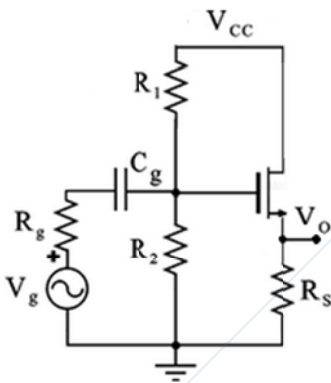


## Fondamenti di Elettronica – Ing. AUTOMATICA e INFORMATICA - AA 2011/2012

1° Appello – 19 Luglio 2012

Indicare chiaramente la domanda a cui si sta rispondendo. Ad esempio 1a) ...

## Esercizio 1.

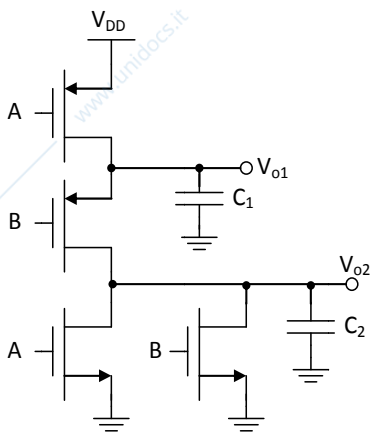


Dati:

 $R_1=10\text{k}\Omega$ ,  $R_2=31.25\text{k}\Omega$ ,  $R_g=1\text{k}\Omega$ ,  $R_s=2\text{k}\Omega$ ,  $C_g=1\mu\text{F}$ ,  $V_{cc}=3.3\text{V}$ .Per il MOS:  $k_n=3\text{mA/V}^2$ ,  $V_1=0.5\text{V}$ .

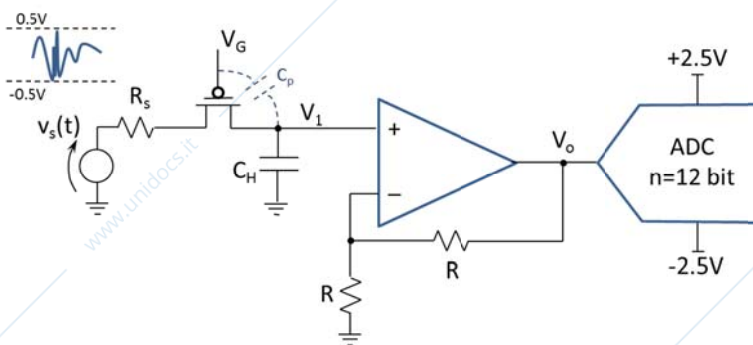
- Determinare la polarizzazione del circuito, trovando tutte le tensioni ai nodi e le correnti nei rami.
- Tracciare il diagramma di Bode del trasferimento  $V_o(s)/V_g(s)$ .
- In ingresso viene applicato un gradino di ampiezza pari a 100mV. E' possibile considerarlo un piccolo segnale? Giustificare la risposta.
- Assumendo che la capacità di ingresso abbia valore infinito, determinare l'equivalente Thevenin del circuito visto dal nodo  $V_o$ .

## Esercizio 2.

Dati:  $k_n = |k_p| = 500\mu\text{A/V}^2$ ,  $V_{T,n} = |V_{T,p}| = 0.5\text{V}$ ,  $C_1 = 1\text{pF}$ ,  $C_2 = 5\text{pF}$ ,  $V_{DD} = 3.3\text{V}$ 

- Per ogni combinazione degli ingressi A e B determinare le tensioni  $V_{o1}$  e  $V_{o2}$  a transitorio esaurito assumendo le capacità inizialmente cariche a  $V_{DD}/2$
- Si assuma che gli ingressi A e B siano collegati allo stesso generatore e si consideri come uscita il nodo  $V_{o2}$ . Tracciare la caratteristica statica ingresso-uscita del circuito quotando i punti significativi e determinare la soglia di commutazione del circuito. Per quale tensione di ingresso la corrente assorbita dall'alimentazione è massima? Quanto vale tale corrente massima?
- Calcolare la potenza dinamica dissipata nei seguenti due casi: i)  $A=0$ , B clock con frequenza 10MHz; ii) A clock con frequenza 10MHz,  $B=0$ .
- Determinare il tempo di propagazione per l'uscita  $V_{o1}$  nel caso della transizione  $AB=10 \rightarrow AB=01$  assumendo come soglia di commutazione  $V_{DD}/2$ .

## Esercizio 3.



Si consideri la seguente catena di acquisizione per segnali di ingresso  $V_s(t)$  aventi ampiezza compresa tra  $-0.5\text{V}$  e  $+0.5\text{V}$ .

Dati:

 $|k_p|=10\text{mA/V}^2$ ,  $|V_{T,p}|=0.5\text{V}$  $R_s=100\Omega$ ,  $R=10\text{k}\Omega$  $C_H=1\text{nF}$ 

- Si calcolino i valori limite dei livelli di controllo  $V_{Gon}|_{\max}$  (fase di sample) e  $V_{Goff}|_{\min}$  (fase di hold) da applicare al gate del pMOS desiderando che - durante la fase di sample - la tensione di *overdrive* dell'interruttore pMOS sia sempre maggiore di 1V (in modulo).
- Si assuma che la fase di sample abbia durata di  $5\mu\text{s}$  e che i livelli di controllo applicati al gate del pMOS siano 0V e -3V. Tale durata e' compatibile con la richiesta che l'errore al termine della fase di sample risulti sempre inferiore a 1 LSB?
- In quale fase (sample o hold) lo slew rate dell'A.O. puo' avere un impatto? Di conseguenza quale valore scegliereste per lo slew rate dell'A.O. e perchè?
- Si assuma che la frequenza di campionamento sia 50 kHz e che la fase di sample abbia durata di  $5\mu\text{s}$ . Determinare l'effetto sulla tensione di uscita  $V_o$  delle correnti di bias dell'A.O. (10 nA, entranti) durante la fase di hold ed esprimerlo in unita' LSB.
- Si assuma che sia presente la capacita' parassita  $C_p=0.1\text{pF}$  (vedi figura). Se i livelli di controllo applicati al gate del pMOS sono 0V e -3V, calcolare il disturbo dovuto a  $C_p$  ed esprimerlo in unita' LSB. Tale effetto aumenta il valore della tensione su  $C_H$  o lo diminuisce?

FdE - Appello del 18/07/12

Traccia della soluzione

Es 1)

$$a) V_G = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = 2,5 V \quad (V_{gate})$$

$$I_D = k (V_G - I_D R_S - V_G) ^ 2 \quad \text{Sostituendo i valori numerici si trova}$$

$$I_D = \begin{cases} 1,3 \text{ mA} \rightarrow \text{no, MOS saturato } (V_{source} = 2,6 > V_{gate}) \\ 0,75 \text{ mA} \quad \text{OK} \end{cases}$$

$$V_O = 1,5 V \quad (= R_S \cdot I_D)$$

$$V_{DS} = 1,8 V > V_{GS} - V_G = 0,5 V \quad \text{MOS saturo}$$

$$g_m = 2k V_{OV} = 3 \text{ mA/V}$$

$$b) V_O(s) = V_G(s) \frac{R_S}{\frac{1}{g_m} + R_S}$$

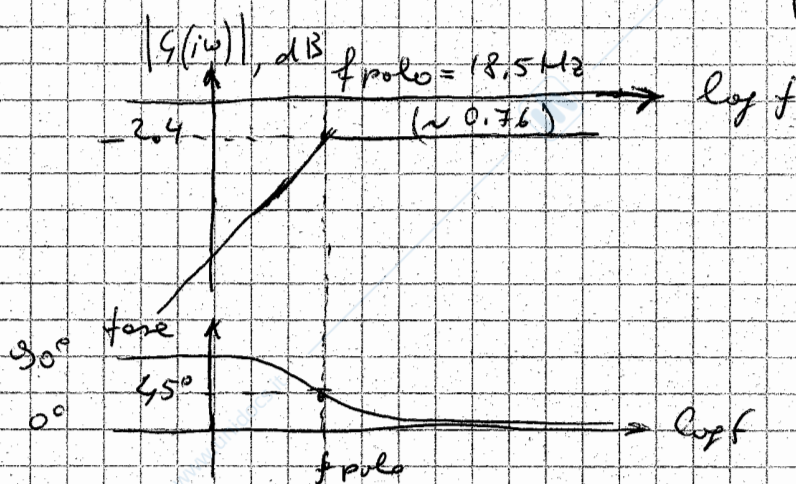
$$V_G(s) = V_{in}(s) \frac{R_1 // R_2}{R_g + \frac{1}{s} C_g + R_1 // R_2}$$

