www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$[0,1]^{\mathbb{R}}$ è topologicamente cpt.

TEOREMA (DEL COMPATTO HAUSDORFF)

$f: \underset{cpt}{X} \longrightarrow \underset{T_2}{Y}$ continua, X cpt e Y T_2

che sia biunivoca è un omeomorfismo

DIMO

Basta dimo che f è chiusa.

C chiuso in X che è cpt $\Rightarrow$ C è cpt

f(C) è cpt (perché f è continua) in Y $\Rightarrow$

Y è T_2

compatti in T_2 sono chiusi

f(C) è chiuso □

Esempi di uso

$[0,1]/_{\{0,1\}} \simeq S^1$

$[0,1]$ è cpt $\Rightarrow [0,1]/_{\{0,1\}}$ è cpt, S^1 è T_2

$f: [0,1] \longrightarrow S^1$

$f(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t)$ $f(0) = f(1)$

$\Rightarrow$ passa al quoziente $[f]: [0,1]/_{\{0,1\}} \longrightarrow S^1$

continua è biunivoca $\Rightarrow$ è omeo

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari