VETTORI:

In fisica ci sono due tipi di grandezze:

- quelle che possono essere espresse semplicemente tramite un numero, riferito a un'unità di misura (ad esempio: la lunghezza, il tempo, la temperatura, l'energia).

- quelle per le quali un numero e un'unità di misura non bastano (ad esempio: lo spostamento, la velocità, l'accelerazione).

Le prime si dicono **grandezze scalari**, le seconde invece **grandezze vettoriali**. Per esprimere una grandezza vettoriale, cioè per descrivere un **vettore**, abbiamo bisogno di tre informazioni:

1. un **modulo** (detto anche **intensità**), cioè l'informazione numerica rapportata a un'unità di misura;
2. una **direzione**;
3. un **verso**.

Due vettori di uguale lunghezza appartenenti rispettivamente a due rette parallele hanno sicuramente uguale modulo e uguale direzione. Se anche il verso è lo stesso, si dice che i vettori sono **equipollenti**, altrimenti sono opposti.

Tracciando in un piano cartesiano le due rette passanti per gli estremi di un vettore e perpendicolari agli assi, si ottengono le proiezioni del vettore sui due assi. Le lunghezze di tali proiezioni sono dette **componenti del vettore lungo gli assi cartesiani**.

Un vettore con direzione e verso qualsiasi, ma con modulo uguale a 1 viene chiamato **vettore unitario**, o **versore**.
Un versore è utile per identificare una specifica direzione.

OPERAZIONI TRA VETTORI:

Avendo due vettori $\overline{v} = \overline{AB}$ e $\overline{w} = \overline{BC}$, il **vettore somma** v + w è dato dal segmento orientato che parte da A e termina in C, oppure, equivalentemente, dalla **diagonale** AC del **parallelogramma** formato dai due vettori dati e dai due vettori ad essi equipollenti DC e AD. Il **vettore differenza** $\overline{v} - \overline{w}$ è invece dato dall'altra diagonale del parallelogramma, DB.

Oltre all'interpretazione geometrica della somma e della differenza tra vettori, esiste anche una **interpretazione analitica**, che mette in relazione le componenti cartesiane del vettore somma e del vettore differenza con le componenti cartesiane dei vettori di partenza.

In uno spazio cartesiano a N dimensioni, dati due vettori $\overline{v} = (v_1, v_2, ..., v_n)$ e $\overline{w} = (w_1, w_2, ..., w_n)$,il **vettore somma** è dato da $\overline{v} + \overline{w} = (v_1 + w_1, v_2 + w_2, ..., v_n + w_n)$. Analogamente, il **vettore differenza** è dato da $\overline{v} - \overline{w} = (v_1 - w_1, v_2 - w_2, ..., v_n - w_n)$.

Per addizionare o sottrarre geometricamente due vettori tra di loro si utilizzano il **metodo del parallelogramma** e il **metodo punta-coda**.

Metodo del parallelogramma:

Per effettuare la somma si rappresentano i due vettori $\overline{v}$ e $\overline{w}$ in maniera tale che abbiano la coda coincidente. Si rappresenta il parallelogramma che ha come lati i due vettori, ovvero si traccia la parallela al vettore $\overline{w}$ passante per la punta di $\overline{v}$ e la parallela al vettore $\overline{v}$ passante per la punta di $\overline{w}$.Si determina così il punto di intersezione delle due parallele ai vettori e si traccia il vettore che ha la coda coincidente con la coda dei due vettori e la punta nel punto di intersezione appena determinato.

Per effettuare la differenza si rappresentano i due vettori $\overline{v}$ e $-\overline{w}$, in maniera tale che abbiano la coda coincidente (il vettore $-\overline{w}$ ha lo stesso modulo e la stessa direzione di $\overline{w}$, ma verso opposto). Procedendo analogamente come nel caso dell'addizione.

Metodo Punta-Coda:

Questo metodo è utilizzato in particolare quando si deve eseguire la somma di più di due vettori.

Si rappresentano i due vettori $\overline{v}$ e $\overline{w}$ in maniera tale che la punta del primo coincida con la coda del secondo. La somma $\overline{v} + \overline{w}$ è data dal vettore che ha la coda in comune con il primo vettore e la punta in comune con il secondo vettore.

Proprietà dell'addizione e della sottrazione tra vettori:

L'**addizione tra vettori** possiede le seguenti proprietà:

- **Proprietà commutativa:** $\overline{v} + \overline{w} = \overline{w} + \overline{v}$
- **Proprietà associativa:** $(\overline{v} + \overline{w}) + \overline{u} = \overline{v} + (\overline{w} + \overline{u})$
- **Esistenza dell'elemento neutro:** $\overline{v} + 0 = \overline{v}$
- **Esistenza dell'elemento opposto:** per ogni vettore $\overline{v}$ esiste il suo vettore opposto, che si indica con $-\overline{v}$, tale che $\overline{v} + (-\overline{v}) = \overline{0}$.

In particolare, il vettore nullo $\overline{0}$ è un vettore avente modulo uguale a zero.
Il vettore opposto è il vettore che ha uguale modulo, uguale direzione e verso opposto rispetto al vettore dato.

Quindi, la differenza tra due vettori $\overline{v}$ e $\overline{w}$ è come la somma tra il primo vettore $\overline{v}$ e l'opposto del secondo, $-\overline{w}$.

Moltiplicazione di un vettore per uno scalare:

Dato un vettore $\overline{v}$ e uno scalare, cioè un numero reale a, la **moltiplicazione del vettore per lo scalare** può ricadere in uno dei seguenti due casi:

1. a = 0, oppure $\overline{v} = \overline{0}$: $a \cdot \overline{v} = \overline{0}$
2. altrimenti, $a \cdot \overline{v}$ è un vettore che ha:
    a. modulo uguale al modulo di $\overline{v}$ moltiplicato per il valore assoluto di a;
    b. direzione invariata;
    c. verso uguale a quello di $\overline{v}$ se a > 0, opposto altrimenti.

Proprietà della moltiplicazione di un vettore per uno scalare:

- **Proprietà distributiva rispetto alla somma tra scalari:** per ogni vettore $\overline{v}$e per ogni scalare a e b, si ha $(a + b)\overline{v} = a\overline{v} + b\overline{v}$
- **Proprietà distributiva rispetto alla somma tra vettori:** per ogni vettore $\overline{v}$, per ogni vettore $\overline{w}$ e per ogni scalare a, si ha $a(\overline{v} + \overline{w}) = a\overline{v} + a\overline{w}$
- **Proprietà associativa:** per ogni vettore $\overline{v}$ e per ogni scalare a e b, si ha $a(b\overline{v}) = (ab)\overline{v}$
- **Esistenza dell'elemento neutro:** per ogni vettore $\overline{v}$, si ha $1\overline{v} = \overline{v}$

Un'altra proprietà della moltiplicazione tra un vettore e uno scalare consiste nel fatto che, se del vettore $\overline{v}$ sono conosciute le componenti rispetto agli assi di un sistema cartesiano, moltiplicare il vettore per un numero reale a equivale a moltiplicare ciascuna componente per a.