s/\omega_{p1}) \cdot (1+s/\omega_{p2}) \dots}_{G_{loop}(s)}} = 0$$

EQ. CARATTERISTICA

$$\Rightarrow \boxed{p_1}, \boxed{p_2}, \dots \text{ POLI AD ANELLO CHIUSO (G_R)}$$

Risolvendo l'eq. caratt. troviamo i poli del sist. reale

metodo che può diventare complesso

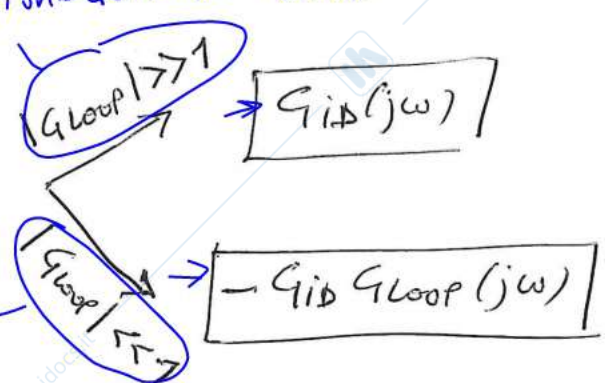
↓
 vogliamo appross.

IL METODO GRAFICO (APPROSSIMATO)

Per tracciare l'andamento della risposta in frequenza ^{del guadagno} $|G_R(j\omega)|$ in modo approssimato, trovo gli andamenti asintotici di $|G_R(j\omega)|$ nelle 2 condizioni estreme:

azione dell'anello ideale

$$G_R(j\omega) = G_{id}(j\omega) \frac{-G_{loop}(j\omega)}{1 - G_{loop}(j\omega)}$$



guadagno d'anello + trasc.

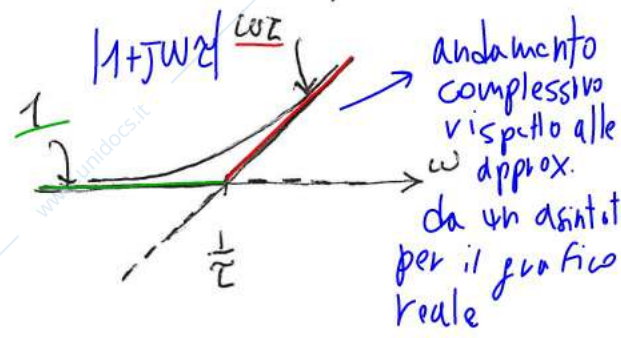
- il caso $|G_{loop}| \gg 1$ porta ovviamente a $G_R \rightarrow G_{id}$, che rappresenta, appunto, la definizione di G_{id} .
- Per $|G_{loop}| \ll 1$, il circuito di fatto non è più reazionato e il guadagno ad quello chiuso non può più seguire G_{id} ma segue un nuovo andamento asintotico $-G_{id} \cdot G_{loop}$.

- P.S. per $|G_{loop}| \gg 1$ assumo $|1 - G_{loop}(j\omega)| \sim |G_{loop}(j\omega)|$
- per $|G_{loop}| \ll 1$ assumo $|1 - G_{loop}(j\omega)| \sim 1$

È un' approssimazione analoga a quella che adottiamo usualmente per tracciare gli andamenti asintotici nei diagrammi di Bode delle FTI! Ad. esempio, per una singolarità reale, adottiamo proprio questo approccio:

$$|1 + j\omega z| \begin{cases} \omega \gg \frac{1}{z} \rightarrow \omega z \\ (\omega z \gg 1) \end{cases} \quad \omega z$$

