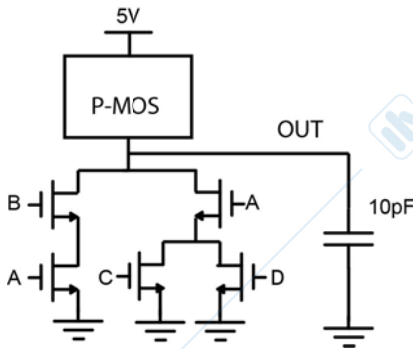


## Fondamenti di Elettronica – Ing. AUTOMATICA e INFORMATICA - AA 2012/2013

Appello del 6 Febbraio 2014

Indicare chiaramente la domanda a cui si sta rispondendo. Ad esempio 1a) ...

## Esercizio 1.



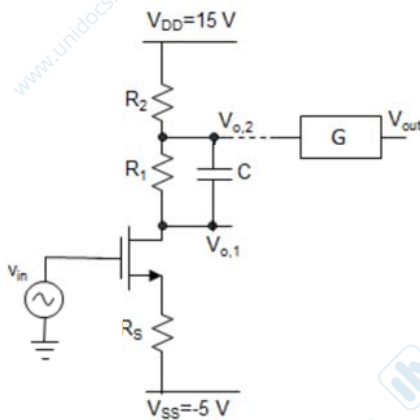
Dati:

$$k_n = k_p = 1 \text{ mA/V}^2, \quad V_{T,n} = |V_{T,p}| = 1 \text{ V}$$

Si consideri la porta logica in figura:

- Determinare la funzione logica del circuito.
- Disegnare la rete P-MOS per creare una porta CMOS.
- Semplificare la rete N-MOS.
- Determinare il tempo di commutazione con  $B=C=D=1$  e  $A$  che passa da 0 a 1, sia per la rete in figura che per la rete minima.
- Determinare la potenza dissipata nel caso di  $B=C=D=1$  e  $A$  con frequenza di 1MHz e nel caso di  $A=0, B=0, C=1$  e  $D$  con frequenza di 2MHz.

## Esercizio 2.



Dati:

$$R_1 = 5 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 5 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 3 \text{ k}\Omega, \quad C = 10 \text{ pF}, \quad V_{T,n} = 1 \text{ V}, \quad k_n = 1 \text{ mA/V}^2$$

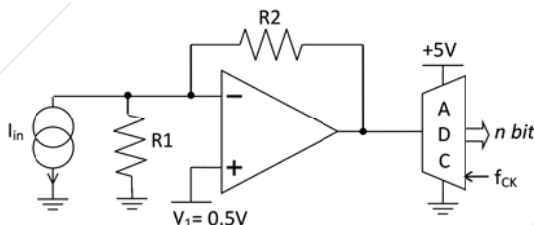
Si consideri lo stadio di amplificazione a MOSFET in figura:

- Calcolare tutte le correnti e le tensioni di polarizzazione del circuito.
- Determinare la risposta in frequenza del guadagno  $v_{o,1}/v_{in}$  e disegnarne il diagramma di Bode completo (modulo e fase) quotando i valori significativi.
- Determinare i segnali  $v_{o,1}(t)$  e  $v_{o,2}(t)$  in risposta ad un gradino negativo in ingresso di ampiezza 100mV. Disegnare il grafico temporale delle due tensioni complessive  $V_{o,1}(t)$  e  $V_{o,2}(t)$  (segnale + polarizzazione). Qual è la massima ampiezza che si può avere per il segnale  $v_{o,2}$ ?

Si assuma ora di leggere la tensione  $V_{o,2}(t)$  con un 2° amplificatore di tensione, realizzato con un AO in configurazione non-invertente, avente guadagno ideale pari a 2.

- Dimensionare il GBWP dell'AO in modo tale che la funzione di trasferimento complessiva  $v_{out}/v_{in}$  abbia banda passante maggiore di 10 MHz.
- Considerando ora GBWP=100 MHz per l'AO, dimensionare lo SR dell'AO affinché l'uscita del 2° amplificatore non subisca distorsioni quando  $v_{in}(t)$  è un gradino negativo di ampiezza tale da produrre la massima ampiezza di  $v_{o,2}$ . (vedi punto c).

## Esercizio 3.



Dati:

$$R_1 = 250 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 1 \text{ M}\Omega$$

Il segnale di ingresso  $I_{in}$  è una corrente variabile tra  $-1 \mu\text{A}$  e  $+1 \mu\text{A}$ . L'amplificatore operazionale è ideale se non diversamente specificato.

- Determinare il numero minimo di bit dell'ADC affinché il segnale di ingresso  $I_{in}$  venga convertito con almeno 1000 livelli.

Si assuma nel seguito un ADC ad approssimazioni successive (SAR) con  $n = 16$  bit e  $f_{ck} = 100 \text{ MHz}$ .

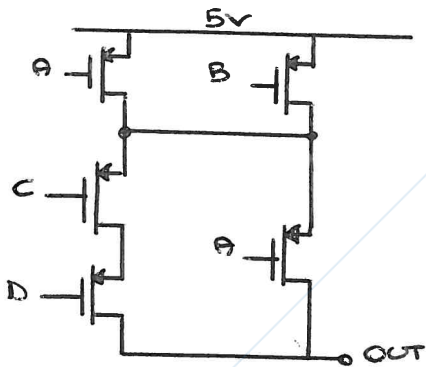
- Se la resistenza  $R_1$  cambiasse con la temperatura di  $\alpha = 5 \Omega/^\circ\text{C}$ , di quanto dovrebbe aumentare la temperatura per modificare la codifica digitale di 1LSB?
- Sia  $I_{in} = 1 \mu\text{A} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ . Determinare la massima frequenza  $f$  per avere un errore di conversione inferiore a 1LSB.
- Si assuma ora un AO reale con un guadagno di  $A(s) = 10^5 / (1 + s\tau_0)$ . Determinare il massimo errore di conversione rispetto al caso ideale  $A(s) = \infty$ .
- Si assuma infine un guadagno  $A(s) = 10^5 / (1 + s\tau_0)$  con  $\tau_0 = 1 \text{ ms}$  e un segnale  $I_{in}$  a gradino che all'istante  $t=0$  passa da  $-1 \mu\text{A}$  a  $1 \mu\text{A}$ . Tracciare l'andamento della tensione in ingresso all'ADC e calcolare il tempo da attendere prima di iniziare la conversione volendo avere un errore inferiore a 1LSB.

1)  $y = \overline{A \cdot B + A \cdot (C + D)}$

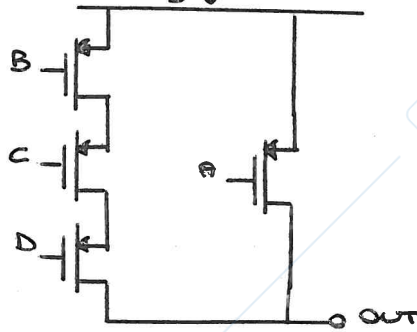
Che si riduce a  $y = \overline{A \cdot (B + C + D)}$

2) Ci sono 2 diverse reti sintetizzabili:

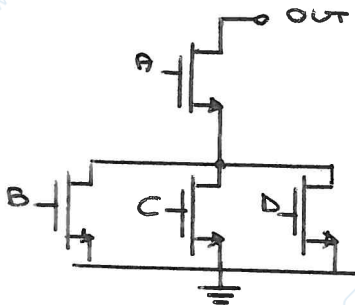
• Partendo dalla rete NMOS



• Partendo dalla funzione minimizzata



3) Dalla funzione logica si ottiene la rete minima:



4) L'uscita commuta da 1 a 0. Tutti gli nMOS sono accesi.

La rete minima ha  $K_{eq1} = \frac{3}{4} K_n = 0,75 \frac{\mu A}{V^2}$

La rete in figura ha  $K_{eq2} = \frac{7}{6} K_n = 1,167 \frac{\mu A}{V^2}$

Si ipotizza la soglia di commutazione a metà dinamica.

Se tutta la transizione avviene con l'nMOS saturo si ha

$$T_c = \frac{C_L \cdot \Delta V}{I_{SAT}} = \frac{10pF \cdot 2,5V}{K_{eq} (5V - 1V)^2}$$

Per la rete minima  $T_{c1} = 2,083 ns$

Per la rete in figura  $T_{c2} = 1,339 ns$

5) Nel caso  $B=C=D=1$  e A che commuta a 1 MHz anche l'uscita commuta a 1 MHz. La potenza dissipata è:

$$P_D = C_L \cdot V_{DD}^2 \cdot f = 10pF \cdot (5V)^2 \cdot 1MHz = 250 \mu W$$

Nel secondo caso l'uscita è fissa ad 1 e non commuta, quindi non c'è dissipazione di potenza

**Traccia di soluzione Es.2:**

**1. Polarizzazione:**

- LKT alla maglia di ingresso:  $V_g = -5 + R_s \cdot I_d + V_{gs}$

- ipotesi MOSFET saturo:  $I_d = k(V_{gs} - V_t)^2$

Mettendo a sistema le 2 equazioni si ottiene:  $3x^2 + x - 4 = 0 \rightarrow x = (V_{gs} - V_t) = -8/6$  (no),  $+1$  (si)

Da cui:  $I_d = 1\text{mA}$ ,  $V_{o1} = 5\text{V}$ ,  $V_{o2} = 10\text{V}$

[controllo saturazione:  $V_{ds} = V_{o1} - V_s = 5 - (-2) = 7\text{V} > (V_{gs} - V_t) = 1\text{V} \rightarrow \text{OK il MOSFET e' saturo}$ ]

**2. Risposta in frequenza ( $v_{o1}/v_{in}$ ):**

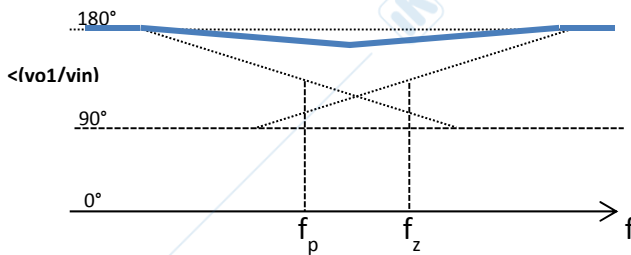
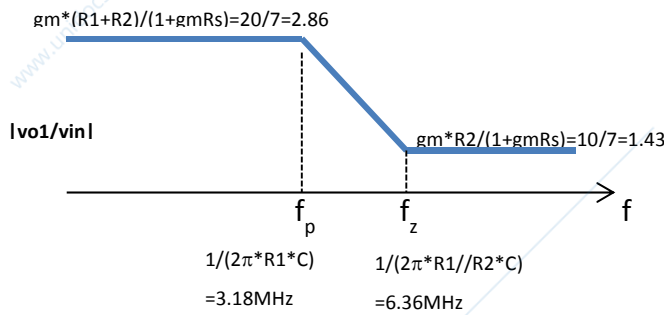
Dai dati di polarizzazione:  $g_m = 2\text{ mA/V}$

Segnale:  $i_d = v_{in} / (1/g_m + R_s) = g_m \cdot v_{in} / (1 + g_m \cdot R_s)$

$v_{o1} = -i_d \cdot Z_d = -i_d \cdot (R_1 + R_2) \cdot (1 + s \cdot R_1 / R_2 \cdot C) / (1 + s \cdot R_1 \cdot C)$

da cui si ottiene:

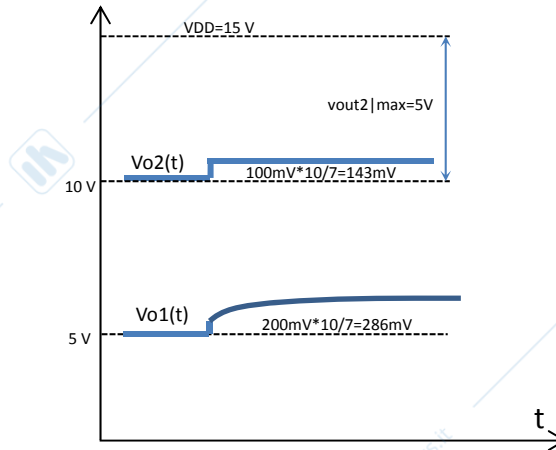
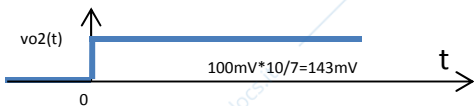
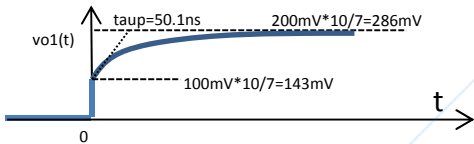
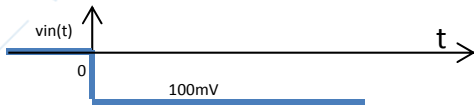
$$v_{o1}/v_{in} = -g_m \cdot (R_1 + R_2) / (1 + g_m \cdot R_s) \cdot (1 + s \cdot R_1 / R_2 \cdot C) / (1 + s \cdot R_1 \cdot C)$$



**3. Risposta al gradino**

$v_{o1}/v_{in} = -g_m \cdot (R_1 + R_2) / (1 + g_m \cdot R_s) \cdot (1 + s \cdot R_1 / R_2 \cdot C) / (1 + s \cdot R_1 \cdot C)$  (vedi p.to prec.)

$v_{o2}/v_{in} = -g_m \cdot R_2 / (1 + g_m \cdot R_s) = -10/7 = -1.43$



La massima escursione positiva di  $v_{o2}$  si verifica quando viene raggiunta la condizione  $V_{o2}(t)=V_{DD}$ , ovvero  $v_{o2}|_{\max}=15V - 10V=5V$ . In quella condizione il MOSFET si spegne ed il segnale  $v_{o2}$  non puo' crescere ulteriormente.

4. La risposta ( $v_{o2}/v_{in}$ ) non presenta singularita' (vedi punto precedente) per cui, detta  $f_b$  la frequenza del polo ad anello chiuso del 2° amplificatore di tensione, la banda passante complessiva e' pari a  $f_b$ .

Nell'amplificatore non invertente si ha:  $f_b=GBWP/G_{ideale}=GBWP/2$ .

Dovendo garantire  $f_b>10MHz$ , si ha  $GBWP>2*10MHz=20MHz$ .

5. Se  $GBWP=100MHz \rightarrow f_b=GBWP/2=50MHz$  da cui  $\tau_b=1/(2\pi*f_b)=3.2ns$

La risposta  $V_{out}(t)$  al gradino negativo in ingresso e' quella di un passa-basso del 1° ordine (transitorio di carica esponenziale) con costante di tempo  $\tau_b$  e ampiezza della transizione:

$$V_{out}(\infty)-V_{out}(0)=G_{ideale} * v_{o2}|_{\max}=2*5=10V.$$

Bisogna garantire che SR sia maggiore della massima pendenza in uscita  $|dv_{out}/dt|$ , da cui:

$$SR>(G_{ideale} * v_{o2}|_{\max})/\tau_b=10V/3.2ns=3.125V/ns=3125V/\mu s.$$

### SOLUZIONE Es. 3

a)  $V_{ADC}=V_1 \cdot (1+R2/R1)+I_{in} \cdot R2 = 2.5V + I_{in} \cdot R2$ . Al variare di  $I_{in}$  la tensione all'ingresso dell'ADC cambia di  $2\mu A \cdot R2 = 2V$ . Dobbiamo quindi garantire  $2V/1000=2mV > 1LSB=5V/2^n$ . Risolvendo si trova  $n=12$ .

