TEOREMA

Un chiuso in un compatto è compatto.

((X, τ) sp top cpt $A \subseteq X$ chiuso

$\Rightarrow A$, con la top di sottospazio, è compatto)

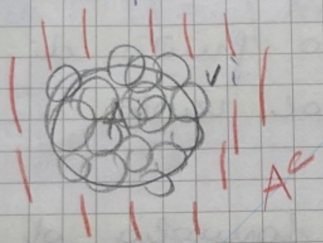
DIM

$A \subseteq X$ chiuso $\quad \mathcal{U} = U_i$ ricoprimento aperto di A

Siccome lavoriamo con la topologia di sottospazio

$U_i = A \cap V_i$ con V_i aperto in X

$\mathcal{U}$ è ricoprimento di $A \iff \bigcup V_i \supseteq A$



$\bigcup V_i \cup A^c = X$

$\{V_i\} \cup \{A^c\}$ è ricoprimento aperto di X.

X cpt $\Rightarrow \exists$ sottoricoprimento finito $\Rightarrow \exists\, V_1 \dots V_n$

t.c. $V_1 \cup \dots \cup V_n \cup A^c = X$

$$(V_1 \cup \dots \cup V_n \cup A^c) \cap A = A$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{(V_1 \cap A)}_{U_1} \cup \underbrace{(V_2 \cap A)}_{U_2} \cup \dots \cup \underbrace{(V_n \cap A)}_{U_n} \cup \underbrace{(A^c \cap A)}_{= \emptyset}$$

$\Rightarrow U_1 \dots U_n$ è un ricoprimento di A

Quindi $\{U_1 \dots U_n\}$ è sottoricoprimento finito di $\mathcal{U}$ $\square$