

Tipi di domande teoria con risposte sintetiche

• Cinematica

1. **Scrivere cosa descrivono (in termini di rototraslazioni) le matrici di trasformazioni omogenea (FR-2019-2020):**

Una matrice di trasformazione omogenea descrive le coordinate di una terna (1) rispetto a una terna (0) in termini di rotazione (indicati dagli elementi della matrice di rotazione di una terna 1 rispetto a una 0) e traslazione (indicata dalla posizione dell'origine della terna 1 rispetto alla terna 0).

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & o_1^0 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

2. **Si spieghi che cosa si intende per "polso sferico" (29-6-06):**

Il polso sferico è un particolare robot (o parte di robot) costituito da 3 giunti rotoidali, per cui è possibile posizionare le terne di DH in un unico punto detto centro polso.

3. **Si spieghi che cosa si intende per disaccoppiamento di singolarità in un manipolatore a polso sferico. (29-6-06):**

Si possono disaccoppiare le singolarità per la struttura portante del manipolatore e per il polso sferico poiché:

| | |
|--|---|
| $J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$ <p style="margin-left: 20px;">manip. polso</p> | <p>Jacobiano tot. Jacobiano relativo alla pos. del polso sferico:</p> $J_{12} = [z_3 \times (\mathbf{p} - \mathbf{p}_3) \quad z_4 \times (\mathbf{p} - \mathbf{p}_4) \quad z_5 \times (\mathbf{p} - \mathbf{p}_5)]$ <p>pw=centro polso</p> $\mathbf{p} = \mathbf{p}_W \implies \mathbf{p}_W - \mathbf{p}_i \text{ paralleli a } z_i, i = 3, 4, 5$ $J_{12} = [0 \quad 0 \quad 0]$ |
|--|---|

Dunque il calcolo delle singolarità si può disaccoppiare nel seguente modo:

$$\det(J) = \det(J_{11})\det(J_{22})$$

$$\det(J_{11}) = 0$$

$$\det(J_{22}) = 0$$

4. **Si spieghi per quale motivo la presenza di un polso sferico semplifica il problema di inversione cinematica, dettagliando il metodo che occorre seguire in questo caso per risolvere il problema(20-07-05)**

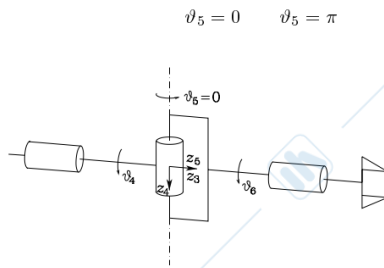
Supponiamo di avere un manipolatore(3gdl) con polso sferico(3gdl) da 6 gdl. Il problema di cinematica inversa si può disaccoppiare in questo modo:

- Soluzione disaccoppiata

- ★ calcolare la posizione del polso $\mathbf{p}_W(q_1, q_2, q_3)$
- ★ risolvere la cinematica inversa per (q_1, q_2, q_3)
- ★ calcolare $R_3^0(q_1, q_2, q_3)$
- ★ calcolare $R_6^3(\vartheta_4, \vartheta_5, \vartheta_6) = R_3^{0T} R$
- ★ risolvere la cinematica inversa per l'orientamento $(\vartheta_4, \vartheta_5, \vartheta_6)$

5. Si illustri la singolarità cinematica presente in un polso sferico.(20-07-05)

- z_3 parallelo a z_5



$$\vartheta_5 = 0 \quad \vartheta_5 = \pi$$

Infatti lo Jacobiano associato al polso è

$$J_{22} = [z_3 \quad z_4 \quad z_5]$$

se $z_3 \parallel z_5$, sono linearmente dipendenti dunque la matrice avrà rango 2 e non 3, quindi $\det(J_{22})=0$ (singolarità)

6. Si dia la definizione di angoli di Eulero ZYZ (29-06-04):

Gli angoli di Eulero ZYZ esprimono l'orientamento di una terna rispetto a un'altra mediante 3 angoli relativi a 3 rotazioni elementari consecutive rispetto agli assi z,y e z delle rispettive terne mobili.

7. Si impostino i conti per ricavare l'espressione di una generica matrice di rotazione in termini degli angoli di Eulero. (29-06-04):

Detti ϕ, ϑ, ϕ i tre angoli. Si scrivono le espressioni delle matrici di rotazione elementari $R_z(\phi)$, $R_y(\vartheta)$, $R_z(\phi)$ e le si moltiplica da sx. verso dx. $R = R_z(\phi) * R_y(\vartheta) * R_z(\phi)$.

8. Data una matrice di rotazione, si dica quante sono le terne di angoli di Eulero ZYZ che si possono estrarre dalla matrice stessa. (29-06-04):

Ci saranno 2 soluzioni basate sull'intervallo di appartenenza di ϑ (tranne per $\vartheta=0$, quando la soluzione degenera):

$$(\vartheta \in (0, \pi)), (\vartheta \in (-\pi, 0))$$

9. Si scriva la relazione che definisce la cinematica differenziale di un manipolatore.(28-09-04):

velocità lineare dell'end effector $\dot{p} = J_P(q)\dot{q}$

velocità angolare dell'end effector $\omega = J_O(q)\dot{q}$

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = J(q)\dot{q}$$

10. Si definisca lo Jacobiano analitico del manipolatore e si spieghi come è legato allo Jacobiano geometrico. (28-09-04):

Siano $p = p(q)$ posizione dell'end effector

$\phi = \phi(q)$ rappr. minima dell'orientamento dell'end effector

Definisco J_A lo jacobiano analitico t.c:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_P(q) \\ J_\phi(q) \end{bmatrix} \dot{q} = J_A(q)\dot{q}$$

In particolare è possibile esprimere il vettore di velocità angolare dell'end effector (in termini di velocità di giunto) ω come: $\omega = T(\phi)\dot{\phi}$

Vale dunque la seguente relazione tra Jacobiano geometrico e analitico:

$$v = \begin{bmatrix} I & O \\ O & T(\phi) \end{bmatrix} \dot{x} = T_A(\phi)\dot{x}$$

$$J = T_A(\phi)J_A$$

E in generale hanno significato rispettivamente per:

- Jacobiano geometrico
 - * grandezze di significato fisico
- Jacobiano analitico
 - * grandezze differenziali di variabili nello spazio operativo

11. Si spieghi che cosa si intende con "rappresentazione asse-angolo"(19-07-07):

La rappresentazione asse angolo è una parametrizzazione non minima di una rotazione che utilizza due valori: un versore che indica la direzione dell'asse attorno a cui effettuare la rotazione e l'angolo che indica l'ampiezza della rotazione.

Infatti vale che una sequenza di rotazioni nello spazio è equivalente a una rotazione pura intorno a un singolo asse corrispondente.

12. Si spieghi perché nella robotica industriale assume rilevanza pratica, oltre che concettuale, il problema della cinematica inversa.(16-07-08):

La risoluzione del problema della cinematica inversa assume significato quando disponiamo della posizione e dell'orientamento dell'end effector (che possiamo avere ad es. come posizione desiderata dell'organo terminale per una certa applicazione industriale) e vogliamo ricavare le variabili di giunto, utili per programmare il moto, analizzare i punti di singolarità, controllare le coppie e forze sui giunti, dunque i motori associati.

13. Si indichino le coordinate usualmente adottate per definire lo spazio dei giunti e lo spazio operativo di un manipolatore robotico(14-07-10)

- Spazio dei giunti
- Spazio operativo

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \phi \end{bmatrix}$$

- * $q_i = \vartheta_i$ (giunto rotoidale)
- * $q_i = d_i$ (giunto prismatico)
- * \mathbf{p} (posizione)
- * ϕ (orientamento)

14. Si spieghi che cosa s'intende per spazio dei giunti e per spazio operativo nell'analisi della cinematica di un robot(07-09-05)

Lo spazio dei giunti è lo spazio in cui le configurazioni che assume il robot sono espresse attraverso le variabili di giunto \mathbf{q} .

Lo spazio operativo è lo spazio in cui sono definiti la posizione e l'orientamento dell'organo terminale del robot espresse in un vettore \mathbf{x} .

15. Si dia la definizione di spazio di lavoro per un manipolatore(13-07-11):

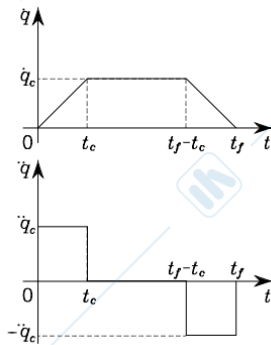
Lo spazio di lavoro è la porzione dell'ambiente circostante a cui può accedere l'organo terminale, ossia quando si variano in tutti i modi possibili le coordinate di giunto del robot.

- **Generazione delle traiettorie**

1. Si spieghi brevemente come la rappresentazione asse-angolo potrebbe essere sfruttata per la pianificazione delle traiettorie nello spazio operativo, relativamente all'orientamento. (19-07-07)

Possiamo pianificare una traiettoria da orientamento iniziale (espresso dalla matrice di rotazione \mathbf{R}_i rispetto alla terna base) a un orientamento finale (espresso dalla matrice di rotazione \mathbf{R}_f rispetto alla terna base) rappresentando con il metodo asse/angolo matrice di rotazione tra i 2 orientamenti come $\mathbf{R}_r^i(\vartheta(t))$ (dove r è l'asse costante e ϑ varia nel tempo) t.c.: $\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_i \mathbf{R}_r^i(\vartheta(t))$ dove ϑ dipende dall'istante iniziale a quello finale.

2. Si disegnano un profilo di velocità trapezoidale ed il relativo profilo d'accelerazione.(08-07-04):



3. Si scriva l'espressione del tempo di posizionamento della traiettoria trapezoidale quando si impostano la velocità e l'accelerazione massima, specificando in quali condizioni la formula è applicabile. (08-07-04):

TEMPO DI POSIZIONAMENTO (h=distanza percorsa)

vincolo di applicazione:

$$t_f = \frac{h}{\dot{q}_{\max}} + \frac{\dot{q}_{\max}}{\ddot{q}_{\max}}$$

$$h \geq \frac{\dot{q}_{\max}^2}{\ddot{q}_{\max}}$$

4. Si dia la definizione di "jerk", si spieghi se nel profilo precedentemente disegnato il jerk assume valori contenuti e quali conseguenze comportano valori di jerk elevati. (08-07-04)

Il jerk è la derivata nel tempo dell'accelerazione.

Con il profilo di velocità trapezoidale, l'accelerazione ha un profilo discontinuo, dunque il jerk assume valori infiniti che possono provocare forti sollecitazioni sul sistema meccanico, quindi vibrazioni.

5. Si supponga ora di voler pianificare la traiettoria nello spazio operativo per un manipolatore robotico. Si spieghi sinteticamente come gli algoritmi per la pianificazione della legge oraria per una variabile scalare possono essere utili anche per questo problema(29-06-05):

E' possibile esprimere una traiettoria nello spazio sfruttando la rappresentazione parametrica di una curva nello spazio che delinea il percorso tra una posizione iniziale e una finale.

