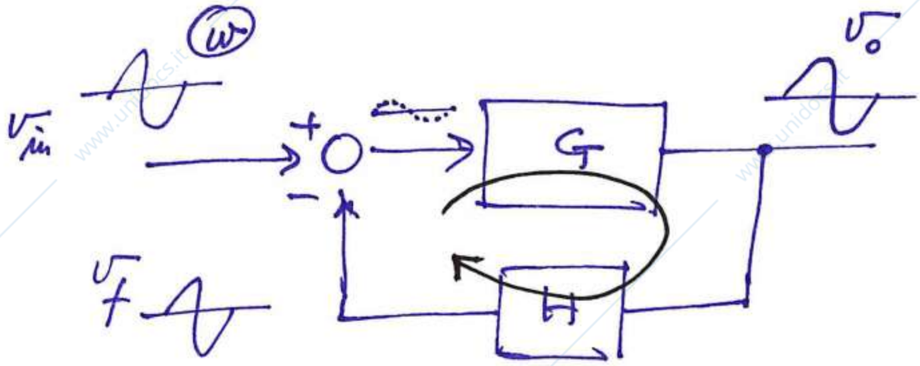
# ANALISI DELLA STABILITÀ DEI CIRCUITI REAZIONATI

Prima analisi dovuta a Nyquist (1932):

- Scomposizione del segnale di ingresso in ARMONICHE (Fourier) → Segnali come somme di armoniche (Serie di Fourier)
- idea che le singole armoniche ("onde") si propaghino intorno all'anello in giri successivi a seguito di uno stimolo di ingresso.




armoniche si propagano ad anello in risposta ad uno stimolo di ingresso

- Se ciascuna di queste armoniche tende ad estinguersi, allora il circuito è stabile.
  ↳ la $\boxed{\text{FdT } \frac{v_o}{v_{in}}(s)}$ non ha poli nel semipiano dx
- Se anche solo una armonica continua a crescere ad ogni giro, allora il circuito è INSTABILE
  ↳ la FdT $\frac{v_o}{v_{in}}(s)$ ha almeno 1 polo nel semipiano dx.

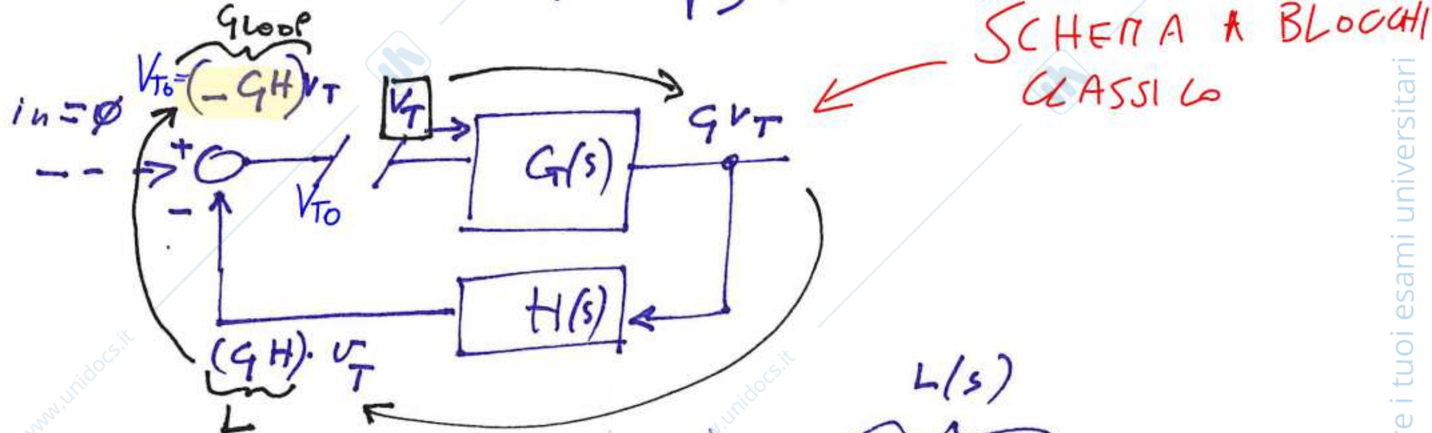
Il guadagno d'anello ($G_{loop}$) è proprio la FdT che determina l'amplificazione/sfasamento che subisce ogni armonica dopo 1 giro intorno all'anello.

