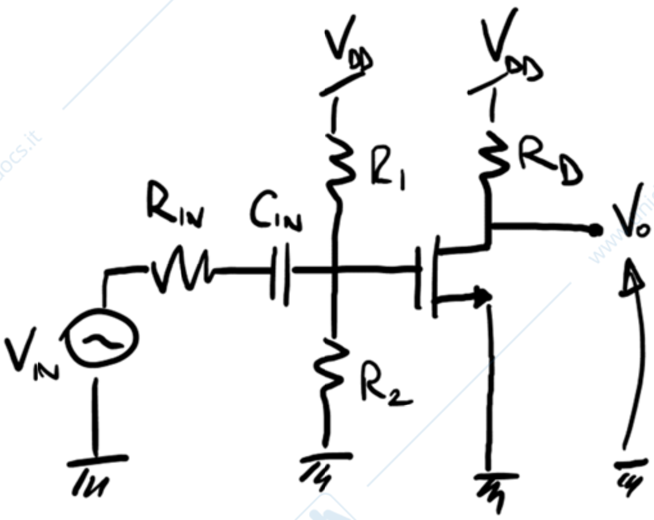
Fondamenti di Elettronica per Ingegneria dell'Automazione

Esercitazione 6

Ing. Pietro King

1)



Vdd = +12 V

R1 = 1 MΩ

R2= 200 kΩ

RD = 4 kΩ

Rin = 10kΩ

Cin = 100 pF

$\boldsymbol{V_{tn} = 1\,V}$

$\boldsymbol{k_n = 1 \frac{mA}{V^2}}$

a) *Calcolare la polarizzazione del circuito*

b) *Calcolare il guadagno* $\frac{v_{out}}{v_{in}}$

c) *Nel caso ad alta frequenza, calcolare il massimo valore dell'ampiezza applicabile in ingresso affinché' la condizione di piccolo segnale per il MOS sia rispettata.*

Il circuito rappresenta un Amplificatore MOSFET, ovvero un circuito che è in grado di dare in uscita (vout) un segnale amplificato e proporzionale al segnale di ingresso (vin).

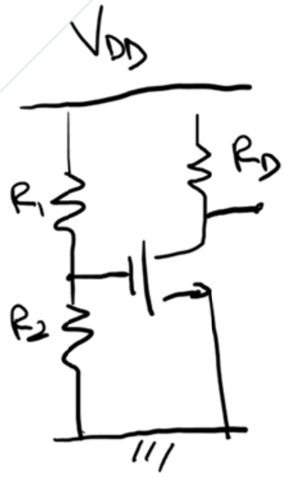
Un MOSFET può essere utilizzato come amplificatore se opera in zona di saturazione.

Per questo motivo è necessario che siano presenti dei generatori di polarizzazione, ovvero generatori di tensione o corrente che consentono al MOSFET di rimanere in zona di saturazione.

a)

Per determinare la polarizzazione del circuito, procedo considerando innanzitutto il circuito con tensione d'ingresso nulla (Vin = 0V).

In questa situazione tutte le tensioni sono costanti, quindi posso considerare il condensatore come un circuito aperto.



La corrente di Gate del MOS è nulla, quindi R_1 e R_2 sono in serie. Posso calcolare V_G come partitore di tensione.

$$V_G = 12\,V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12V \frac{200\,k\Omega}{1200\,k\Omega} = 2\,V$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = 2V - 0V = 2\,V$$

$$V_{GS} = 2\,V > 1\,V = V_{tn}$$

Vgs > Vtn, quindi il MOSFET è acceso.

Ipotizziamo SATURAZIONE:

$$Hp: V_{DS} > V_{GS} - V_{tn}$$

$$I_D = k\,(V_{GS} - V_{tn})^2 = 1\frac{mA}{V^2}\,(2-1)^2 = 1\,mA$$

$$V_{R_D} = I_D R_D = 1\,mA\;4\,k\Omega = 4\,V$$

$$V_{DS} = V_D - V_s = V_{DD} - V_{R_D} - 0V = 12V - 4V = 8V$$

Ora verifico che l'ipotesi sia corretta:

$$V_{DS} = 8V > 1V = V_{GS} - V_{tn}$$

Abbiamo dimostrato che il MOSFET è in SATURAZIONE.

