Università La Sapienza di Roma – corso di laurea in Scienze Farmaceutiche applicate

Appello del 20/06/2019 (canale A – L)

Prova di Matematica

SOLUZIONI

1) **Determinare la frazione generatrice di $2,17\overline{3}$**

$$2,173 = \frac{2173-217}{900} = \frac{1956}{900} = \frac{489}{225} = \frac{163}{75}$$

2) **Qual è il numero di anagrammi della parola "FIORE"?** Un anagramma è una parola (anche priva di significato) che si ottiene dalla parola di partenza cambiando solo la posizione delle sue lettere.

PERMUTAZIONI SEMPLICI $P_n = n!$ → $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

3) **Risolvere il sistema:** $\begin{cases} 4x - 2y = 3 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$

matrice coefficienti $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow detA = 4 \cdot 2 - (-2 \cdot -7) = 8 - 14 = -6 \neq 0$

(il sistema è determinato: ha un'unica soluzione)

$$B_1 = \begin{pmatrix} c & b \\ c' & b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow detB_1 = 3 \cdot 2 - (-2 \cdot 2) = 6 + 4 = 10$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} a & c \\ a' & c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow detB_2 = 4 \cdot 2 - (3 \cdot -7) = 8 + 21 = 29$$

$$x_0 = \frac{detB_1}{detA} = \frac{10}{-6} = -\frac{5}{3}$$

$$y_0 = \frac{detB_2}{detA} = \frac{29}{-6} = -\frac{29}{6}$$

4) **Determinare il limite:** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x^2-2x+1}{4x^2-2x-1}$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{5x^2-2x+1}{4x^2-2x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2(5-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2})}{x^2(4-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2})} = \lim_{x\to+\infty} \frac{5-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{4-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}} = \frac{5}{4}$$

5) Determinare il campo di esistenza (C.E.) ed eventuali massimi, minimi e punti di flesso della funzione $y = f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 32x + 1$. Tracciarne il grafico in modo qualitativo.

C.E. = R = (-∞ , +∞)

$f'(x) = -2x^2 + 32 \qquad f'(x) = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{0 \pm \sqrt{0+256}}{-4} = \frac{\pm 16}{-4} = \mathbf{-4}\ e\ \mathbf{4}$

$f''(x) = -4x \qquad f''(x=-4) = 16 > 0 \Rightarrow per\ \boldsymbol{x = -4}\ si\ ha\ un\ \boldsymbol{min}$

$f''(x=4) = -16 < 0 \Rightarrow per\ \boldsymbol{x = 4}\ si\ ha\ un\ \boldsymbol{max}$

$f''(x) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{x = 0} \quad \Rightarrow \quad per\ \boldsymbol{x = 0}\ si\ ha\ un\ punto\ di\ \boldsymbol{flesso}$

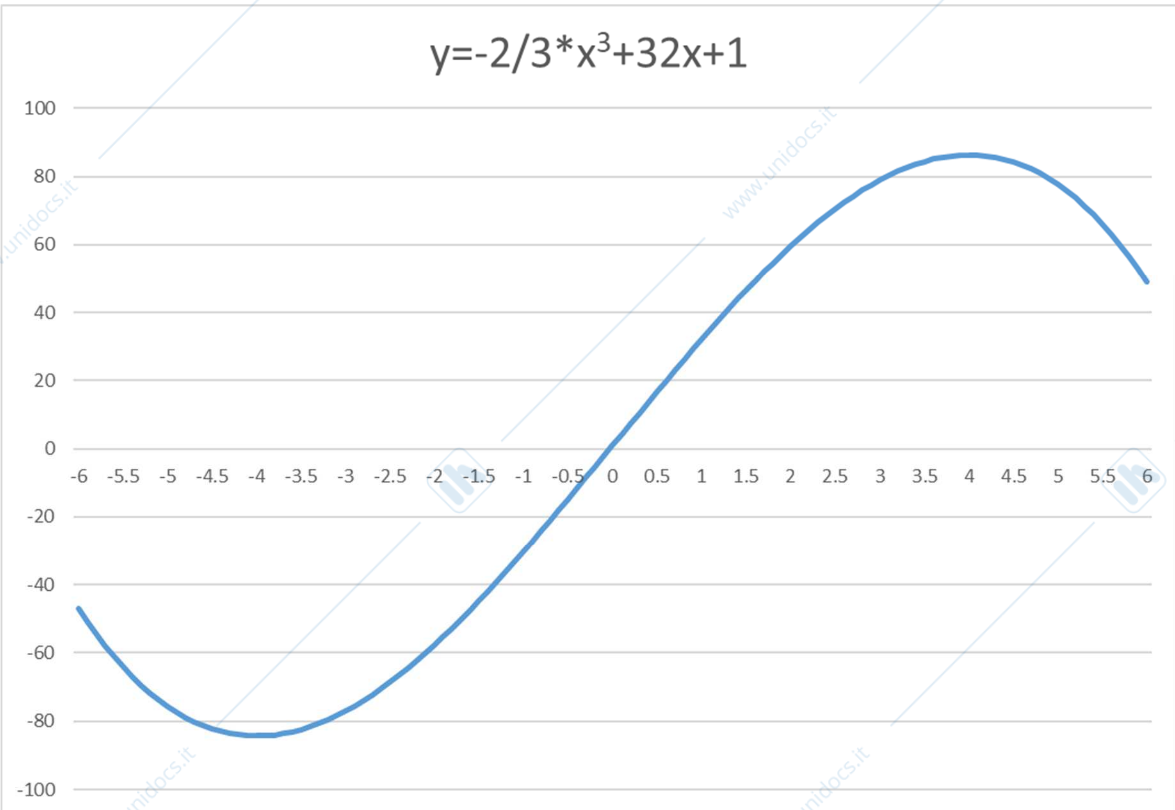
$$f(x=-4) = -\frac{2}{3}(-64) + 32(-4) + 1 = \frac{128}{3} - 128 + 1 = \frac{128-381}{3} = -\frac{253}{3}$$

$$= -84,\overline{3} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{min\left(-4\,;-\frac{253}{3}\right)}$$

$$f(x=4) = -\frac{2}{3}\cdot 64 + 32\cdot 4 + 1 = -\frac{128}{3} + 128 + 1 = \frac{-128+387}{3} = \frac{259}{3} = 86,\overline{3}$$

$$\Rightarrow \qquad \boldsymbol{max\left(4\,;\frac{259}{3}\right)}$$

$$f(x=0) = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{flesso(0\,;1)}$$



Università La Sapienza di Roma – corso di laurea in Scienze Farmaceutiche applicate
Appello del 20/06/2019 (canale A – L)

Prova di Statistica

SOLUZIONI

6) Determinare la media, la mediana, la moda, la deviazione standard ed il coefficiente di variazione delle seguenti osservazioni di un campione: 12 42 28 4 18 51 4 37

Media = 24,5 ; mediana = 23 ; moda = 4 ; $dev\ std = \sqrt{\frac{\sum(x_i-m)^2}{n-1}} = 17,792\ldots$ **;**

RSD = devstd / media = 17,792…/24,5 = 0,726…

7) **Indicare il valore minimo ed il valore massimo che può assumere il p-value**

Il p-value è la probabilità di commettere un errore rifiutando l'ipotesi nulla H_0 , cioè è la probabilità di riscontrare nel campione i valori osservati (o più estremi) se l'ipotesi H_0 fosse vera. Come per tutte le probabilità, si ha **$0 \leq$ p-value ≤ 1**.

8) Viene condotto uno studio su un campione di 200 soggetti, descritti nella sottostante tabella, per valutare l'associazione tra abitudine al fumo ed insorgenza di tumore polmonare. Individuare l'ipotesi H_0 e, usando il test χ^2, stabilire se l'associazione tra le due variabili (abitudine al fumo e insorgenza tumore polmonare) è statisticamente significativa considerando α=0,01.