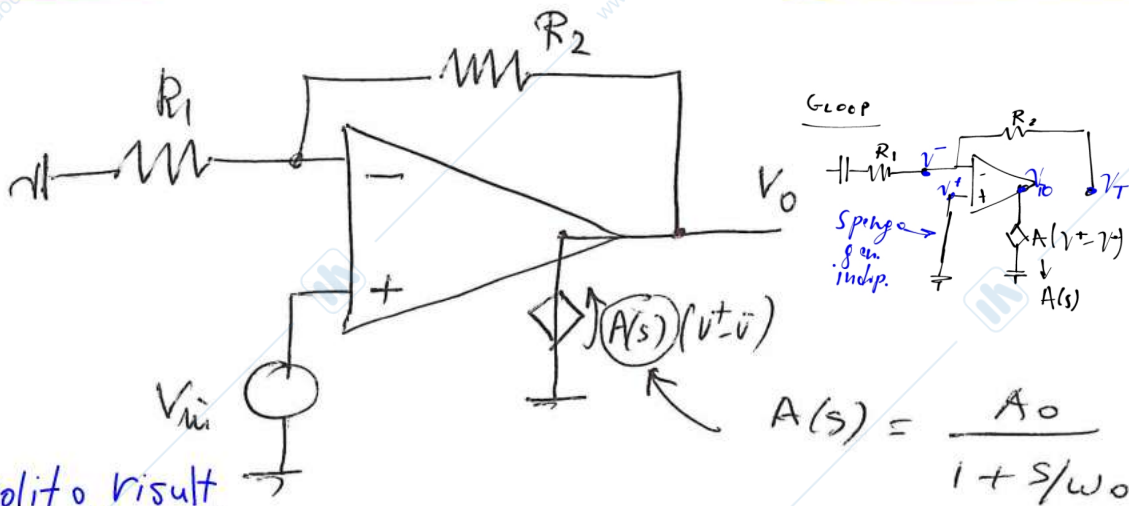
$$|1 + j\omega z| \begin{cases} \omega \ll \frac{1}{z} \rightarrow 1 \\ (\omega z \ll 1) \end{cases} \quad 1$$



Traccio quindi il diagramma di Bode dei 2 andamenti asintotici, $|G_D(j\omega)|$ e $|G_D \cdot G_{loop}(j\omega)|$, nei rispettivi domini di validità ($|G_{loop}| \gg 1$). L'unione dei 2 grafici darà l'andamento complessivo di $|G_R(j\omega)|$ (risposta in frequenza del sistema ad anello chiuso).

- Va sottolineato il carattere approssimato di questo approccio che tuttavia è in grado di stimare l'intervallo di frequenze in cui $|G_R(j\omega)| \approx |G_D(j\omega)|$ ed il polo dominante ad anello chiuso.
- Il metodo grafico (tracciatura dei 2 andamenti asintotici $|G_D|$ e $|G_D \cdot G_{loop}|$) è veloce ed è quindi molto utilizzato per le prime indicazioni nella fase progettuale.

ESEMPIO ; RISPOSTA IN FREQUENZA AMPLIF. NON-INVERTENTE



$$\gamma = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_t$$

$$\Rightarrow \frac{V_{Tc}}{V_t} = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0}$$

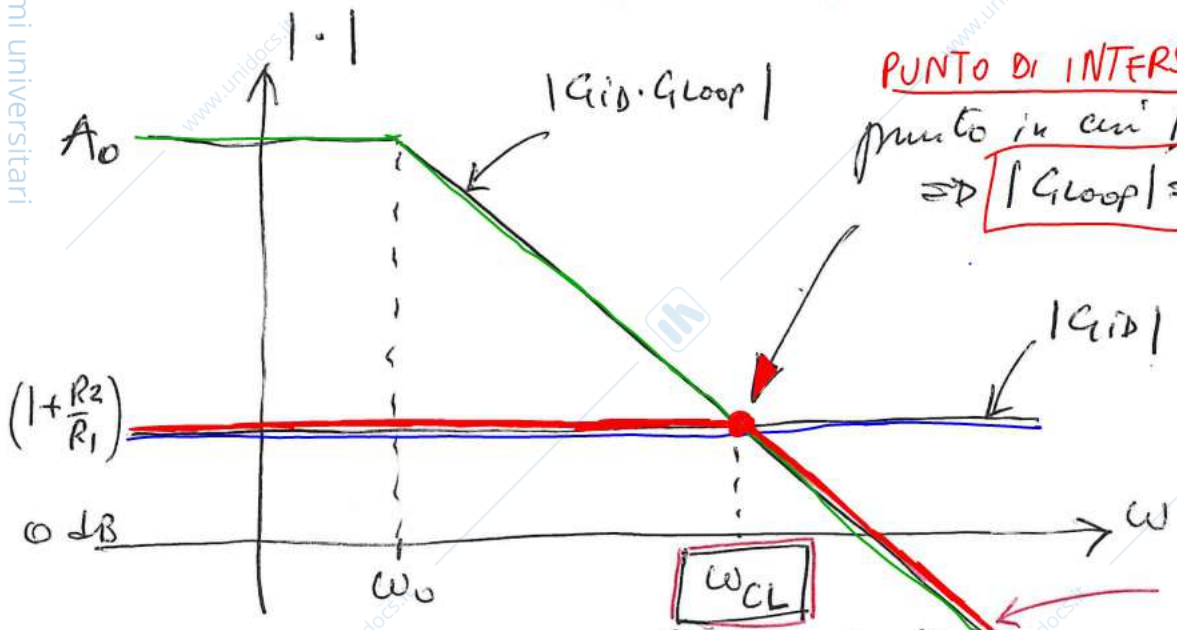
solito result. noto

$$|G_{ID}| = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (A \rightarrow \infty, (v^+ - v^-) \rightarrow 0)$$

$$G_{Loop} = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = - \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

$$-G_{ID} G_{Loop} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0} = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0}$$

TRACCIATURA DI $|G_{ID}|$, $|G_{ID} G_{Loop}|$, $|G_{REALE}|$



PUNTO DI INTERS.
 punto in cui $|G_{ID} G_{Loop}| = |G_{ID}|$
 $\Rightarrow |G_{Loop}| = 1$

inters. tra i 2 asintoti
 inters. di G_{Loop} con l'asse a 0dB
 infatti $|G_{Loop}| = 1$

$|G_{ID} G_{Loop}| \gg |G_{ID}|$
 $|G_{Loop}| \gg 1$
 $|G_{REAL}| \approx |G_{ID}|$

$|G_{ID} G_{Loop}| \ll |G_{ID}|$
 $|G_{Loop}| \ll 1$
 $|G_{REAL}| \approx |G_{ID} G_{Loop}|$

POLO AD ANELLO CHIUSO
 $|G_{Loop}| = 1 \Rightarrow |G_{REAL}| \approx |G_{ID} G_{Loop}|$

Calcolo ω_{CL} :

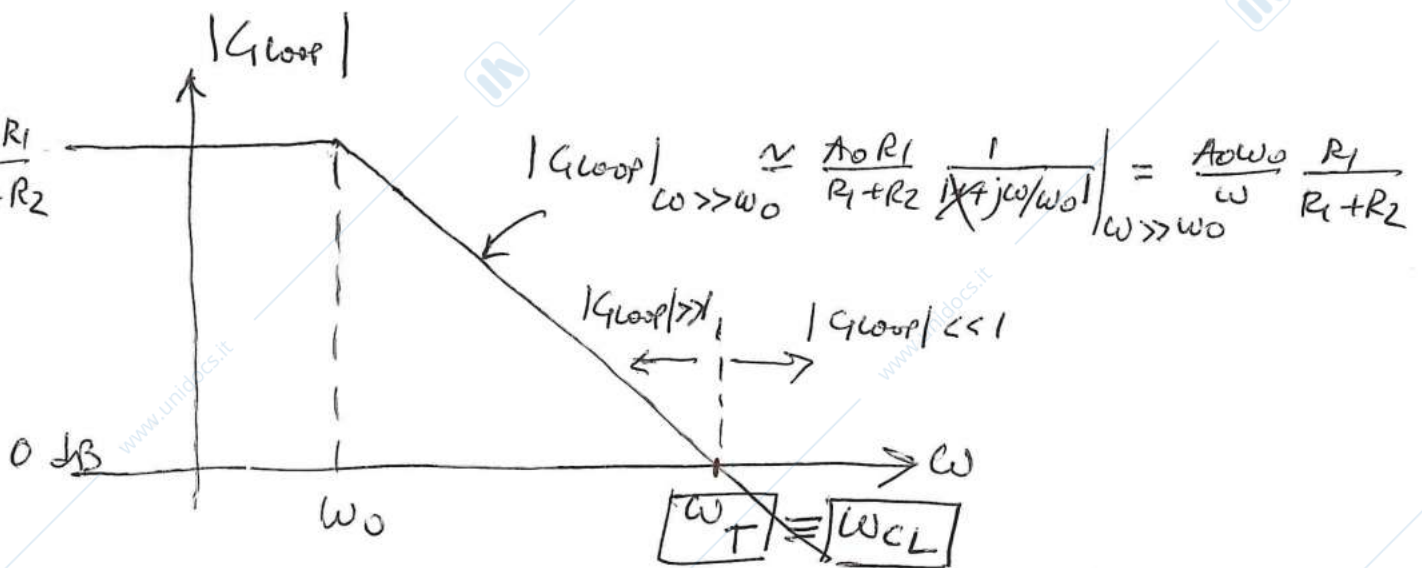
$$|G_{ID} \cdot G_{loop}|_{\omega \gg \omega_0} \approx \left| \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0} \right|_{\omega \gg \omega_0} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega}$$

$$|G_{ID}| = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\rightarrow \frac{A_0 \omega_0}{\omega} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \omega \triangleq \boxed{\omega_{CL}} = \frac{A_0 \omega_0}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \boxed{\frac{A_0 \omega_0 R_1}{R_1 + R_2}}$$

Si nota che il polo ad anello chiuso si origina proprio nel punto dove si incrociano i 2 asintoti ($|G_{ID} G_{loop}| = |G_{ID}|$), equivalente alla condizione $|G_{loop}| = 1$.