Quando un MOSFET funziona in zona di saturazione, questo si comporta come un generatore di corrente comandato in tensione. Infatti, e' possibile controllare la corrente I_D come funzione della tensione V_{GS}:

$$I_D = k_n\;(V_{GS} - V_t)^2$$

Introduciamo un nuovo fattore di qualità del dispositivo, chiamato **TRANSCONDUTTANZA**, che indica quanto varia I_D per una variazione infinitesima di V_{GS}:

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \frac{i_d}{v_{gs}} = 2\,k_n\,(V_{GS} - V_t) = 2\sqrt{k_n I_D}$$

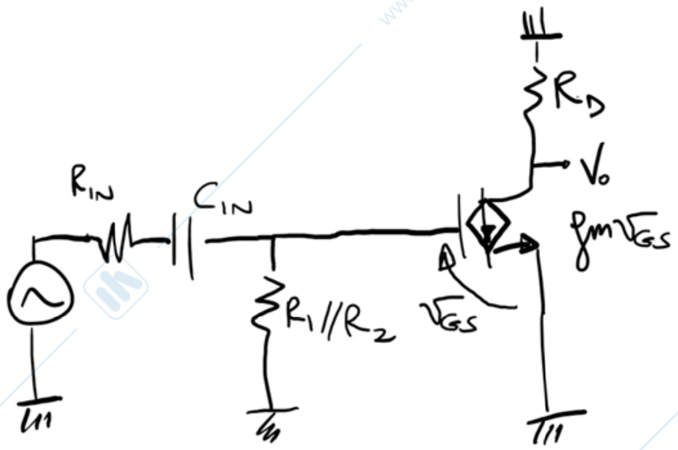
La relazione lineare tra i segnali $i_d = g_m\, v_{gs}$ e' il risultato di aver linearizzato la caratteristica $I_D = k_n\ (V_{GS} - V_t)^2$ intorno al punto di lavoro (I_D, V_{GS}) calcolato sopra, ed e' valida sotto la condizione di "piccolo" segnale $|v_{gs}| \ll 2(V_{GS} - V_t)$.

Nel nostro caso

$$g_m = 2\,k_n(V_{GS} - V_t) = 2\,1\frac{mA}{V^2}\,1\,V = 2\,m\Omega^{-1}$$

b)

Per il calcolo del guadagno $G = \frac{Vout}{Vin}$ passo al circuito per piccolo segnale, in cui spengo tutti i generatori di tensione e corrente indipendenti, e in cui sostituisco il MOS col suo equivalente per piccoli segnali, ovvero un generatore di corrente comandato in tensione $i_d = g_m\, v_{gs}$.



Ci ricordiamo che il concetto di guadagno ha senso solo per i circuiti lineari, ed effettivamente il circuito equivalente per piccoli segnali (come si vede sopra) e' lineare.

Prima di tutto calcoliamo il guadagno a frequenza nulla.

f = 0:

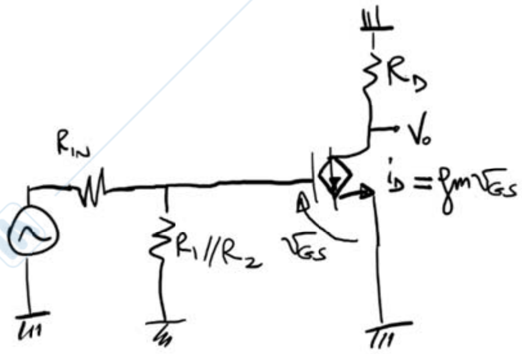
Se siamo a frequenza nulla, il condensatore si comporta come un circuito aperto. Quindi il contributo dovuto al segnale d'ingresso e' nullo. Quindi:

$$|G(0)| = 0$$

Poi possiamo calcolare il guadagno a frequenza infinita.

f = ∞:

A frequenza infinita, il condensatore si comporta come un cortocircuito:



In questo caso

$$v_{out} = -\,i_d\,R_D$$

$$i_d = g_m v_{gs}$$

v_{gs} si puo' ottenere dal partitore tra Rin e R1//R2:

$$v_{gs} = Vin\frac{R_1//R_2}{R_{in} + R_1//R_2} \approx 0.95v_{in}$$

Quindi

$$v_{out} = -\,i_d\,R_D = -g_m\,0.95\,v_{in}\,R_D$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -g_m\,0.95\,R_D = -\,2\,m\Omega^{-1}\,0.95\,4\,k\Omega = -7.6$$

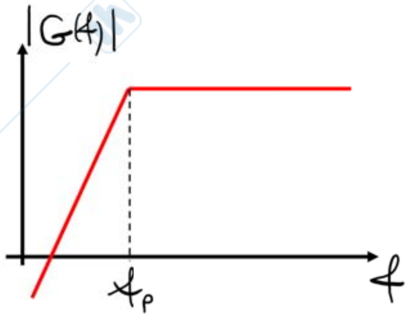
$$|G(\infty)| = \left|\frac{V_{out}}{V_{in}}(\infty)\right| = 7.6 = 20\log(7.6)\,dB = 17.6\,dB$$

Determinati il guadagno a frequenza nulla e infinita, e' necessario determinare la frequenza del polo introdotto dalla capacità Cin, oltre allo zero introdotto nello 0. Tale frequenza e' legata alla costante di tempo caratteristica, ovvero il prodotto tra la capacita' e la resistenza equivalente "vista" ai suoi capi.

$$R_{eq} = R_{in} + R_1//R_2 = 10k\Omega\ + 166k\Omega = 176k\Omega$$

$$\tau_{polo} = R_{eq}C_{in} = 176\,k\Omega\,100\,pF = 17.6\,\mu s$$

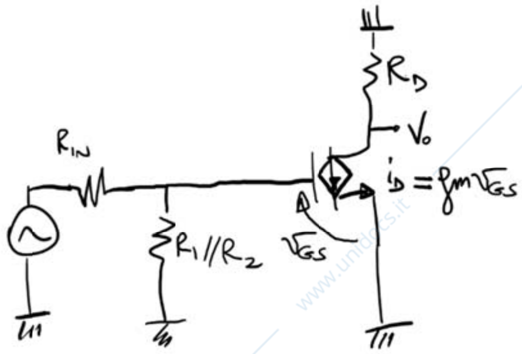
$$f_{polo} = \frac{1}{2\pi\,\tau_{polo}} = 9\,kHz$$



c)

Nei punti precedenti abbiamo applicato il modello a piccoli segnali, che ci permette di considerare la risposta del sistema lineare fintanto che il segnale di ingresso e' "abbastanza piccolo" da non uscire dal suo punto di lavoro.

Ovvero, noi possiamo considerare $i_d = g_m v_{gs}$, fintanto che $v_{GS} \ll 2\,(V_{GS} - V_{tn}) = 2 * V_{OV}$, ovvero se il segnale v_{GS} tra gate e source è molto più piccolo di due volte la tensione di overdrive di polarizzazione. Solitamente si considera almeno un fattore 10 di margine.



Nel circuito sotto esame

$$v_{gs} = Vin\frac{R_1//R_2}{R_{in} + R_1//R_2} \approx 0.95 v_{in}$$

Quindi possiamo scrivere:

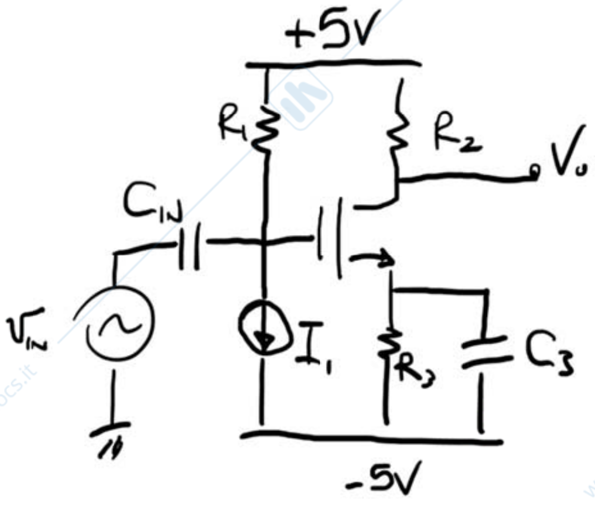
$$|v_{GS}| = 0.95|v_{in}| \ll 2 * |V_{GS} - V_{tn}| = 2 * 1V = 2V$$

$$|v_{IN}| \ll \frac{2V}{0.95} = 2.10\ V$$

Quindi la condizione di piccolo segnale è verificata per

$$|v_{in}| < 210\ mV$$

2)



I1=1mA

R1 = 4 kΩ

R2= 4 kΩ

Rin = 10kΩ

C3 = 100 pF

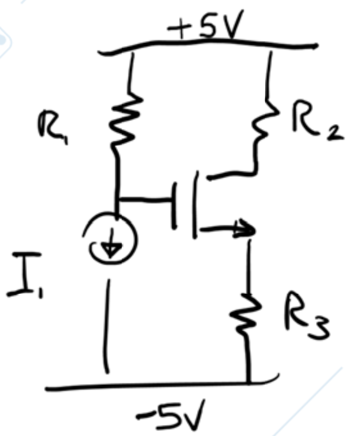
Cin >> C3

$\boldsymbol{V_{tn} = 1\ V}$

$\boldsymbol{k_n} = 1\frac{\boldsymbol{mA}}{\boldsymbol{V^2}}$

a) Dimensionare R3 tale per cui il transistor sia in saturazione e $I_D = 1mA$

Consideriamo $vin = 0$ e Cin aperta.



$$V_{R1} = I1\ R1 = 1mA\ 4k\Omega = 4V$$

$$V_G = 5 - V_{R1} = 5 - 4 = 1V$$

HP: Saturazione

$$I_D = k(V_{GS} - Vt)^2$$

$$V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{I_D}{k_n}} = \sqrt{\frac{1mA}{\frac{1mA}{V^2}}} = 1V$$

$$V_{GS} = 2V$$

$$V_S = V_G - V_{GS} = -1V$$

Conoscendo Vsource possiamo dimensionare R3

$$R3 = \frac{V_{R3}}{I_{R3}} = \frac{V_s - (-5V)}{I_D} = \frac{-1V + 5V}{1mA} = 4k\Omega$$