$$G(s) = \frac{V_O(s)}{V_G(s)} = \frac{0,86}{1 + \frac{1}{0,86} C_g (R_1 // R_2 + R_g)} \quad \text{Zero nell'origine}$$

$$f_{pole} = \frac{1}{2\pi C_g (R_1 // R_2 + R_g)} =$$

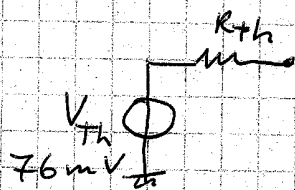
$$G(\infty) = \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \cdot \frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_g} = \frac{0,86 \cdot 7,6}{8,6} = 0,76 = 18,5 \text{ Hz}$$

$$\left( \approx -2,4 \text{ dB} \right)$$



- c) Il fronte del gradino viene trasmesso nel gate attenuato del fattore  $\frac{R_1 \parallel R_2}{R_g + R_1 \parallel R_2} \approx 0,88$  (per cui  $V_g = 88 \text{ mV}$ ) e in uscita attenuato del fattore  $G(\infty)$  calcolato prima ( $= 0,76$ ) quindi  $V_s = V_o = 76 \text{ mV}$ . Da cui la  $V_{gs}$  di segnale nel fronte vale  $V_{gs} = V_g - V_o = 12 \text{ mV}$ . Essendo  $V_{OD} = 0,5 \text{ V}$ , vale la condizione  $V_{gs} \ll 2 V_{OD}$  quindi il gradino di  $100 \text{ mV}$  è un piccolo segnale per questo circuito.

- d) L'equivalente Thevenin è rappresentato dal circuito



dove  $V_{Th}$  è la tensione  $V_o$ , pari a

$$V_g \cdot G(\infty) = 0,76 \cdot V_g : V_{Th} = 76 \text{ mV}$$

$R_{Th}$  è la resistenza di uscita del circuito vista da  $V_o$ , quindi

$$R_{Th} = \frac{1}{g_m} \parallel R_s = \frac{R_s}{1 + g_m R_s} = \frac{2}{1 + 3 \cdot 2} = \frac{2}{7} \approx 285 \Omega$$

**ESERCIZIO 2**

a)

A	B	$V_{o1}$	$V_{o2}$
0	0	$V_{DD}$	$V_{DD}$
0	1	$V_{DD}$	0
1	0	$ V_{T,p} $	0
1	1	$V_{DD}/2$	0

b)

Dato che  $k_n = k_p = k$  posso calcolare:

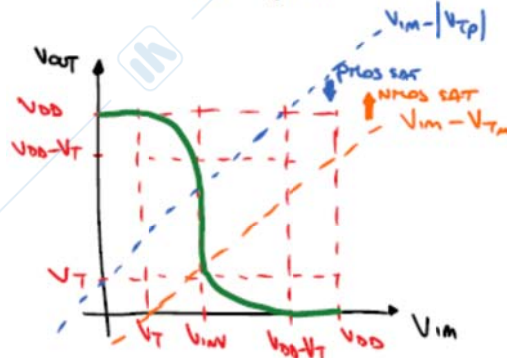
$$k_{n,eq} = 2k$$

$$k_{p,eq} = k/2$$

Dato che  $V_{T,n} = |V_{T,p}| = V_T$  la soglia di inversione  $V_{INV} = V_{IN} = V_{O2}$  la trovo uguagliando le correnti del pMOS equivalente e dell'nMOS equivalente:

$$I_{D,n,eq} = I_{D,p,eq}$$

$$V_{INV} = \frac{1}{3}(V_{DD} + V_T) = 1.27V$$

La corrente massima assorbita staticamente si ha per  $V_{INV} = V_{IN} = V_{O2}$ , con  $I_{D,n,eq} = I_{D,p,eq} = 1,17mA$ 

c)

- i)  $V_{o1}$  rimane fisso a  $V_{DD}$   
 $V_{o2}$  commuta da 0 a  $V_{DD}$  e viceversa ogni periodo

$$P = f_{ck} V_{DD}^2 C_2 = 544 \mu W$$

- ii)  $V_{o1}$  commuta da  $V_T$  a  $V_{DD}$  e viceversa ogni periodo  
 $V_{o2}$  commuta da 0 a  $V_{DD}$  e viceversa ogni periodo

$$P = f_{ck} V_{DD} C_2 + f_{ck} V_{DD} (V_{DD} - V_T) C_1 = 92 \mu W + 544.5 \mu W = 636.5 \mu W$$

d)

Calcolo approssimato:

AB=(10)→(01), quindi  $V_{o1}(0^+) = V_T \rightarrow V_{o1}(\text{inf}) = V_{DD}$ 

Per  $t=0^+$  il pMOS B e' spento, quindi tutta la corrente scorre nel pMOS A per caricare la capacita'  $C_1$  da  $V_T$  a  $V_{DD}/2$  (soglia di commutazione).

Per  $V_{o1} > V_T$  il pMOS A e' in zona ohmica per cui possiamo approssimarlo, per il tratto di carica di  $V_{o1}$  da  $V_T$  a  $V_{DD}/2$ , (soglia di commutazione) come la resistenza in zona ohmica ( $V_{DS} \sim 0$ ):

$$R_{MOS} = \frac{1}{2|k_p|(V_{DD} - V_T)} = 357\Omega.$$

Oppure, cercando una approssimazione migliore della caratteristica del pMOS nel tratto di transitorio considerato, si puo' considerare la seguente:

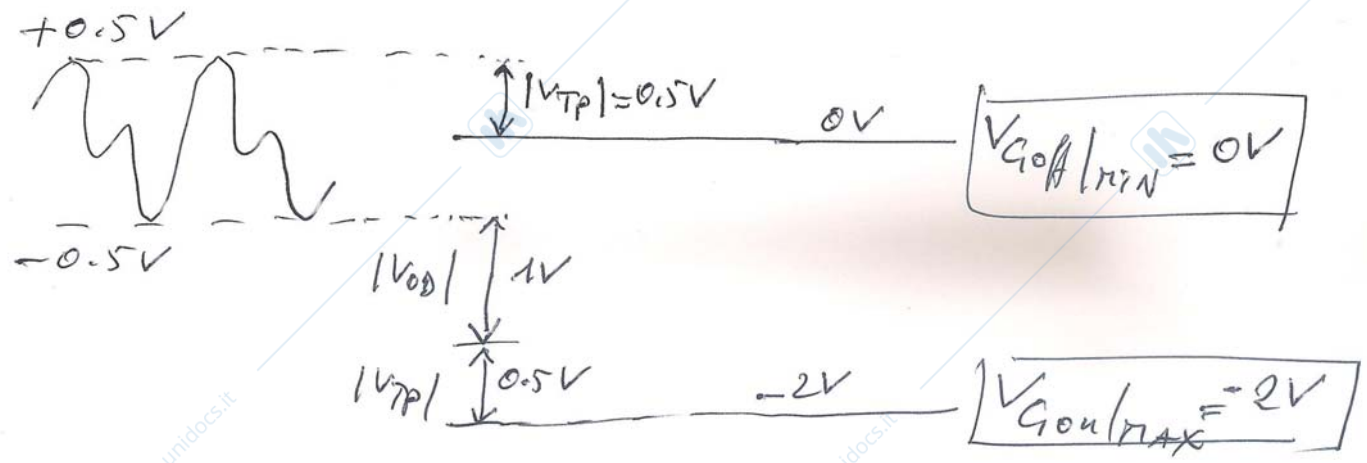
$$R_{MOS} = \frac{V_{DD} - V_T}{I_{Dsat,p,A}} = 714\Omega$$

$$V_{o1}(t) = (V_T - V_{DD})e^{-\frac{t}{R_{MOS} \cdot C_1}} + V_{DD}$$

$$t_{pd,(V_T \div V_{DD}/2)} = -R_{MOS} \cdot C_1 \cdot \ln\left(\frac{\frac{V_{DD}}{2} - V_{DD}}{V_T - V_{DD}}\right) = 377ps$$

**Es. 3**

a)  $V_{Gon}, V_{Goff}$ ?



