

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

POLO DELLE SCIENZE E DELLE TECNOLOGIE



FACOLTÀ DI ARCHITETTURA

A.A.2010-2011

CORSO DI LAUREA QUINQUENNALE, 3° ANNO

**INSEGNAMENTO DI FISICA TECNICA AMBIENTALE— PROFF. L. BELLIA E F.CALISE**

**SUPPORTO INTEGRATIVO AL CAP. I DEL TESTO**

**ARIA UMIDA, CLIMATIZZAZIONE E INVOLUCRO EDILIZIO ED. LIGUORI**

**ARIA UMIDA: SINTESI DELLE PROPRIETÀ E ESERCIZI SVOLTI SULLE  
TRASFORMAZIONI**

NAPOLI, MARZO 2011

## 2. Le trasformazioni elementari dell'aria umida

### 2.1 Introduzione

Come si è accennato nel cap. 1, ciascun componente di un impianto di condizionamento e l'impianto stesso nel suo insieme possono essere considerati dei sistemi aperti. In Fig. 2.1.1 viene riportato un schema semplificato di un impianto di condizionamento ambientale a tutt'aria. In esso si noti come, per ogni componente (unità di trattamento, ventilatori, condotti, etc.) e per lo stesso ambiente condizionato, è possibile individuare un volume di controllo con le rispettive sezioni d'ingresso e di uscita. È lecito quindi scrivere i bilanci di materia e di energia per ciascun volume di controllo.

Una breve descrizione del funzionamento dell'impianto di Fig. 2.1.1, può essere d'ausilio per evidenziare alcune delle trasformazioni che l'aria umida può subire, in regime estivo o invernale, in relazione alle esigenze di condizionamento termoigrometrico dell'ambiente. Il sistema a tutt'aria prevede che tutta l'aria proveniente dall'unità di trattamento ed immessa nell'ambiente da condizionare, venga poi estratta e scaricata all'esterno<sup>1</sup>.

In regime invernale, la temperatura in ambiente, per assicurare il benessere, deve essere mantenuta a valori maggiori di quelli esterni: nel nostro Paese il valore di temperatura interna fissato per legge è, con poche eccezioni, di 20 °C. In condizioni di regime stazionario, l'ambiente disperderà quindi verso l'esterno, una certa quantità di energia termica che bisognerà reintegrare tramite appunto l'impianto di condizionamento. Ciò può essere ottenuto, riferendosi allo schema di Fig. 2.1.1, immettendo nel locale da condizionare aria calda proveniente dall'unità di trattamento. In essa sono in funzione solo la batteria calda e l'umidificatore. La prima serve ad elevare la temperatura dell'aria prelevata dall'esterno e che attraversa l'unità di trattamento, mentre il secondo consente di incrementare il contenuto di vapor d'acqua nella corrente d'aria inviata all'ambiente, in modo da realizzare le condizioni di benessere richieste.

In regime estivo la temperatura all'interno viene mantenuta a livelli inferiori rispetto ai valori esterni. In condizioni di regime stazionario vi sarà quindi energia termica entrante nell'ambiente da condizionare che dovrà essere assorbita dalla corrente di aria fredda immessa. Le sole batterie funzionanti saranno rispettivamente quella fredda e quella di postriscaldamento. La prima consentirà l'abbassamento della temperatura della portata d'aria aspirata dall'esterno. Tale raffreddamento comporta di solito una diminuzione della quantità di vapor d'acqua presente nella miscela, che esce in condizioni prossime alla saturazione: la funzione della batteria di postriscaldamento, quando necessaria, è quindi quella di ottenere condizioni adeguate di umidità relativa e temperatura della portata d'aria immessa nell'ambiente condizionato, assicurando in questo il mantenimento delle condizioni di benessere.

Si sottolinea che le considerazioni fin qui svolte sono molto schematiche: per ulteriori approfondimenti riguardanti le trasformazioni dell'aria umida si rimanda ai paragrafi successivi. Tuttavia, per il bilancio di materia, si può sin d'ora notare che potendo variare la quantità di vapor d'acqua presente nell'aria umida per effetto dei passaggi di fase, si ha che la sola portata massica che resta costante, tra le sezioni d'ingresso e d'uscita del volume di controllo, è quella relativa all'aria secca, mentre la portata massica di aria umida può variare. Per questo motivo tutte le grandezze specifiche relative all'aria umida sono riferite all'unità di massa di aria secca; di questo occorre tener conto nella scrittura dei bilanci di energia, inoltre occorre scrivere separatamente le equazioni di bilancio di massa per l'aria secca e per l'acqua.

<sup>1</sup> Si noti che in sede progettuale si preferisce talvolta prevedere l'ambiente da condizionare in leggera sovrappressione rispetto all'esterno, e ciò per evitare indesiderate rientrate d'aria. Tale condizione si realizza di fatto estraendo una portata d'aria inferiore a quella immessa.