Verifico la saturazione

$$V_{R2} = I_D R_2 = 4k\Omega \; 1mA = 4V$$

$$V_D = 5V - 4V = +1V$$

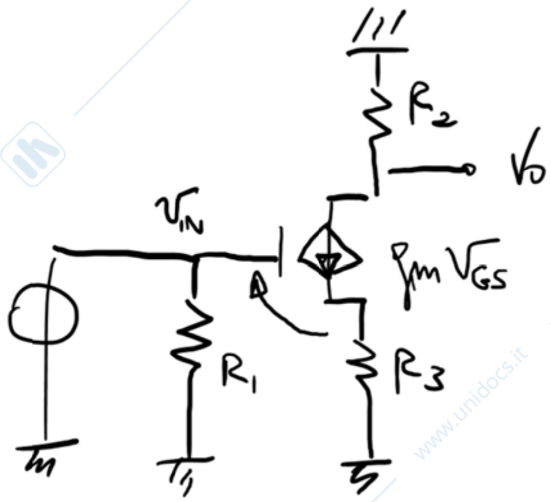
$$V_{DS} = 2V > 1V = V_{OV}$$

Saturazione verificata

$$g_m = 2\, k_n(V_{GS} - V_T) = 2\, 1\frac{mA}{V^2}\; 1\, V = 2\, m\Omega^{-1}$$

b) Assumendo Cin chiusa, determinare $|G(0)| e\, |G(\infty)|$

$|G(0)|$



$$i_D = g_m v_{GS}$$

$$v_{out} = -i_d R2 = -g_m v_{GS} R2$$

$$v_{GS} = v_{in} - i_D R3 = v_{in} - g_m v_{GS} R3$$

$$v_{GS}(1 + g_m R3) = v_{in}$$

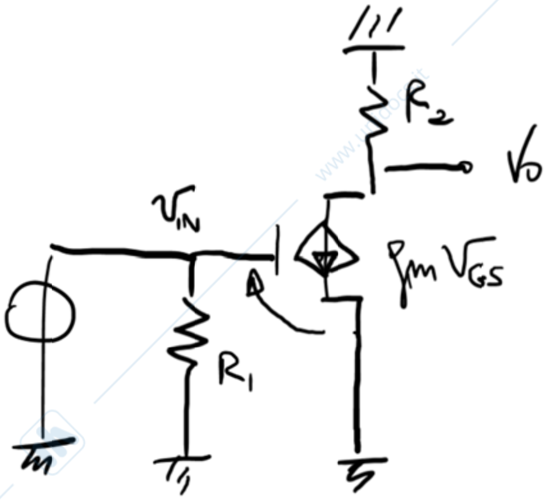
$$v_{GS} = \frac{v_{in}}{(1 + g_m R3)}$$

$$v_{out} = -g_m v_{GS} R2 = -g_m R2 \frac{v_{in}}{(1+g_m R3)}$$

$$\frac{v_{out}}{vin} = -g_m R2 \frac{1}{(1+g_m R3)} = -2mS\ 4k\Omega \frac{1}{1+2mS\ 4K\Omega} = -\frac{8}{9}$$

$$|G(0)| = \frac{8}{9} = 0.88$$

$|\boldsymbol{G}(\infty)|$



$$v_{out} = -gmV_{GS}R2$$

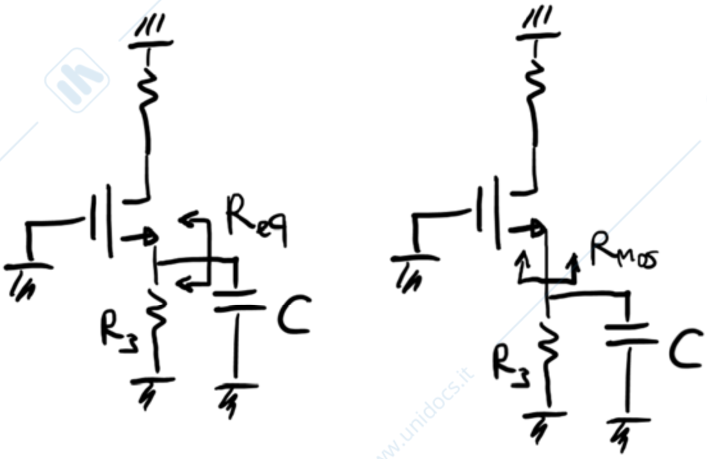
$$v_{out} = -gmV_{in}R2$$

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -gmR2 = -8$$

$$|G(\infty)| = 8$$

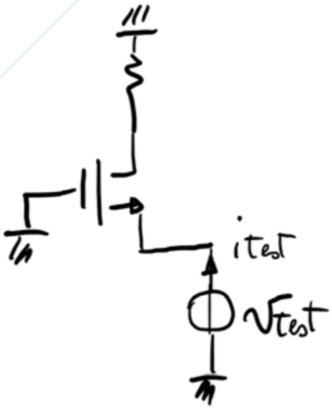
c) Frequenza di poli e zeri.