6. Si disegni lo schema a blocchi di un algoritmo di inversione cinematica basato sulla "trasposta dello Jacobiano", indicando chiaramente quali sono le variabili di ingresso e quali le variabili di uscita dell'algoritmo(01-07-08)

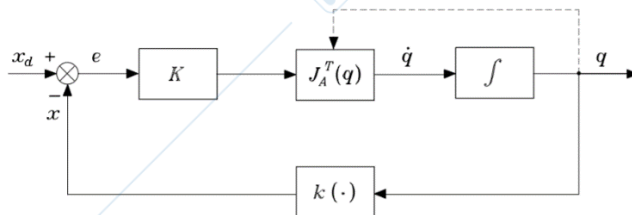
Variabili di ingresso: x_d =vettore coordinate desiderate nello spazio operativo

$q(0)$ =condizione iniziale su q

Variabili di uscita: q =posizione di giunto

Algoritmo: $\dot{q} = J_A^T(q) K e$ (K definito positivo)

Schema a blocchi:



• Sensori e Attuatori

1. Quali variabili sono di norma misurabili in un robot industriale per il controllo di posizione/velocità?(15-07-09)

Si possono misurare di solito posizione, velocità (misura che si può ricavare dalla pos.) e verso di rotazione.

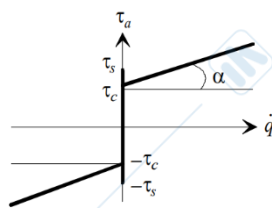
2. Si illustri sinteticamente il principio di funzionamento di un riduttore harmonic drive(21-07-04)

E' un riduttore che si basa su 3 componenti fondamentali:

- Wave generator (solidale al rotore): un disco in acciaio ellittico collegato all'albero motore, dotato di un mozzo centrale e di un sottile cuscinetto a sfere deformabile ellitticamente
- Flexspline (solidale al carico): un cilindro in acciaio deformabile, che avvolge il wave generator, con una dentatura disposta radialmente intorno al lato esterno
- Circular Spline: anello rigido di acciaio che avvolge il flexspline, con dentatura interna, che conta 2 denti in più del flexspline

Ruotando il wave generator la differenza di due denti a fronte una rotazione di 180° provoca un movimento relativo tra Flexspline e Circular Spline di un dente. Dopo una rotazione completa la differenza diventa già di due denti.

3. Si illustri la caratteristica del modello di attrito discontinuo. (19-07-06):



Il modello discontinuo separa il caso in cui abbiamo una forza(coppia) di attrito statico (velocità nulla) dal caso in cui il corpo si mette in moto e ci sarà una forza (coppia) di attrito viscoso e coulombiano costante(minore di quella statica).

4. Si illustri la condizione di "inertia matching" per il dimensionamento di un riduttore, spiegando in particolare quale indice di prestazione viene ottimizzato con questo criterio progettuale. (19-07-06)

La condizione di inertia matching è quella che massimizza il rapporto tra l'accelerazione del carico e la coppia motrice e si verifica quando il momento di inerzia lato motore e quello del carico riportata all'asse motore coincidono.

5. Si spieghi in che cosa consiste il "gioco" in un riduttore.(19-07-06):

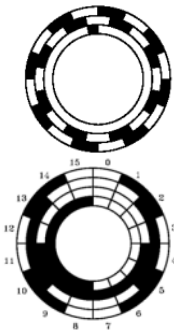
Il giogo in un riduttore è una piccola differenza dimensionale tra due parti meccaniche che consente il moto relativo fra le due parti.

6. Si spieghi che cosa si intende per strumento di misura incrementale ed assoluto.(07-09-04):

Uno strumento di misura incrementale compie una misura rispetto alla condizione iniziale in cui si trova nel momento dell'accensione.

Uno strumento di misuro assoluto è invece in grado di effettuare la misura rispetto a un sistema di riferimento assoluto e quindi di misurare l'effettiva condizione del sistema sotto misura, senza nessun offset.

7. **Dire come sono fatti encoder incrementale, encoder assoluto.(07-09-04):**



Encoder incrementale: costituito da 2 tracce con passi formati da una zona opaca e una trasparente che da passare luce, sfasate di 1/4. Con la traccia esterna è possibile misurare la pos. angolare rispetto alla condizione iniziale dello strumento, con la seconda si riesce a capire il senso di rotazione.

Encoder assoluto: costituito da tracce concentriche con numero di passi che si duplica da una corona esterna a una interna, consentendo di fornire la pos. angolare assoluta (volendo si possono aggiungere altre corone per misurare il verso di rotazione).

8. **Per entrambi i tipi di encoder, si specifichi come se ne calcola la risoluzione.(07-09-04):**

ENCODER INCREMENTALE

Risoluzione: $360^\circ/(4N)$

N=numero passi (zona chiara+scura)

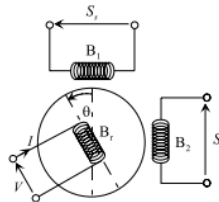
ENCODER ASSOLUTO

Risoluzione: $360^\circ/2^N$

N=numero di corone circolari

9. **Si disegni lo schema degli avvolgimenti di un resolver, specificando quale viene alimentato.(07-09-04):**

In un resolver sono presenti un circuito di rotore (che viene alimentato con un segnale di riferimento sinusoidale V) e 2 avvolgimenti di statore in quadratura spaziale.



10. **Si spieghi per quale motivo nel controllo di corrente di un motore brushless sinusoidale a magneti permanenti è necessaria la misura di posizione del rotore(20-07-05):**

Nel motore brushless bisogna imporre sulle fasi dello statore determinate correnti che dipendono dall'angolo di rotazione del rotore, che quindi va misurato. Nel motore in corrente continua la funzione di commutazione della corrente nel circuito di rotore è, invece, affidata ad un sistema collettore-spazzole.

11. **Considerato un motore brushless sinusoidale, si scrivano le espressioni della forza contro elettromotrice sulle tre fasi.(29-06-04):**

La forza elettromotrice è legata alla velocità angolare e all'angolo di rotazione del rotore:

$$E_i = \omega K_i(\theta)$$

dove le funzioni di forma $K_i(\theta)$ sono:

$$K_a(\theta) = pK \sin(p\theta) = pK \sin(\alpha)$$

$$K_b(\theta) = pK \sin(p\theta - 2\pi/3) = pK \sin(\alpha - 2\pi/3)$$

$$K_c(\theta) = pK \sin(p\theta - 4\pi/3) = pK \sin(\alpha - 4\pi/3)$$

12. **Si spieghi in che modo, in un motore brushless sinusoidale, si può ottenere una coppia indipendente dall'angolo. (29-06-04):**

Si fa in modo (commutando con l'inverter) che le correnti nelle tre fasi statoriche assumano l'espressioni:

$$I_a = I_a(\theta) = I \sin(\alpha)$$

$$I_b = I_b(\theta) = I \sin(\alpha - 2\pi/3)$$

$$I_c = I_c(\theta) = I \sin(\alpha - 4\pi/3)$$

da cui la coppia $\tau_m = \begin{cases} pKI \sin^2(\alpha) + \\ + pKI \sin^2(\alpha - 2\pi/3) + \\ + pKI \sin^2(\alpha - 4\pi/3) = \\ = \frac{3}{2} pKI = K_t I \end{cases}$

• **Controllo del moto**

1. *Si consideri il sistema motore-riduttore-carico: se ne scrivano le equazioni nell'ipotesi di rigidità dell'accoppiamento. (21-07-04):*

motore $J_m \ddot{q}_m + D_m \dot{q}_m = \tau_m - \tau_{lm}$

carico $J_l \ddot{q}_l = n\tau_{lm} - \tau_d$

trasmissione $q_m = nq_l$

2. *Si scrivano le equazioni del sistema motore-riduttore-carico rimuovendo l'ipotesi di rigidità dell'accoppiamento(21-07-04):*

motore $J_m \ddot{q}_m + D_m \dot{q}_m = \tau_m - \tau_{lm}$

carico $J_l \ddot{q}_l = n\tau_{lm} - \tau_d$

trasmissione $\tau_{lm} = K_{el}(q_m - nq_l) + D_{el}(\dot{q}_m - n\dot{q}_l)$

3. *Si spieghi qual è la funzione di un organo di trasmissione in un sistema di controllo del moto.(01-07-10):*

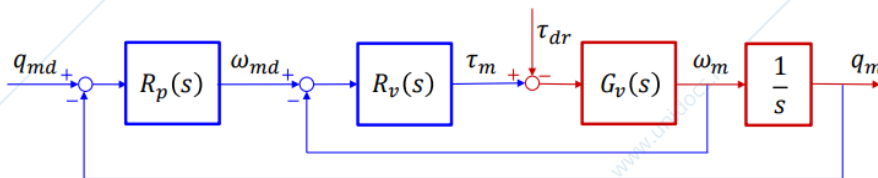
Il rapporto di trasmissione n può avere un effetto disaccoppiante nel controllo di un sistema dinamico di un robot, infatti alti rapporti di trasmissioni riducono eventuali disturbi di coppia che influiscono sul modello. Perciò questi valori di n favoriscono l'adozione di un controllo indipendente dei giunti.

4. *Si spieghi che cosa si intende per controllo centralizzato e controllo decentralizzato di un manipolatore robotico.(08-07-04):*

Controllo centralizzato: Si progetta un controllore basandosi sull'intero modello, bisogna quindi conoscere i valori desiderati e le misure di tutte le posizioni di giunto q_i (variabili controllate).

Controllo decentralizzato: si considerano problemi di controllo indipendenti (monovariabili), perciò si progettano i regolatori per le singole variabili di giunto q_i .

5. *Si riporti lo schema a blocchi per il controllo P/PI di un servomeccanismo.(08-07-04):*



6. *Si spieghi sinteticamente come va condotto il progetto del regolatore di velocità per il giunto rigido.(08-07-04):*

Si adotta un controllore R PI e poi si approssima la fdt d'anello L ad alta frequenza, considerando quindi una costante di tempo integrale del regolatore sufficientemente grande, in questo modo la frequenza di taglio di L sarà pari, a meno di una costante, al guadagno della fdt Gv del sistema su cui progetto R.

7. *Si consideri ora il giunto elastico: si scriva l'espressione che assume la funzione di trasferimento d'anello (per l'anello di velocità chiuso sulla coordinata motore). (08-07-04):*

$$G_{vm}(s) = \frac{\mu}{s} \frac{1 + 2\frac{\zeta_z s}{\omega_z} + \frac{s^2}{\omega_z^2}}{1 + 2\frac{\zeta_p s}{\omega_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}}$$

le pulsazioni degli zeri e dei poli tengono conto dei termini inerziali e elastici, mentre gli smorzamenti tengono conto anche conto dei termini dissipativi.

Inoltre tra le var. di poli e zeri vale la relazione: $\frac{\omega_p}{\omega_z} = \frac{\zeta_p}{\zeta_z} = \sqrt{1+\rho} > 1$ dove $\rho = \frac{J_l r}{J_m}$

8. *Si scriva l'espressione approssimata della funzione di trasferimento d'anello per l'anello di posizione (adottando un controllore proporzionale) con il controllore di velocità progettato inserito.(16-07-08):*

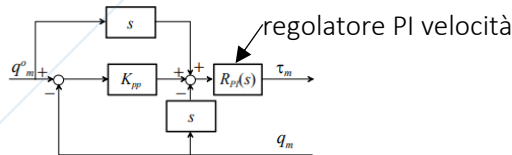
Funzione dell'anello chiuso di velocità approssimata:

$$F_v(s) \approx \frac{1}{1 + s/\omega_{cv}}$$

Funzione d'anello di posizione, prendendo un controllore proporzionale K_{pp} (l'integratore è per ottenere la pos. dalla vel.):

$$L_p(s) = K_{pp} F_v(s) \frac{1}{s} = \frac{K_{pp}}{s(1 + s/\omega_{cv})}$$

9. Si supponga di utilizzare l'anticipo di velocità: si mostri che il controllore adottato (supponendo di ottenere la misura di velocità per derivazione di quella di posizione) equivale ad un regolatore PID sull'errore di posizione di cui si calcolino i guadagni. (16-07-08):