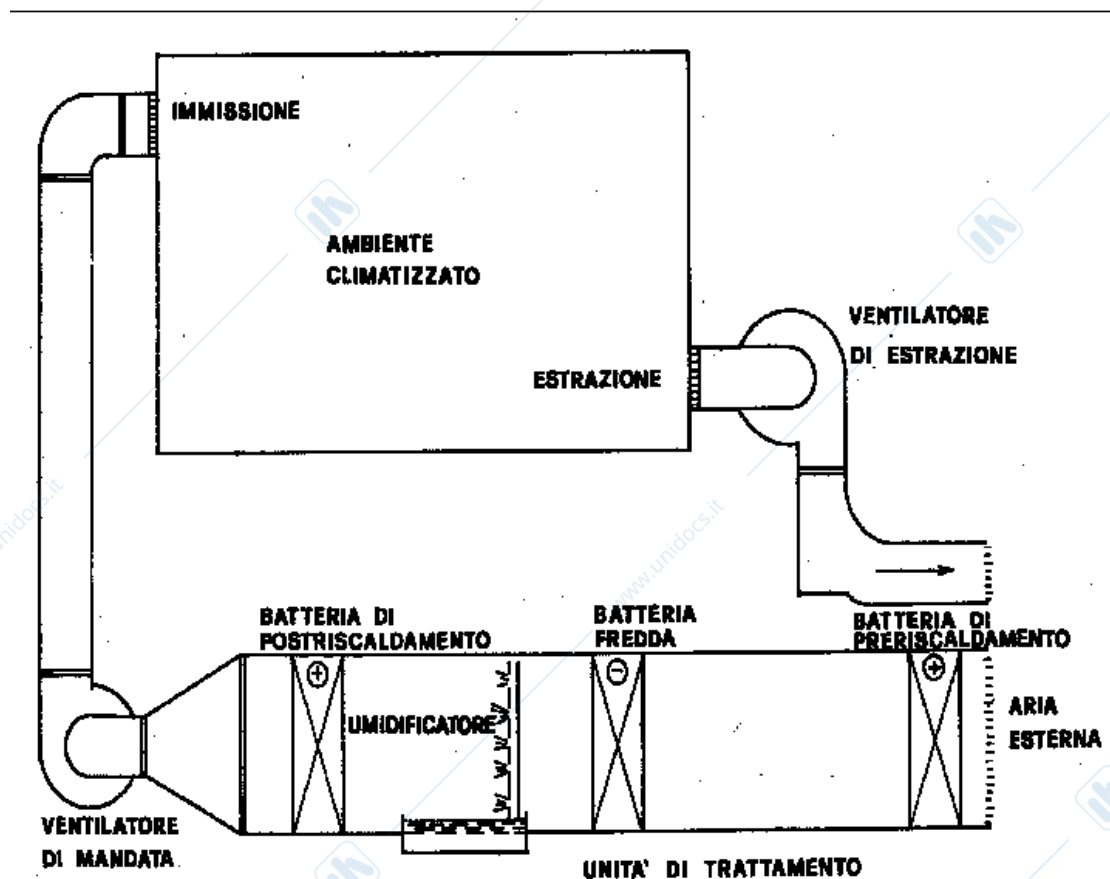


Fig.2.1.1- Schema di un impianto di climatizzazione

## 2.2 Riepilogo delle proprietà dell'aria umida – Diagramma psicrometrico

Durante il corso di Fisica Tecnica (ctr. Appunti di Fisica Tecnica, cap. 10) sono state descritte le caratteristiche dell'aria umida, sono state definite le proprietà della miscela aria secca – vapor d'acqua ed illustrate le procedure per effettuare il loro calcolo, sia con metodi analitici che mediante l'impiego del diagramma psicrometrico. Di seguito si elencano sinteticamente tali proprietà già esaminate, alle quali si aggiunge l'entalpia, necessaria per il bilancio di energia su sistemi aperti, e si riporta un esempio di valutazione mediante il diagramma psicrometrico. Poiché negli impianti di condizionamento civile ed industriale, nella maggior parte dei casi, la pressione sul sistema è praticamente quella atmosferica,  $p_t = 101325$  Pa si riterrà valida tale ipotesi nella trattazione seguente e per tutte le applicazioni numeriche successivamente riportate.

### *Temperatura di bulbo asciutto $T_{ba}$*

Rappresenta la temperatura della miscela di aria umida misurata da un termometro dotato di un sistema di schermatura che riduca l'influenza degli scambi termici radiativi, e favorisca lo scambio termico convettivo tra fluido e sensore. Le curve a temperatura di bulbo asciutto costante hanno sul diagramma psicrometrico un andamento quasi verticale (Fig.2.2.1).