Verifichiamo allora il diagramma di $|G_{loop}|$:



Calcolo ω_T ($|G_{loop}|$ taglia l'asse $0 \text{ dB} = 1$):

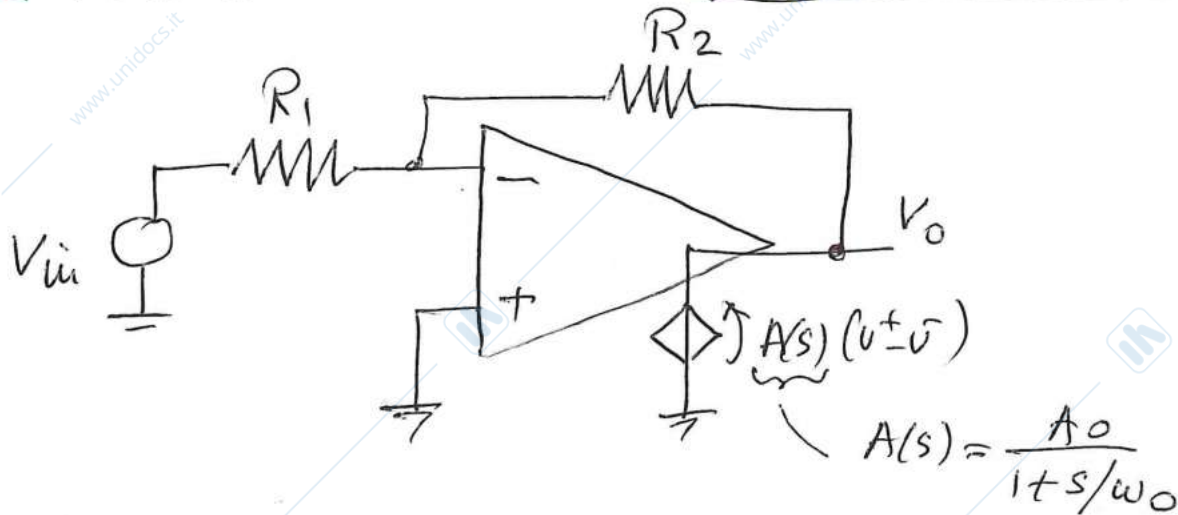
$$|G_{loop}|_{\omega \gg \omega_0} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 \Rightarrow \boxed{\omega_T} = \boxed{\frac{A_0 \omega_0 R_1}{R_1 + R_2}}$$

ω_T di $G_{loop}(s)$ \rightarrow CORRISPONDE AL POLO

AD ANELLO CHIUSO ω_{CL}
di $G_{TOTALE}(s)$.

P.S. Il grafico di $|G_{loop}|$ fornisce rapidamente l'informazione sull'intervallo di frequenza per cui $|G_{ID}| \approx |G_{ID}|$ e la posizione del polo ad anello chiuso ω_{CL} , che corrisponde alla frequenza a cui $|G_{loop}| = 1$.

RISPOSTA IN FREQUENZA AMPLIFICATORE INVERTENTE



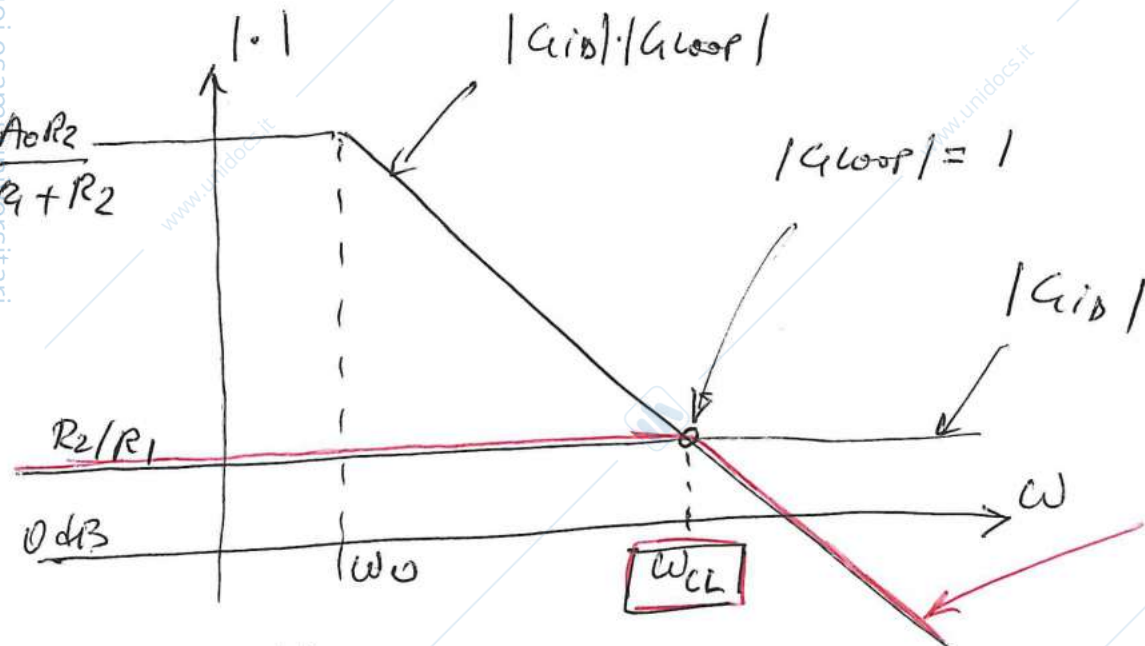
$|G_{ID}| = -\frac{R_2}{R_1} \quad (A \rightarrow \infty, (v^+ - v^-) \rightarrow \phi)$

$|G_{loop}| = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/wo}$

ci viene lo stesso Gloop della config. non invertente

$-G_{ID}G_{loop} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/wo} = -\frac{A_0 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/wo}$

• DIAGRAMMI di BODE $|G_{ID}|, |G_{ID}G_{loop}|, |G_{loop}|$



Stessa pos. della sigla anti in |Gloop|=1

Calcolo wcl:

$|G_{ID}G_{loop}|_{w \gg wo} \approx \frac{A_0 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{|1 + jw/wo|} = \frac{A_0 wo}{w} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

$\hookrightarrow \frac{A_0 wo}{w} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow w = w_{CL} = \frac{A_0 wo R_1}{R_1 + R_2}$ *come prima? si*

CONSIDERAZIONI

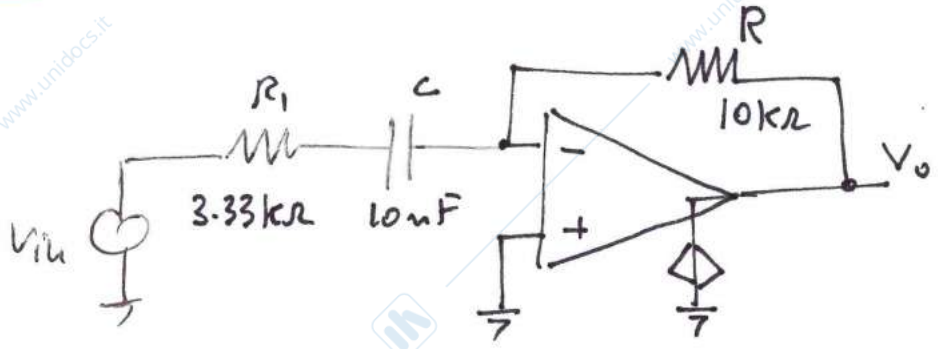
- Se ricordiamo che ω_{cl} si origina all'incrocio di $|G_{id} G_{loop}|$ con $|G_{id}|$, che corrisponde all'intersezione di $|G_{loop}|$ con l'asse a 0 dB ($|G_{loop}| = 1$), si comprende bene l'auclif. Invertente e non-invertente hanno lo stesso polo ed quello stesso ω_{cl} . Infatti, una volta spento il generatore di ingresso, entrambi gli amplificatori sono identici ai fini di $G_{loop} \rightarrow$ stesso polo ed quello stesso!