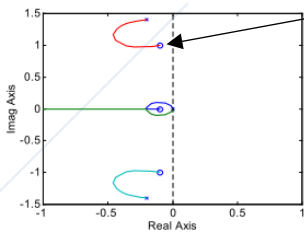


Risulta: $\tau_m(s) = R_{PI}(s)(s q_m^o(s) - s q_m(s) + K_{pp}(q_m^o(s) - q_m(s))) =$
 $= K_{pv} \left(1 + \frac{1}{s T_{iv}} \right) (s + K_{pp})(q_m^o(s) - q_m(s)) = R_{PID}(s)(q_m^o(s) - q_m(s))$

$$R_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_I} + s T_D \right) \quad \begin{cases} K_p = K_{pv} \left(K_{pp} + \frac{1}{T_{iv}} \right) \\ T_D = \frac{K_{pv}}{K_p} \\ T_I = \frac{K_p T_{iv}}{K_{pp} K_{pv}} \end{cases}$$

10. Si tracci qualitativamente il luogo delle radici dell'anello di velocità, delineando una possibile strategia per la collocazione dei poli in anello chiuso. (08-07-04)

Luogo delle radici della funzione d'anello di velocità alla variare della puls. critica



I poli a.c. tendono allo zero complesso a ω_z (ottimo controllo lato motore, ma lato carico oscillante).

Per il progetto del regolatore PI di velocità si sceglierà quindi una pulsazione critica tale da massimizzare lo smorzamento dei poli A.C. (oscillazioni minime), prendendo un valore di $0.7^* \omega_z$.

11. Si consideri un sistema di controllo P/PI con chiusura dell'anello di posizione lato motore per un servomeccanismo elastico.

Si scriva la funzione di trasferimento d'anello per il controllo di posizione. (29-06-05):

L'espressione della fdt d'anello per il controllo di posizione rimane uguale al caso rigido:

$$L_p(s) = K_{pp} F_v(s) \frac{1}{s}$$

Dove però $F_v(s)$ (fdt anello chiuso velocità) è determinata in base a:

$$L_v(s) = R_{PI}(s) G_{vm}(s) = \frac{K_{pv} \mu (1 + s T_{iv})}{s} \frac{1 + 2 \frac{\zeta_z s}{\omega_z} + \frac{s^2}{\omega_z^2}}{1 + 2 \frac{\zeta_p s}{\omega_p} + \frac{s^2}{\omega_p^2}} \quad \text{dove: } \begin{cases} \mu = \frac{1}{J_v + J_m} \\ K_{pv} = 0.7 \frac{\omega_z}{\mu} \\ T_{iv} = \frac{10}{\omega_z} \end{cases}$$

12. Si spieghi qual è la differenza sostanziale tra sistema di controllo è chiuso lato motore e quello in cui l'anello di controllo di posizione è chiuso lato carico. Si specifichi anche quale delle due situazioni è più comune nella robotica industriale. (29-06-05):

Studiando il sistema di controllo lato motore con il criterio di Bode non si colgono limitazioni alla pulsazione critica. Per farle emergere, dunque si procede chiudendo l'anello di posizione lato carico. Di norma nella robotica industriali i sensori sulla posizione vengono posti solo lato motore.

ARGOMENTI MANCANTI:

- Robotica industriale e di servizio
- Caratterizzazione e selezione del robot
- Cinetostatica del robot
- (Argomenti avanzati di robotica)