→ ci dice che tipo di amplific. e sfasam. subiscono le armon. passando per l'anello

⇒ L'analisi di $G_{loop}$ ci consente di valutare se questa condizione di (in-)stabilità possa verificarsi.

## Calcolo del guadagno di anello Gloop

Nei circuiti reazionati possiamo calcolare la FdT che subisce un segnale dopo 1 giro completo intorno all'anello (Gloop).




$$G_{loop}(s) \triangleq \frac{-G(s)\cdot H(s)\, V_T}{V_T} = -\overbrace{G(s)\cdot H(s)}^{L(s)} = -L(s)$$

La grandezza $L(s)$ (FdT dell'anello) è spesso utilizzata al posto di $G_{loop}(s)$ per le considerazioni di stabilità. $G_{loop}(s)$ e $L(s)$ hanno lo stesso modulo ($|G_{loop}| = |L|$) ma $L(s)$ è sfasata di 180°.

Facendo riferimento allo schema a blocchi, $L(s)$ rappresenta la FdT che trasforma il segnale all'inizio dell'anello ($V_T$) nel segnale di feedback ($LV_T$) che ritorna al nodo di somma.

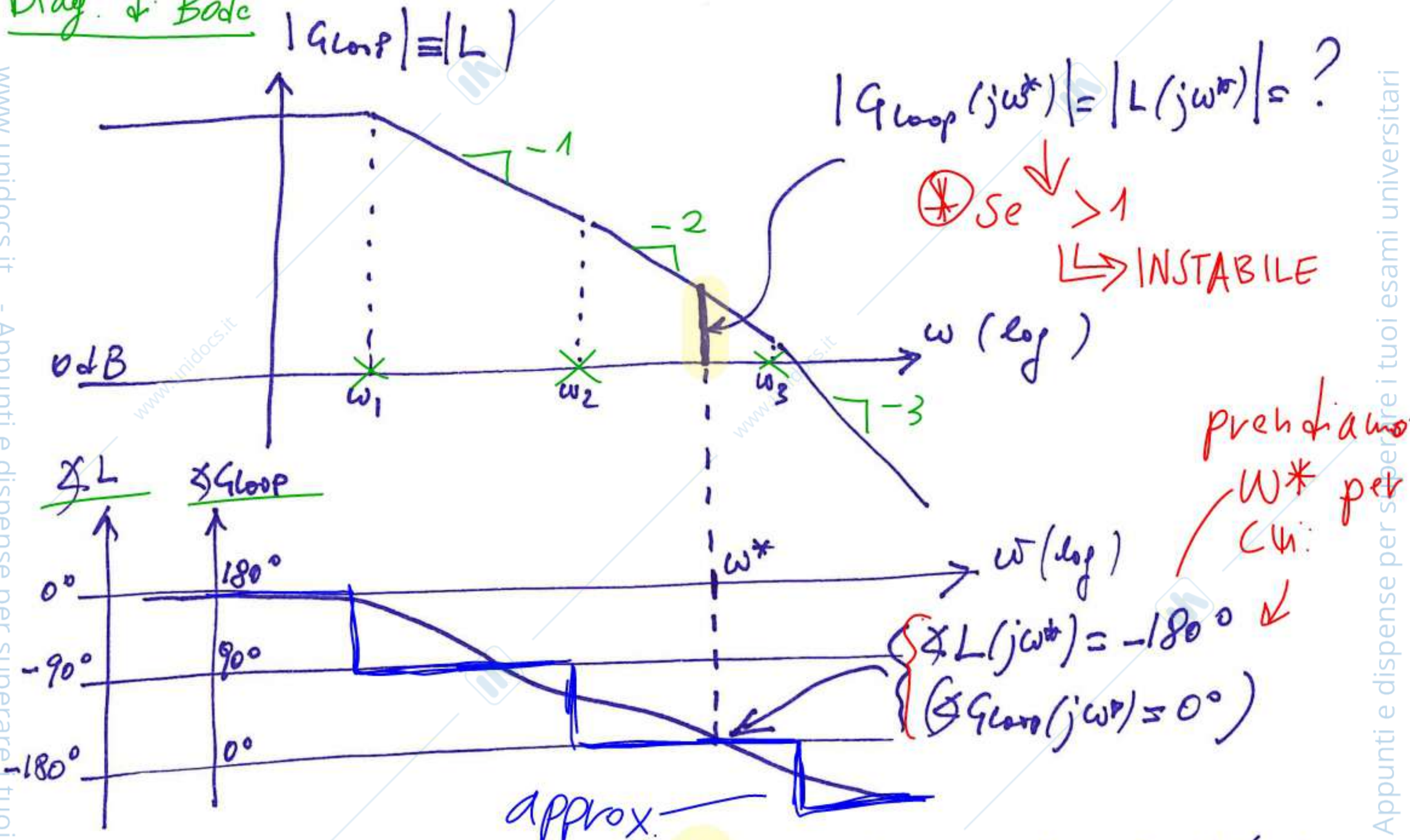
dovuto a Nyquist

## ☐ CRITERIO DI STABILITA'

$$G_{loop}(s) = -\frac{G_{loop}(0)}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_3}\right)}$$