Studiamo il polo introdotto da C3



$$R_{eq} = R3//r_{MOS}$$

Per calcolare rmos dobbiamo calcolare la resistenza thevenin vista da quel punto



$$i_d = g_m\, v_{GS}$$

$$i_d = -g_m\, v_t$$

$$i_d = -i_t$$

$$r_{mos} = \frac{v_t}{i_t} = 1/g_m$$

$$R_{eq} = R3//\frac{1}{g_m} = 440\ \Omega$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_{eq} C3} = 3.58\ MHz$$

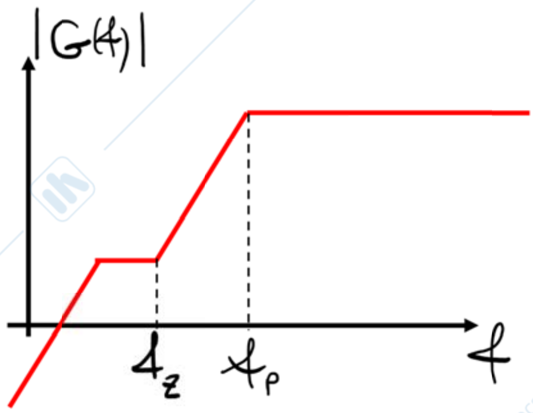
Lo zero di C3 lo possiamo trovare come $|G(0)|\frac{1}{f_z} = |G(\infty)|\frac{1}{f_p}$

$$f_z = f_p \frac{8}{9}\frac{1}{8} = \frac{f_p}{9} = 398\ kHz$$

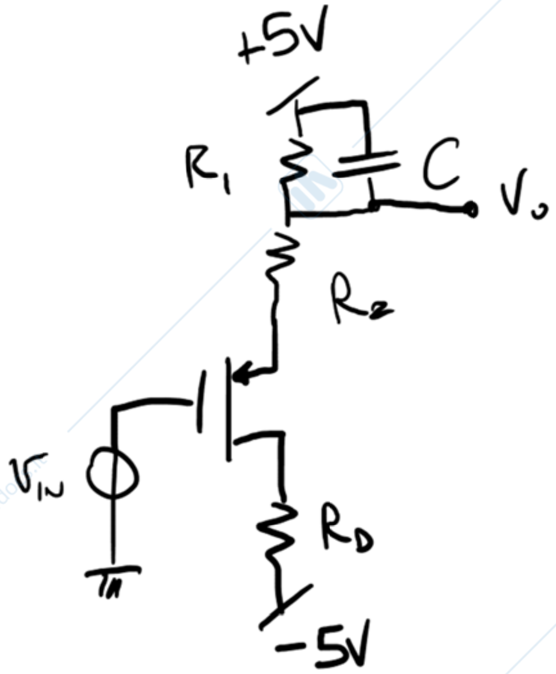
Per tracciare il diagrama di Bode complessivo, valutiamo anche le singolarita' introdotte da Cin.

Le due capacita' Cin e C3 sono "separate" e ciascuna da' luogo ad un polo, in ragione della resistenza equivalente vista ai loro capi, e uno zero. Cin introduce uno zero a f=0 (dato che a f=0 Cin si apre) e un polo a bassa frequenza (fin). Essendo Cin>>C3 consideriamo il polo di Cin a frequenza molto piu' bassa delle singolarita' introdotte da C3, il che giustifica i calcoli fatti finora con Cin chiusa. Per frequenze f>>fin siamo nella condizione in cui la capacita' Cin sia da considerarsi chiusa e C3 sia ancora aperta, che conduce al guadagno che abbiamo denominato |G(0)|. Ad alta frequenza, dopo le singolarita' introdotte da C3, anche C3 puo' essere considerata chiusa e si avra' il guadagno |G(∞)|.

[Se volessimo valutare la costante di tempo del polo di Cin, la introduciamo nel circuito equivalente per piccoli segnali e spegniamo il generatore di segnale in ingresso (vin=0). La resistenza equivalente e' semplicemente R1].