- Osservando l'espressione di $\omega_{cl} = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$, si nota che il polo di G_{loop} (ad quello aperto) viene moltiplicato per $|G_{loop}|$ in DC ($A_0 R_1 / (R_1 + R_2)$) a dare il polo ad quello chiuso.
Al variare del rapporto delle resistenze R_2/R_1 , si può quindi cambiare il ω_{cl} (desiderato), così facendo tuttavia cambia anche G_{loop} e quindi l'intervallo di frequenza in cui $G_{open} \sim G_{id}$. (il limite è proprio dato da ω_{cl}).

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

ESEMPIO: RISPOSTA IN FREQUENZA DERIVATORE APPROX.

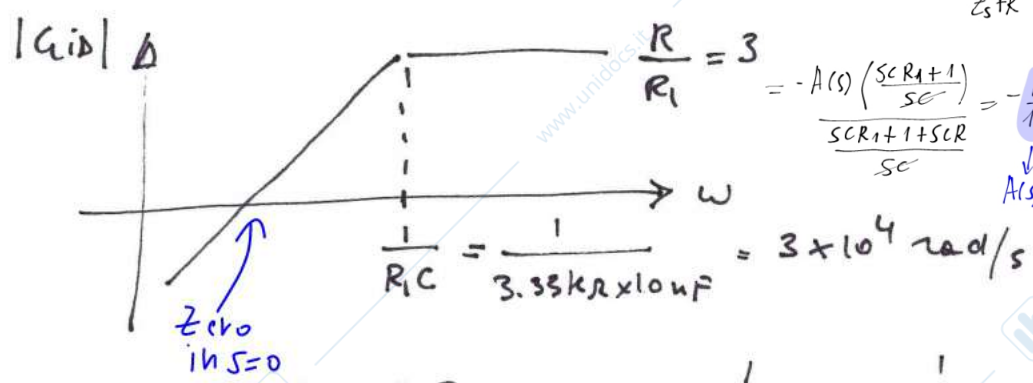


$A_0 = 10^5$
 $\omega_0 = 2\pi \cdot 10 \text{ Hz} = 62.8 \text{ rad/s}$

$(G_{BWP} \cdot A_0 = 1 \text{ MHz})$

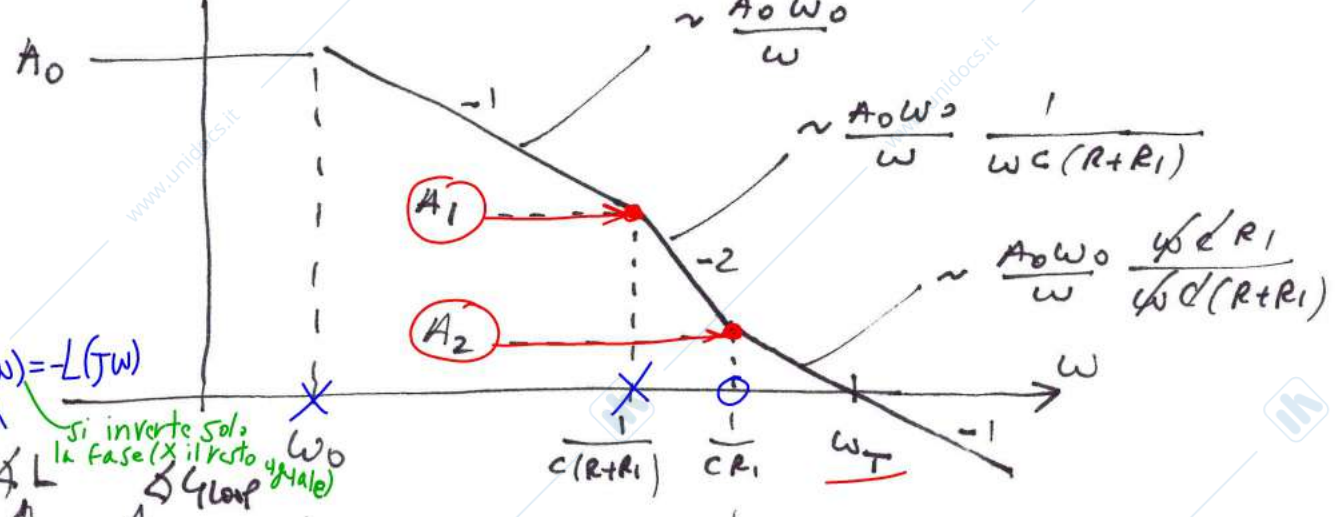
$$G_{id} = - \frac{R}{R_1 + \frac{1}{sC}} = - \frac{sCR}{1 + sCR_1}$$

$Z_s = R_1 + \frac{1}{j\omega C}$
 $G_{id} = - \frac{R}{Z_s} = - \frac{R}{R_1 + \frac{1}{sC}} = - \frac{sCR}{1 + sCR_1}$
 $G_{loop} = -A(s) \frac{Z_s}{Z_s + R} = -A(s) \frac{(R_1 + \frac{1}{sC})}{(R_1 + \frac{1}{sC}) + R}$

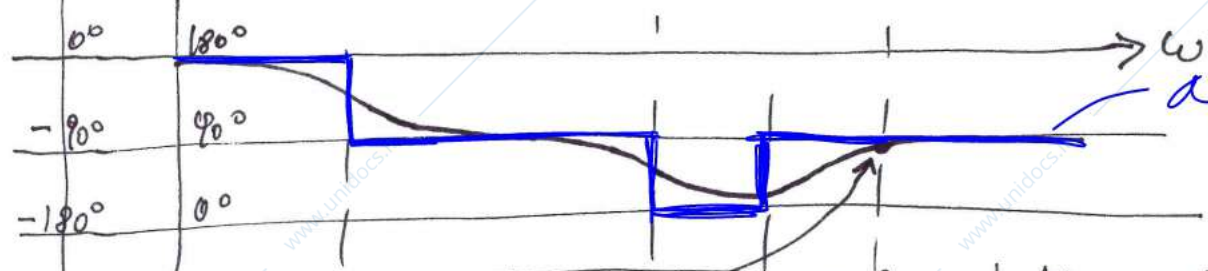


$$G_{loop} = - \frac{A_0}{1 + s/\omega_0} \frac{1 + sCR_1}{1 + sC(R+R_1)}$$

$\frac{1}{C(R+R_1)} = \frac{1}{10 \text{ nF} \times 13.33 \text{ k}\Omega} = 7562 \text{ rad/s}$



$G(j\omega) = -L(j\omega)$
 si inverte solo la fase (x il segno opposto)



$$\angle L(j\omega_T) = -\arctan \frac{\omega_T}{\omega_0} + \arctan \frac{\omega_T}{\omega_0} - \arctan \frac{\omega_T}{\omega_z} + \arctan \frac{\omega_T}{\omega_p} = -89.6^\circ$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

● Calcolo A_1

1° metodo uso l'andamento asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega}$

$$\hookrightarrow A_1 = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \Bigg|_{\omega = \frac{1}{C(R+R_1)}} = A_0 \omega_0 C (R+R_1) = 10^5 + 20 \times 10 \times 10^{-2} \times 13.3k = 837.5$$

2° metodo - sfruttando la dipendenza $|G_{loop}| \div \frac{1}{\omega}$

$$\hookrightarrow \frac{A_0}{A_1} = \frac{\frac{1}{C(R+R_1)}}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0 C (R+R_1)} \rightarrow A_1 = A_0 \omega_0 C (R+R_1) \checkmark$$

● Calcolo A_2

1° metodo - eq. asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega C (R+R_1)}$

$$\hookrightarrow A_2 = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega C (R+R_1)} \Bigg|_{\omega = \frac{1}{C R_1}} = A_0 \omega_0 C R_1 \frac{R_1}{C (R+R_1)} = A_0 \omega_0 C R_1 \frac{R_1}{R+R_1} = 837.5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 52.3$$

2° metodo - dipendenza $|G_{loop}| \div \frac{1}{\omega^2}$

$$\hookrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left[\frac{\frac{1}{C R_1}}{\frac{1}{C (R+R_1)}} \right]^2 = \left(\frac{R+R_1}{R_1} \right)^2 \rightarrow A_2 = A_1 \left(\frac{R_1}{R+R_1} \right)^2 = A_0 \omega_0 C (R+R_1)$$

$$= A_0 \omega_0 C (R+R_1) \frac{R_1^2}{(R+R_1)^2} = A_0 \omega_0 C R_1 \frac{R_1}{R+R_1} \checkmark$$