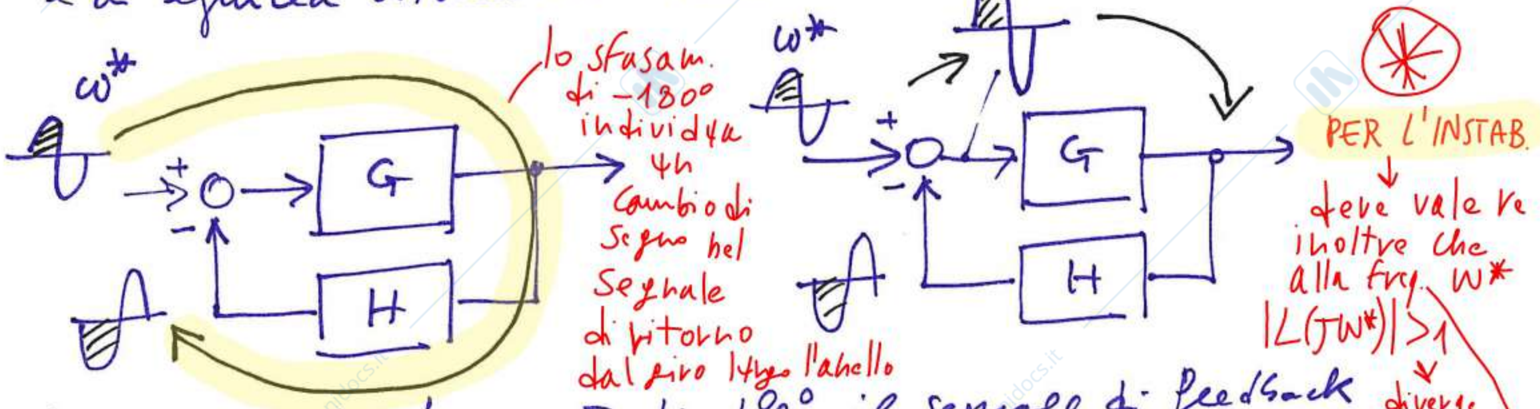
Prendiamo ad esempio un circuito reazionato in cui $G_{loop}(s)$ abbia 3 poli reali (negativi).

Diag. di Bode




Notiamo che alla frequenza $\omega^*$, la FdT dell'anello $L(j\omega)$ cambia segno (sfasamento di $-180°$ rispetto a $\omega = 0$).

Supponiamo ora di applicare una sinusoide $\omega = \omega^*$ all'ingresso e di seguirla intorno all'anello.




A causa dello sfasamento di $-180°$, il segnale di feedback cambia segno e, dopo la sottrazione al nodo di confronto, genera una sinusoide di ampiezza maggiore che cresce (→ INSTABILITA') ad ogni giro intorno all'anello se il guadagno d'anello $|L(j\omega^*)| = |G_{loop}(j\omega^*)|$ fosse $> 1$.

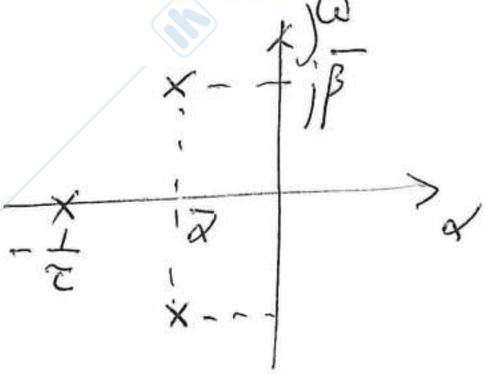
Quindi se:

① $|G_{loop}(j\omega^*)| < 1 \Rightarrow$ **STABILE**

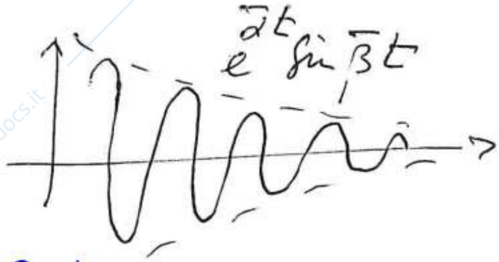
$\frac{V_o}{V_{in}}(s)$ FdT anello chiuso ha tutti i poli nel semip. Sx

TUTTI I POLI SONO NEL SEMIPIANO SINISTRO → $Re(p_i) < 0$.