FREQUENZE OSSERVATE O_{ij}				
		Abitudine al fumo		
		Si	No	Totale
Insorgenza tumore polmonare	Si	O_{11} = **58**	O_{12} = **34**	$O_{1\cdot}$ = **92**
	No	O_{21} = **36**	O_{22} = **72**	$O_{2\cdot}$ = **108**
	Totale	$O_{\cdot 1}$ = **94**	$O_{\cdot 2}$ = **106**	n = **200**

H_0 = assenza di differenza statisticamente significativa (relativamente alla insorgenza del tumore polmonare) tra fumatori e non fumatori.

FREQUENZE ATTESE E_{ij}				
		Abitudine al fumo		
		Si	No	Totale
Insorgenza tumore polmonare	Si	E_{11} = **43,24**	E_{12} = **48,76**	$E_{1\cdot}$ = **92**
	No	E_{21} = **50,76**	E_{22} = **57,24**	$E_{2\cdot}$ = **108**
	Totale	$E_{\cdot 1}$ = **94**	$E_{\cdot 2}$ = **106**	n = **200**

$$\chi^2_{test} = \sum_{ij} \frac{(|O_{ij} - E_{ij}| - 0{,}5)^2}{E_{ij}} = \frac{(|58 - 43{,}24| - 0{,}5)^2}{43{,}24} + \frac{(|34 - 48{,}76| - 0{,}5)^2}{48{,}76} + \frac{(|36 - 50{,}76| - 0{,}5)^2}{50{,}76} + \frac{(|72 - 57{,}24| - 0{,}5)^2}{57{,}24} =$$

$$= \frac{203{,}3476}{43{,}24} + \frac{203{,}3476}{48{,}76} + \frac{203{,}3476}{50{,}76} + \frac{203{,}3476}{57{,}24} = 4{,}703 + 4{,}170 + 4{,}006 + 3{,}553 = \mathbf{16{,}4317}$$

Dalle tavole della distribuzione del χ^2 a **1 grado di libertà** si trova il valore critico 3.84 per la significatività α=0.05, ed il valore critico 6.63 per la significatività α=0.01. Essendo χ^2_{test} superiore ad entrambi i valori tabellati, **p-value < 0.01**. Avendo scelto (prima di condurre l'esperimento) α=0.01, **si può rifiutare H_0**. Quindi si conclude che vi è evidenza di una differenza statisticamente molto significativa tra abitudine al fumo ed insorgenza del tumore polmonare.

p-value = **DISTRIB.CHI.QUAD.DS(χ^2_{test} ; gdl)** = **DISTRIB.CHI.QUAD.DS(16,4317 ; 1)** =**0.00005** (calcolo esatto del p-value non richiesto per l'esame)

9) Un campione di 500 ragazzi viene sottoposto ad un test sperimentale finalizzato all'identificazione di una determinata patologia. Il test fornisce 37 risultati positivi e 463 risultati negativi. Si supponga di sapere con certezza, a seguito dell'esecuzione di un test più lungo e costoso, se ciascun ragazzo del campione presenta o meno la patologia in esame: 40 sono affetti dalla patologia (di cui 30 positivi al test sperimentale). Completare la seguente tabella e calcolare sensibilità e specificità del test sperimentale.

		POSITIVI al TEST SPERIMENTALE	NEGATIVI al TEST SPERIMENTALE	
		T+	T-	
Sicuramente malati	M+	**30**		**40**
Sicuramente sani	M-			
		37	**463**	**500**

		POSITIVI al TEST SPERIMENTALE	NEGATIVI al TEST SPERIMENTALE	
		T+	T-	
Sicuramente malati	M+	**30**	**10**	**40**
Sicuramente sani	M-	**7**	**453**	**460**
		37	**463**	**500**

$$\boldsymbol{Sensibilit\grave{a}} = \frac{(T+M+)}{M+} = \frac{30}{40} = \mathbf{0.75}$$

$$\boldsymbol{Specificit\grave{a}} = \frac{(T-M-)}{M-} = \frac{453}{460} = \mathbf{0.98}$$