● calcolo ω_T delta frequenza di taglio

- eq. asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_1}{R_1+R} = 1$

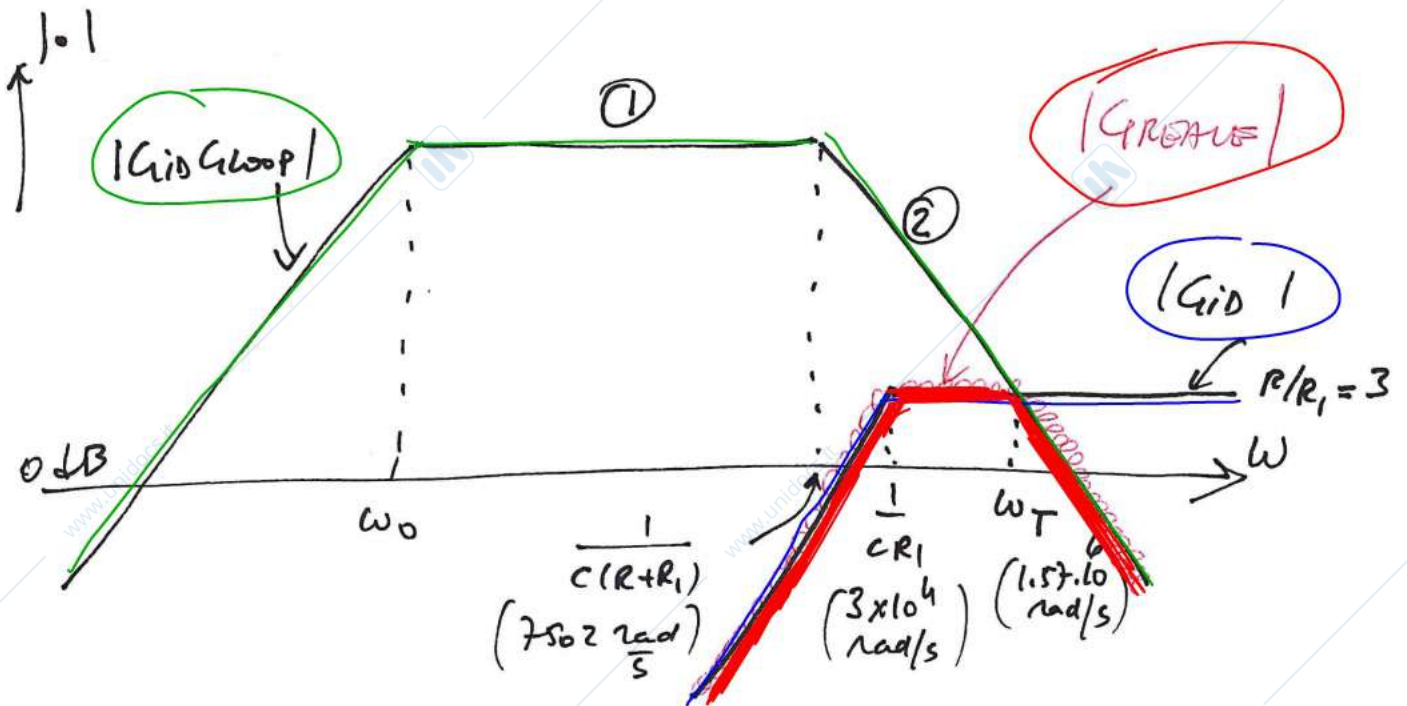
$$\hookrightarrow \omega_T = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R+R_1} = 10^5 \times 20 \times 10 \times \frac{1}{4} = 1.57 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

- dipendenza $|G_{loop}| \div \frac{1}{\omega}$

$$\frac{A_2}{1} = \frac{\omega_T}{1/RC} \rightarrow \omega_T = A_2 \frac{1}{RC} = A_0 \omega_0 C R_1 \frac{R_1}{R+R_1} \frac{1}{RC} \checkmark$$

Altro asintoto:

$$G_{id} \cdot G_{loop} = \frac{sRC}{1+sRC} \cdot \frac{A_0}{1+s/w_0} \cdot \frac{1+sCR_1}{1+sC(R+R_1)}$$



1 $\omega_0 \ll \omega \ll \frac{1}{C(R+R_1)}$

$$|G_{id} G_{loop}| \sim \cancel{\omega RC} \frac{A_0 \omega_0}{\cancel{\omega}} \cdot \frac{1}{1} = A_0 \omega_0 RC = 628.3$$

2 $\frac{1}{C(R+R_1)} \ll \omega$

$$|G_{id} G_{loop}| \sim \cancel{\omega RC} \frac{A_0 \omega_0}{\cancel{\omega}} \cdot \frac{1}{\cancel{\omega} C(R+R_1)} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R}{R+R_1}$$

Calcolo ω_T :

$$|G_{id} G_{loop}| = |G_{id}| \rightarrow \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R}{R+R_1} = \frac{R}{R_1}$$

$$\hookrightarrow \omega_T = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R+R_1} \text{ (come prima ok) } 1.57 \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$