SINGOLARITÀ di $\frac{V_o}{V_{in}}(s)$







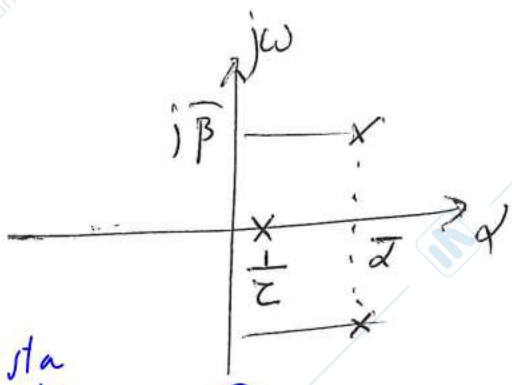

inviluppo smorzato all'infinito

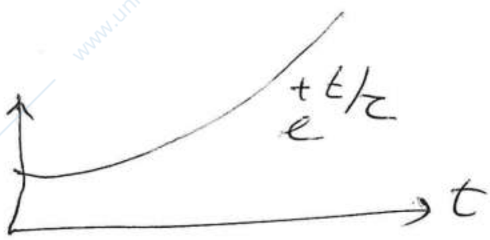
② $|G_{loop}(j\omega^*)| > 1 \Rightarrow$ **INSTABILE!**

divergenza individuata da Nyquist

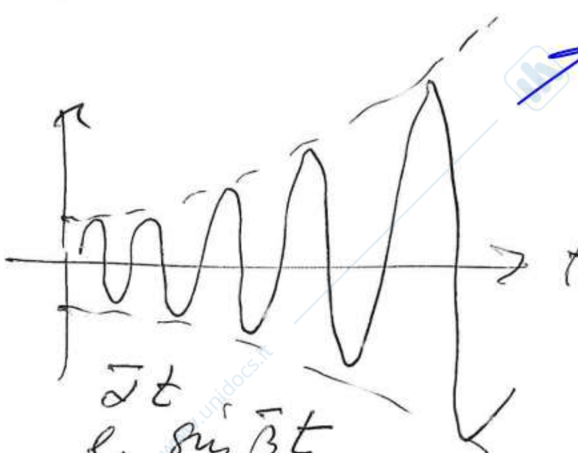
$\frac{V_o}{V_{in}}(s)$ FdT anello chiuso ha almeno 1 poli nel semip. DX