Affidare pTOS sia OFF  $\forall V_S(t)$ :

$$V_{GS} \geq V_{TP} \Rightarrow \boxed{V_{Goff}} \geq \overbrace{V_S(t)}^{+0.5V} \Big|_{max} + V_{TP} = +0.5V - 0.5V = \boxed{0V}$$

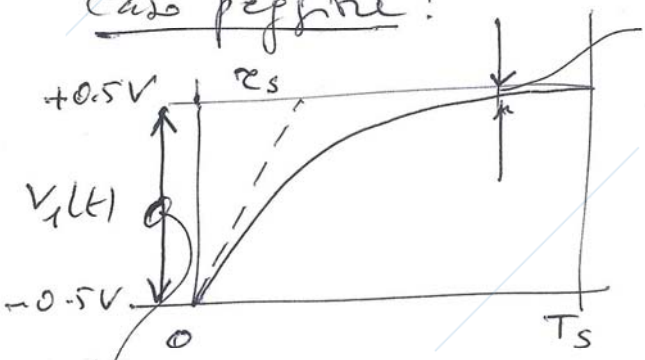
Affidare pTOS sia ON, con  $|V_{OD}| > 1V \forall V_S(t)$ :

$$V_{GS} \leq V_{OD} + V_{TP} \Rightarrow \boxed{V_{Gon}} \leq \underbrace{V_S(t)}_{-0.5V} \Big|_{min} + \underbrace{V_{OD}}_{-1V} + \underbrace{V_{TP}}_{-0.5V} = \boxed{-2V}$$

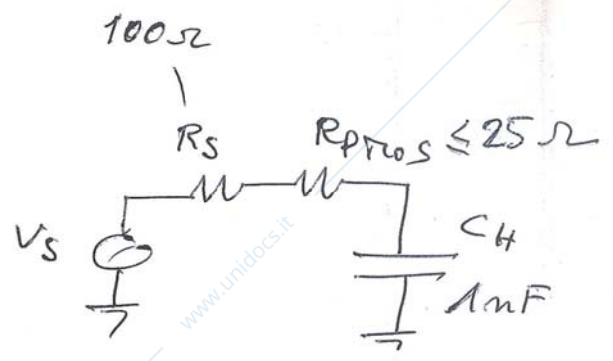
b)  $T_S = 5\mu s, V_{Gon} = -3V, V_{Goff} = 0V$ .

$$LSB_{ADC} = \frac{5V}{2^{12}} = \frac{5V}{4096} = \underline{1.22 mV}$$

Caso peggiore:



$$\epsilon = \Delta V_1 e^{-\pm / \tau_S} \text{ (errore di sample)}$$



$$\tau_S = C_H (R_S + R_{pTOS})$$

$$R_{pTOS} \leq \frac{1}{2|k_p| \cdot |V_{OD}|_{min}} = \frac{1}{2|k_p| \cdot |V_{Gon} - V_{Smin} - V_{TP}|} = \frac{1}{2 \times 10 \frac{\mu A}{V^2} \times 2V} = 25 \Omega$$

$$\text{da cui } \tau_s \leq \frac{C_H}{1\text{mF}} (100\Omega + 25\Omega) = \underline{\underline{125\text{ms}}}$$

Prendo  $\tau_s = 125\text{ms}$  nel caso peggiore.

$$\Rightarrow \mathcal{D} \quad \left. \frac{\Delta V_1}{\max} \right|_{\max} e^{-T_s/\tau_s} \leq \frac{\text{LSB}_{\text{ADC}}}{2}$$

$$1\text{V} e^{-T_s/\tau_s} \leq \frac{\text{LSB}_{\text{ADC}}}{2}$$

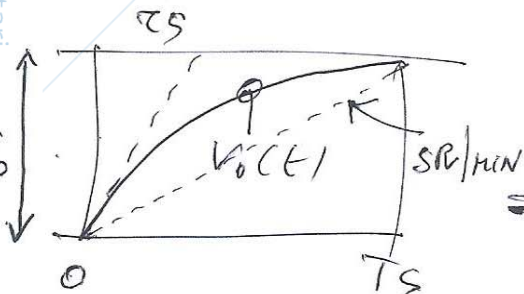
$$T_s \geq \tau_s \ln\left(\frac{2 \times 1\text{V}}{\text{LSB}_{\text{ADC}}}\right) = \tau_s \ln\left(\frac{2 \times 1\text{V} \times 4096}{5\text{V}}\right) \approx 7.4 \tau_s$$

$T_s \geq 925\text{ms}$  si, verificato! essendo  $T_s = 5000\text{ms}$  l'errore di sample sarà sempre inferiore a 1 LSB.

## e) SR

Lo SR dell'A.D. può avere un impatto durante la fase di sample, dove  $V_0(t)$  può presentare derivate elevate.

Ricordando che il guadagno <sup>(ideale)</sup> dello stadio con A.D. è pari a 2, il caso peggiore è il seguente:



$$\Delta V_0/\max = 2 \cdot \Delta V_1/\max = 2 \times 1\text{V} = 2\text{V}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{\max} = \frac{2\text{V}}{\tau_s} = \frac{2\text{V}}{0.15\mu\text{s}} = \underline{\underline{13.3\text{V}/\mu\text{s}}}$$

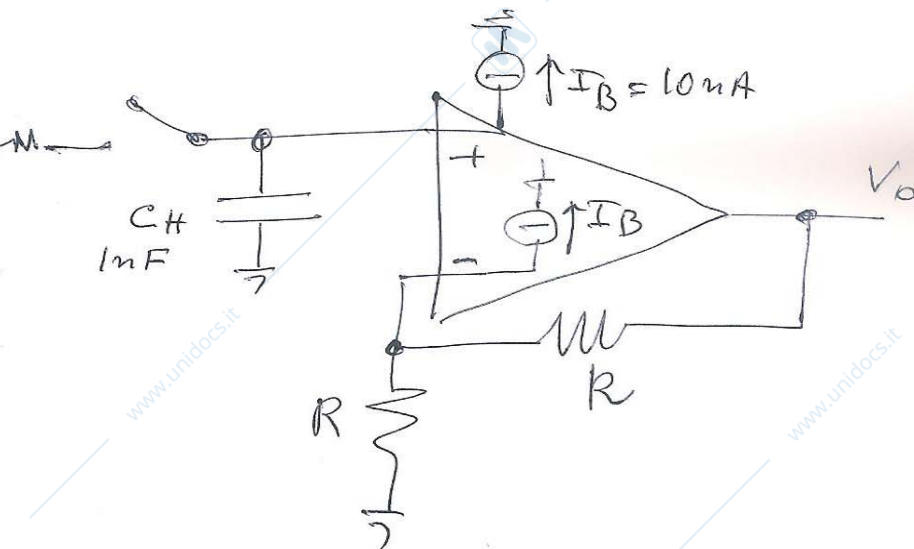
Quindi per  $SR > 13.3\text{V}/\mu\text{s}$  non ci sono disturbi del segnale  $V_0(t)$  per cui non si verificano problemi.

In realtà, per evitare errori di conversione, è sufficiente poter completare la transizione più ampia, <sup>(nel tempo  $T_s$ )</sup> il che richiede soltanto  $SR \geq \frac{\Delta V_0/\max}{T_s} = \frac{2\text{V}}{5\mu\text{s}} = \underline{\underline{0.4\text{V}/\mu\text{s}}}$ .

$$d) f_c = 50 \text{ kHz}, T_s = 5 \mu\text{s}$$

$$\rightarrow T_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{50 \text{ kHz}} = 20 \mu\text{s}$$

$$\rightarrow T_H = T_c - T_s = \underline{15 \mu\text{s}}$$



Circuito in fase di hold.