b) Cambiando la temperatura di  $\Delta T$  la variazione di  $V_{ADC}$  è pari a:

$$\Delta V_{ADC} = V_1 \cdot R2 \left( \frac{1}{R1 + \alpha \Delta T} - \frac{1}{R1} \right) = V_1 \cdot R2 \cdot \frac{-\alpha \Delta T}{R1 \cdot (R1 + \alpha \Delta T)}$$

Imponendo questa variazione pari a  $-1LSB = 5V/2^{16} = 76.2\mu V$  si ottiene:

$$-1LSB = V_1 \cdot R2 \cdot \frac{-\alpha \Delta T}{R1 \cdot (R1 + \alpha \Delta T)}$$

$$\Delta T = \frac{1LSB \cdot R1}{V_1 \frac{R2}{R1} - 1LSB} \frac{1}{\alpha} = 1.9^\circ C$$

c) Durante il tempo di conversione  $T_{conv} = (n+1)/f_{CK} = 170ns$  la corrente di ingresso deve cambiare di meno di  $1LSB/R2 = 76.2pA$ . Osservando che la derivata massima dell'ingresso è  $1\mu A \cdot 2\pi \cdot f$  abbiamo:

$$1\mu A \cdot 2\pi \cdot f \cdot T_{conv} < \frac{1LSB}{R2}$$

$$f < \frac{1LSB}{R2 \cdot 1\mu A \cdot 2\pi \cdot T_{conv}} = 71.4Hz$$

d)  $G_{loop} = -A(s) \cdot R1/(R1+R2) = -20000$

In base alla teoria della retroazione sappiamo che la tensione in ingresso all'ADC è ridotta di  $G_{loop}/(1-G_{loop})$  rispetto al caso ideale. Il massimo errore si ha in corrispondenza della massima tensione:

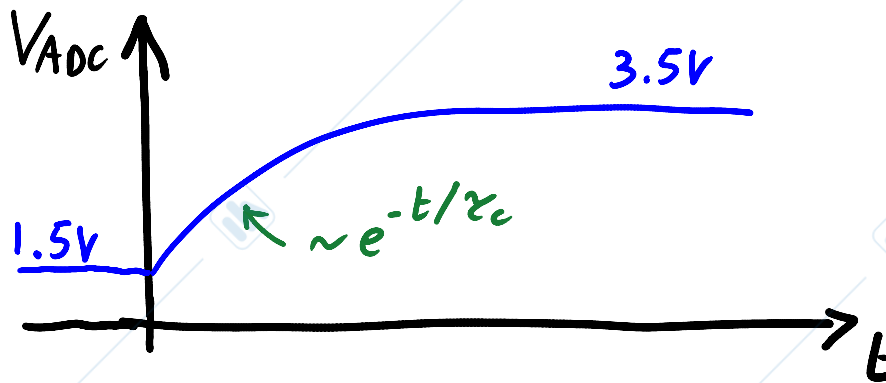
$$V_{ADC,max}^{ideale} - V_{ADC,max}^{reale} = \frac{3.5V}{1 - G_{loop}} = 175\mu V$$

Corrispondente a 2.3LSB.

e)  $G_{loop}(s) = -A(s) \cdot R1/(R1+R2) = -A_0 \cdot R1/(R1+R2) \cdot 1/(1+s\tau_0)$ .

Il polo  $f_0=1/(2\pi\tau_0) = 160Hz$  nel guadagno dell'A.O. implica un guadagno d'anello maggiore di 1 fino alla frequenza di  $G_{loop}(0) \cdot f_0 = 3.18MHz$ . La risposta in frequenza del circuito presenta allora un polo a tale frequenza ossia con costante di tempo  $\tau_c = \tau_0/G_{loop}(0) = 50ns$ .

Si ha quindi:



Il tempo necessario ad arrivare a  $3.5V - 1LSB$  si trova imponendo:

$$3.5V - V_{ADC}(t) = 2V \cdot e^{-\frac{t}{\tau_c}} = 1LSB$$

Da cui si ricava  $t = 509ns$ .