SINGOLARITÀ di $\frac{V_o}{V_{in}}(s)$




diverge



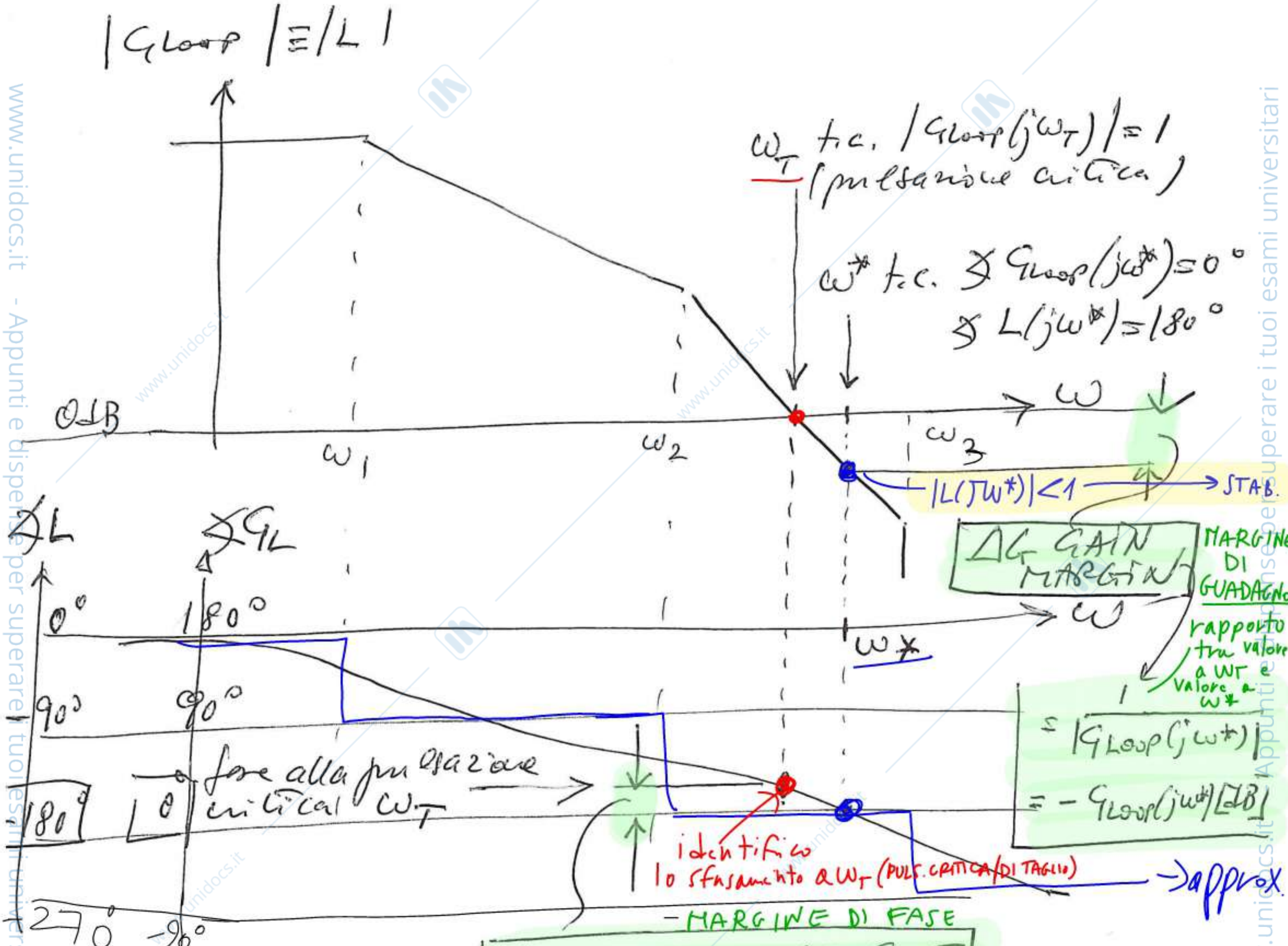

$e^{\bar{\alpha}t} \sin\beta t$

Quindi basta effettivamente esaminare il caso di $\omega^*$ e applicare il criterio

Dall'analisi di $G_{loop}$ vediamo subito se ha singolarità nel semipiano destro

basta una singolarità con $Re(p_i) > 0$ per diverge

Nel caso di un circuito stabile, si può "misurare" il grado di stabilità mediante le 2 grandezze: MARGINE DI FASE, MARGINE DI GUADAGNO




Δφ MARGINE DI FASE

tanto + il modulo è minore di 1 (0dB) tanto + il grado di STAB è alto

Differenza tra la fase alla puls. $\omega_T$ e alla pulsaz. $\omega^*$.

DISTANZA (essendo una distanza non è influenzata da una trasl. → la posso calc. sia su Gloop che su L ⊛)

$$\Delta\varphi = \measuredangle G_{loop}(j\omega_T) - \underbrace{\cancel{\measuredangle G_{loop}(j\omega^*)}}_{=0°} = \boxed{\measuredangle G_{loop}(j\omega_T)}$$

0

⊛ oppure:

$$\Delta\varphi = \underbrace{\measuredangle L(j\omega_T)}_{\varphi_c \text{ fase "critica"}} - \underbrace{\measuredangle L(j\omega^*)}_{=-180°} = \varphi_c + 180° = \boxed{180° - |\varphi_c|}$$

TRASL.

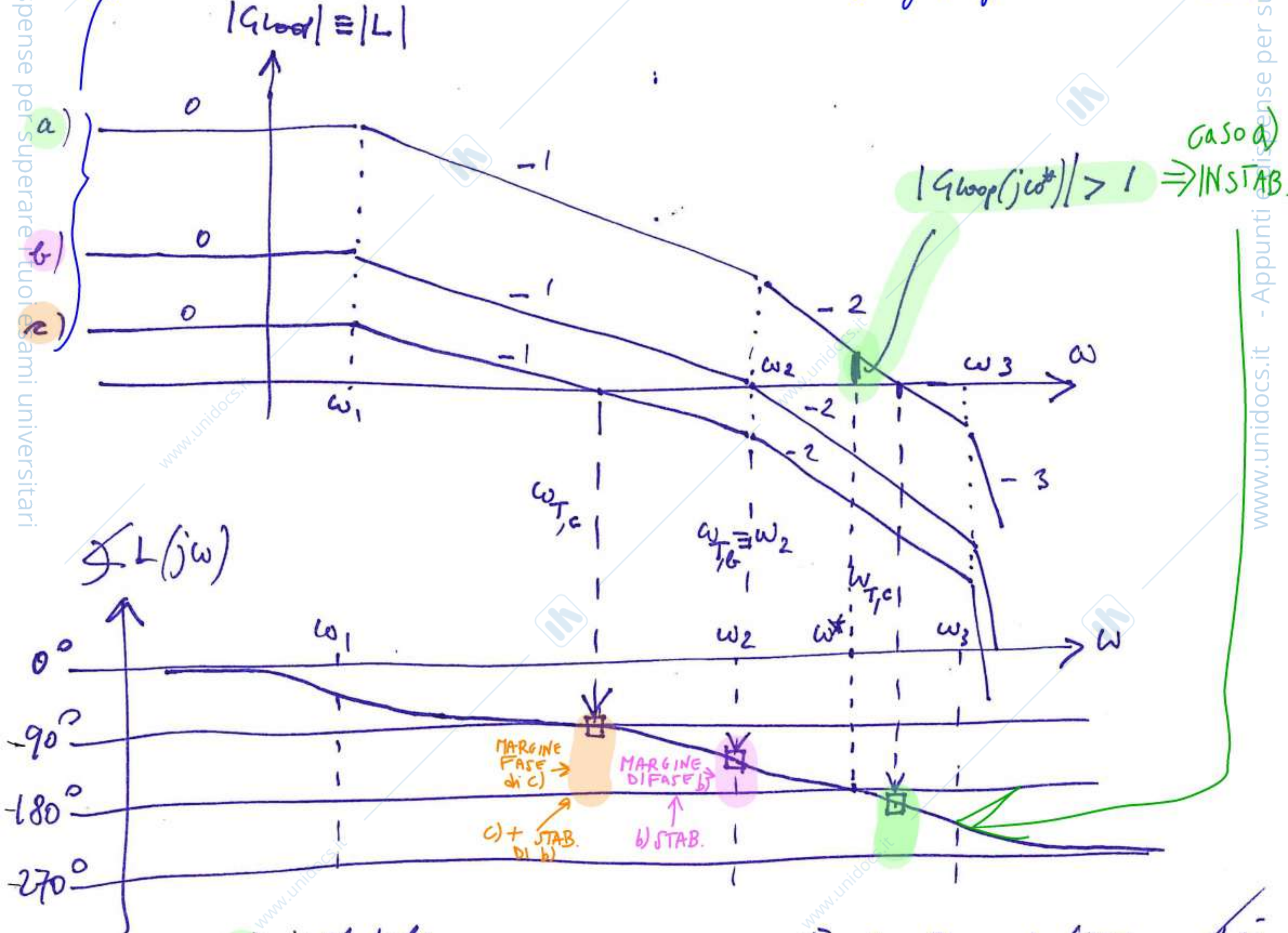
$\varphi_c = -|\varphi_c|$ essendo negativa

## CRITERIO DI BODE SEMPLIFICATO

E' solo un caso particolare del criterio di Nyquist.
Si applica al caso in cui $G_{loop}(s)$ abbia tutte le singolarità (poli e zeri) nel semipiano sinistro.

In questo caso il solo grafico del modulo $|G_{loop}| \equiv |L|$ ci può dare informazione immediata sulla stabilità e del margine di fase.
Infatti posso identificare un polo o uno zero (semplice) se $|G_{loop}| \equiv |L|$ cambia pendenza ($\pm 20$ dB/decade)

→ i 3 casi differiscono solo del valore del guadagno in DC di $G_{loop}$




a) instabile
b) stabile ($\Delta\varphi \cong 45°$)
c) stabile ($\Delta\varphi > 45°$)

$\Leftarrow \Delta\varphi \cong \left[180° - 90° - \arctan\frac{\omega_T}{\omega_2} - \cancel{\arctan\frac{\omega_T}{\omega_3}}\right]$