3)



R1 = 2.5 kΩ

R2= 0.5 kΩ

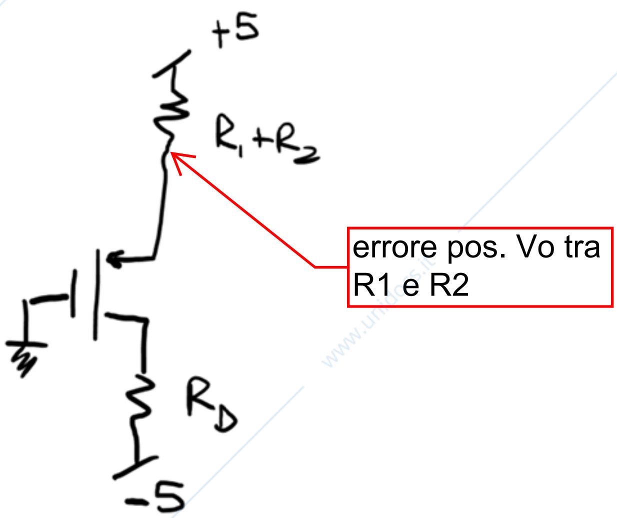
RD= 3 kΩ

C = 100 nF

$\boldsymbol{V_{tp} = -1\,V}$

$\boldsymbol{k_p = 1\frac{mA}{V^2}}$

a) Polarizzazione



HP SAT

$$I_D = k(V_{GS} - V_T)^2$$

$$5V - I_D(R1 + R2) + V_{GS} = 0$$

$$I_D = \frac{5V + V_{GS}}{R1 + R2} = \frac{5V + V_{GS} - V_t + V_t}{R1 + R2}$$

$$(x = V_{GS} - V_t)$$

Uguagliando le due espressioni di I_D

$$k\,x^2 = \frac{5V + x + V_T}{R1 + R2}$$

$$3x^2 - x - 4V = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{6} = \frac{1 \pm 7}{6} = \begin{cases} 1.3\,V \\ -1 \end{cases}$$

Per l'ipotesi di pMOS in Saturazione deve essere che $V_{GS} - V_t < 0$, quindi:

$$V_{GS} - V_t = -1V$$

$$V_{GS} = -2V$$

$$I_D = k(V_{GS} - V_T)^2 = 1mA$$

$$V_{DS} = -I_D(R1 + R2 + R_D) = -1mA\,6k = -6V$$

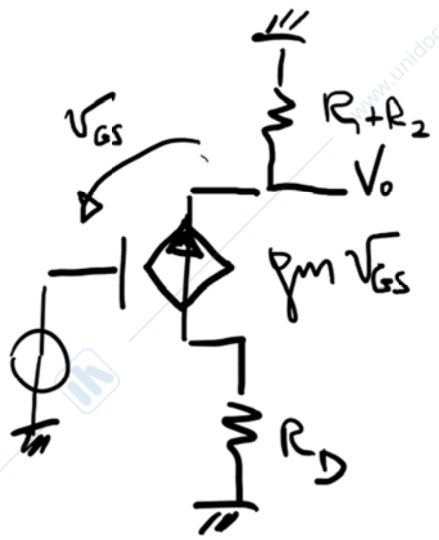
$$V_{DS} = -6V < -1V = V_{GS} - V_t$$

Saturazione confermata

$$g_m = 2\sqrt{kI_D} = 2mS$$

b) Determinare $|G(0)| e\ |G(\infty)|$

$|G(0)|$



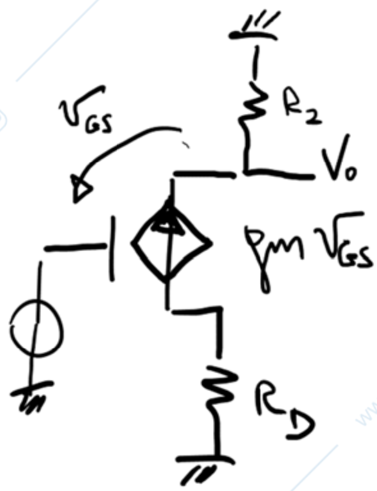
$$i_D = g_m v_{GS}$$

$$Vout = i_d(R1 + R2) = g_m v_{GS}(R1 + R2)$$

$$v_{GS} = v_{in} - i_D(R1 + R2) = v_{in} - g_m v_{GS}(R1 + R2)$$
$$v_{GS}(1 + g_m(R1 + R2)) = v_{in}$$
$$v_{GS} = \frac{v_{in}}{(1 + g_m(R1 + R2))}$$

$$Vout = g_m v_{GS}(R1 + R2) = g_m(R1 + R2)\frac{v_{in}}{(1 + g_m(R1 + R2))}$$
$$\frac{Vout}{vin} = g_m(R1 + R2)\frac{1}{(1 + g_m(R1 + R2))} = 2mS\ 3k\Omega\frac{1}{1 + 2mS\ 3K\Omega} = \frac{6}{7}$$
$$|G(0)| = \frac{6}{7} = 0.857$$