Effetto di  $I_B^+$ : tale corrente si integra sulla capacità  $C_H$  durante il tempo di hold.

$$\rightarrow \Delta V_1 = \frac{dV_1}{dt} \cdot T_H = \frac{-I_B}{C_H} T_H = -\frac{10 \cdot 10^{-9} \text{ A}}{10^{-9} \text{ F}} \times 15 \cdot 10^{-6} \text{ s} = \underline{-1.5 \times 10^{-4} \text{ V}}$$

$$\rightarrow \Delta V_0 = 2 \times \Delta V_1 = -3 \times 10^{-4} \text{ V} = -\frac{3 \times 10^{-4} \text{ V}}{1.22 \cdot 10^{-3} \text{ V}} \text{ LSB} \approx \underline{\underline{-0.25 \text{ LSB}}}$$

Effetto di  $I_B^-$ : ora abbiamo  $V^+ = 0$ , l'effetto di  $I_B^-$  è un tensione costante durante il tempo di hold.

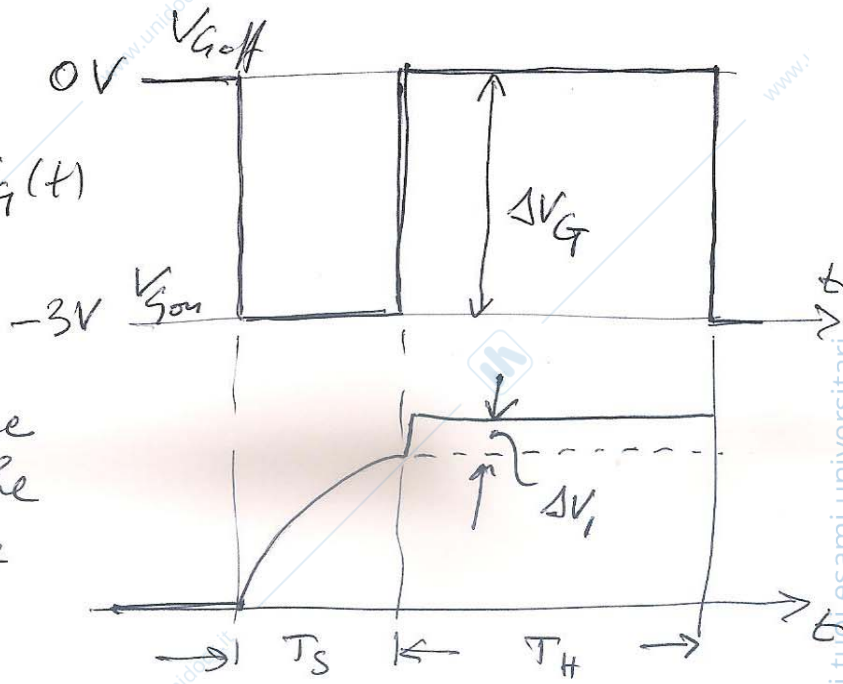
$$V_{\text{off}}^- = R I_B = 10^4 \Omega \times 10^{-9} \text{ A} = 10^{-4} \text{ V} \approx \underline{\underline{0.08 \text{ LSB}}}$$

I due effetti si sovrappongono (parziale compensazione).

$$e) \quad C_p = 0.1 \text{ pF}$$

Durante il fronte positivo di  $V_G$ , si passa  $V_G(t)$  dalla fase di sample  $\rightarrow$  hold.

A causa della presenza di  $C_p$ , una carica positiva viene iniettata da  $V_G$  a  $C_H$  che determina una variazione  $\Delta V_1$  positiva della  $V_1$ .



$$\rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_G \frac{C_p}{C_p + C_H} = 3V \frac{0.1 \text{ pF}}{0.1 \text{ pF} + 1000 \text{ pF}} \approx \frac{3V}{10^4} = 0.3 \mu V$$

$$\approx 0.69 \times \text{LSB}$$