$|G(\infty)|$



$$\frac{Vout}{vin} = g_m R_2\frac{1}{(1 + g_m(R2))} = 2mS\ 0.5k\Omega\frac{1}{1 + 2mS\ 0.5K\Omega} = \frac{1}{2}$$
$$|G(\infty)| = \frac{1}{2}$$

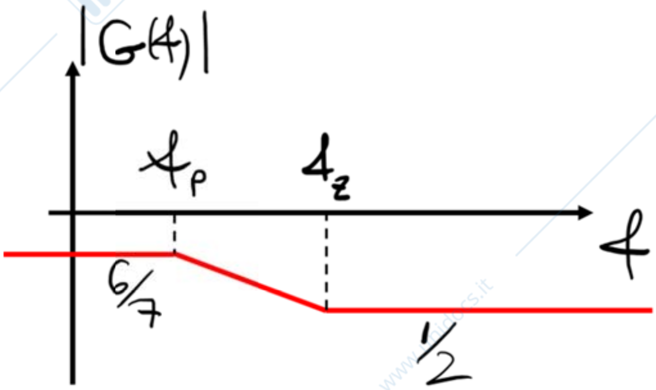
C) Frequenza di poli e zeri.

$$R_{eq} = R1\ //(R2 + \frac{1}{gm})$$
$$R_{eq} = 714\Omega$$

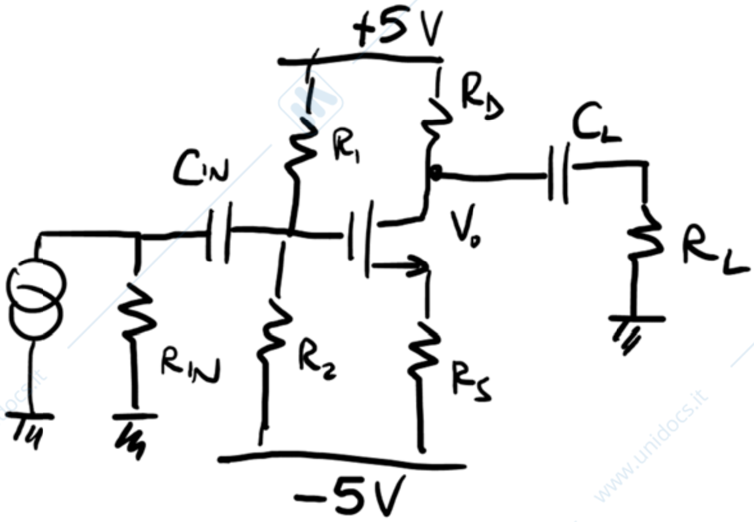
$$f_p = \frac{1}{2\pi R_{eq} C} = 2.2\ kHz$$

$$|G(0)| f_p = |G(\infty)| f_z$$

$$f_z = 2 * f_p * \frac{6}{7} = 3.78\ kHz$$



4)



R1 = 120 kΩ

R2= 80 kΩ

Rin=144 k

RD= 1.5 kΩ

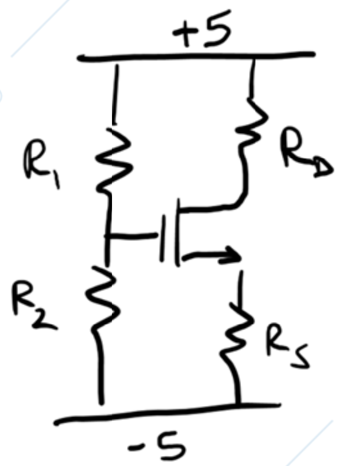
Cin = 9 nF

CL = 47 uF

$\boldsymbol{V_{tn} = 1\,V}$

$\boldsymbol{k_p = 500\frac{\mu A}{V^2}}$

a) Determinare Rs tale per cui Id=0.5mA



HP: Saturazione

$$I_D = k(V_{GS} - Vt\,)^2$$

$$V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{I_D}{k_n}} = \sqrt{\frac{0.5mA}{\frac{500\mu A}{V^2}}} = 1V$$

$$V_{GS} = 2V$$

$$V_G = \frac{5\;80k}{200k} + \frac{-5\;120k}{200k} = \frac{400k - 600k}{200k} = -1V$$

$$V_S = V_G - V_{GS} = -1 - 2 = -3V$$

$$R_s = (V_S - (-5))\frac{1}{I_D} = \frac{2}{0.5} = 4k\Omega$$

$$V_D = 5 - R_D I_D = 5 - 1.5k\ 0.5m = 4.25\ V$$

$$V_{Ds} = 7.25$$

Saturazione confermata

b) Considerando Rs = 500 e Id= 2mA, Determinare $|\frac{I_{out}}{I_{in}}|$.

Calcoliamo prima di tutto la transconduttanza:

$$g_m = 2\sqrt{kI_D} = 2mS$$

Per quanto riguarda poli e zeri:

Cin introduce uno zero nell'origine e ha un polo in

$$f_{pin} = \frac{1}{2\pi Cin\ (Rin + R1||R2)} = 92\ Hz$$

C_L introduce uno zero nell'origine e ha un polo in

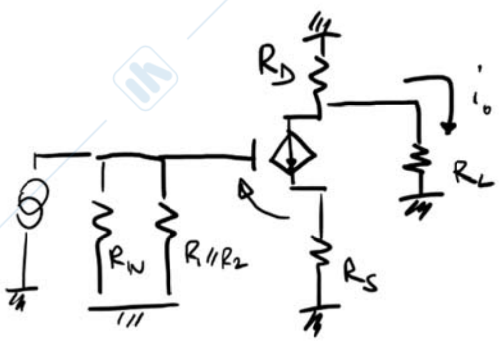
$$f_{pL} = \frac{1}{2\pi CL\ (R_L + R_D)} = 1.7Hz$$

$|G(0)|$

A frequenza = 0, $C_{in} e\ C_L$ si comportano come dei circuiti aperti.

$$\left|\frac{I_{out}}{I_{in}}(0)\right| = 0$$

$|G(\infty)|$



$$v_g = i_{in}(Rin||R2||R1) = 36k\ i_{in}$$

$$vout = -gm\ v_{GS}(R_D||R_L)$$

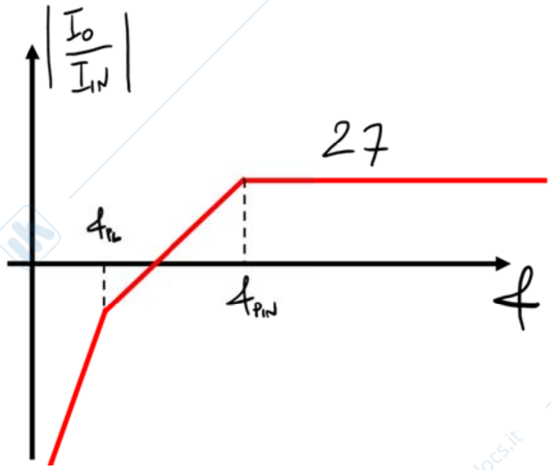
$$v_{GS} = \frac{v_g}{1 + gm\ R_S}$$

$$V_{out} = -g_m(R_D||R_L)\frac{36k\Omega\ \mathrm{i_{in}}}{1 + g_m R_s}$$

$$\frac{V_{out}}{i_{in}} = -g_m(R_D||R_L)\frac{36k\Omega}{1 + g_m R_s} = -2mS\ 375\Omega\frac{36k\Omega}{1 + 2mS\ 500\Omega} = -13.5\frac{kV}{A}$$

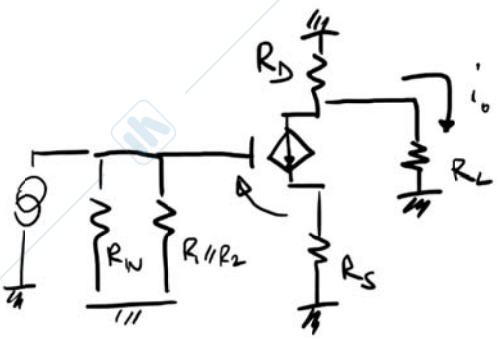
$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{V_{out}}{Iin}\frac{1}{R_L} = -27$$

$$\left|\frac{I_{out}}{I_{in}}(\infty)\right| = 27$$



c)Nel caso ad alta frequenza, calcolare il massimo valore della corrente applicabile in ingresso affinché' la condizione di piccolo segnale per il MOS sia rispettata.

Affinche la condizione di piccolo segnale sia verificata, vogliamo che $v_{GS} \ll 2\ (V_{GS} - V_{tn})$



Nel nostro circuito,

$$v_g = i_{in}(Rin||R2||R1) = 36k\Omega\, i_{in}$$

$$v_s = i_d R_s$$

$$i_d = g_m v_{gs}$$

Quindi possiamo calcolare v_gs come:

$$v_{GS} = v_g - v_s = v_g - i_d R_S = v_g - g_m v_{GS} R_S$$

$$v_{GS} = \frac{v_g}{1 + g_m R_s} = \frac{36k\Omega}{1 + g_m R_s}\, i_{in}$$

$$v_{GS} = \frac{36k\Omega}{1 + 2mS\ 500\Omega}\, i_{in} = 18k\Omega\, i_{in}$$

Quindi possiamo scrivere:

$$|v_{GS}| = 18k\Omega\, |i_{in}| \ll 2 * |V_{GS} - V_{tn}| = 2 * 1V = 2V$$

$$|i_{in}| \ll \frac{2V}{18k} = 111\ uA$$

Per mantenere la condizione di piccolo segnale, vogliamo che

$$|i_{in}| < 11\ uA$$