### *Umidità relativa U.R. o grado igrometrico $\Phi$*

E definita come il rapporto tra la densità del vapore surriscaldato presente nella miscela e la densità del vapore saturo secco alla temperatura della miscela o in modo equivalente dal rapporto tra la

massa di vapore surriscaldato presente nella miscela ed il massimo quantitativo di vapore che può essere presente nella miscela alla temperatura assegnata, ossia la massa di vapore saturo secco alla temperatura della miscela. Dall'equazione di stato dei gas ideali si deduce che:

$$\text{U.R.} = \frac{\rho_v}{\rho_{vs}} = \frac{m_v}{m_{vs}} = \frac{p_v}{p_{vs}} = \Phi \quad (2.2.1)$$

Poiché, per una data temperatura, il valore massimo che può assumere la pressione parziale del vapore è quello di saturazione,  $p_{vs}$ , che può essere letta dalla Tab. 2.1<sup>2</sup>, l'umidità relativa o può assumere valori compresi tra 0 (aria secca) ed 1 (aria satura), ovvero in percentuale tra 0% ed il 100%. In fig. 2.2.1 sono evidenziate sul diagramma psicrometrico le curve ad umidità relativa costante.

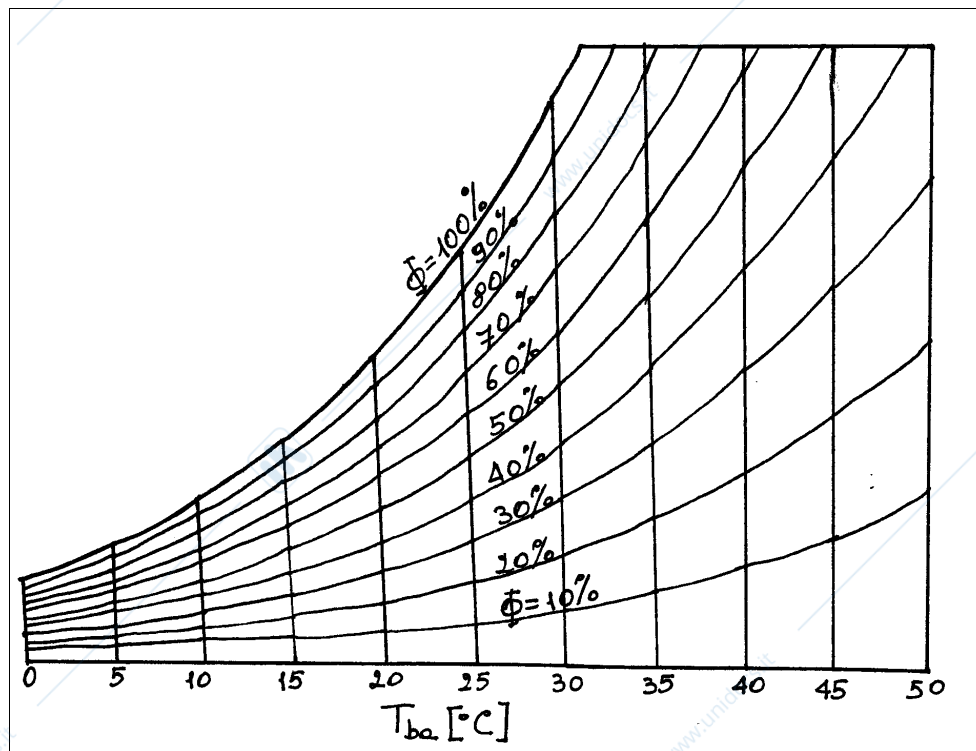


Fig.2.2.1 Andamento delle isoterme e delle curve ad umidità relativa costante sul diagramma psicrometrico.

### Umidità specifica $\omega$

E' definita come la massa di vapor d'acqua contenuta nell'unità di massa di aria secca:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} \quad (2.2.2)$$

Si esprime in kg/kg; sul diagramma psicrometrico le curve ad umidità specifica costante sono segmenti di retta orizzontali ed i valori sono riportati in g/kg (Fig.2.2.2).

<sup>2</sup> In tab.2.1 sono riportati i valori di pressione di saturazione, in pascal, per l'acqua per temperature comprese tra  $-50^{\circ}\text{C}$  e  $50^{\circ}\text{C}$ , con passo di  $1^{\circ}\text{C}$ . Per temperature comprese tra  $-50^{\circ}\text{C}$  e  $0^{\circ}\text{C}$  il passaggio di fase avviene tra la fase solida e quella aeriforme, mentre nel campo tra  $0^{\circ}\text{C}$  e  $50^{\circ}\text{C}$  il passaggio di fase avviene tra la fase liquida e quella aeriforme. Tali valori coincidono, in quest'ultimo intervallo, con quelli riportati in Tab.1.1, con la differenza che, in tab. 1.1., i valori di temperatura sono riportati con passo di  $5,0^{\circ}\text{C}$  e le pressioni sono espresse in bar.

Applicando l'equazione di stato dei gas ideali a ciascun componente la miscela e dalla legge di Dalton, si ha:

$$\omega = 0,622 \cdot \frac{p_v}{p_a} = 0,622 \cdot \frac{\Phi \cdot p_{vs}}{p_{tot} - \Phi \cdot p_{vs}} \quad (2.2.3)$$

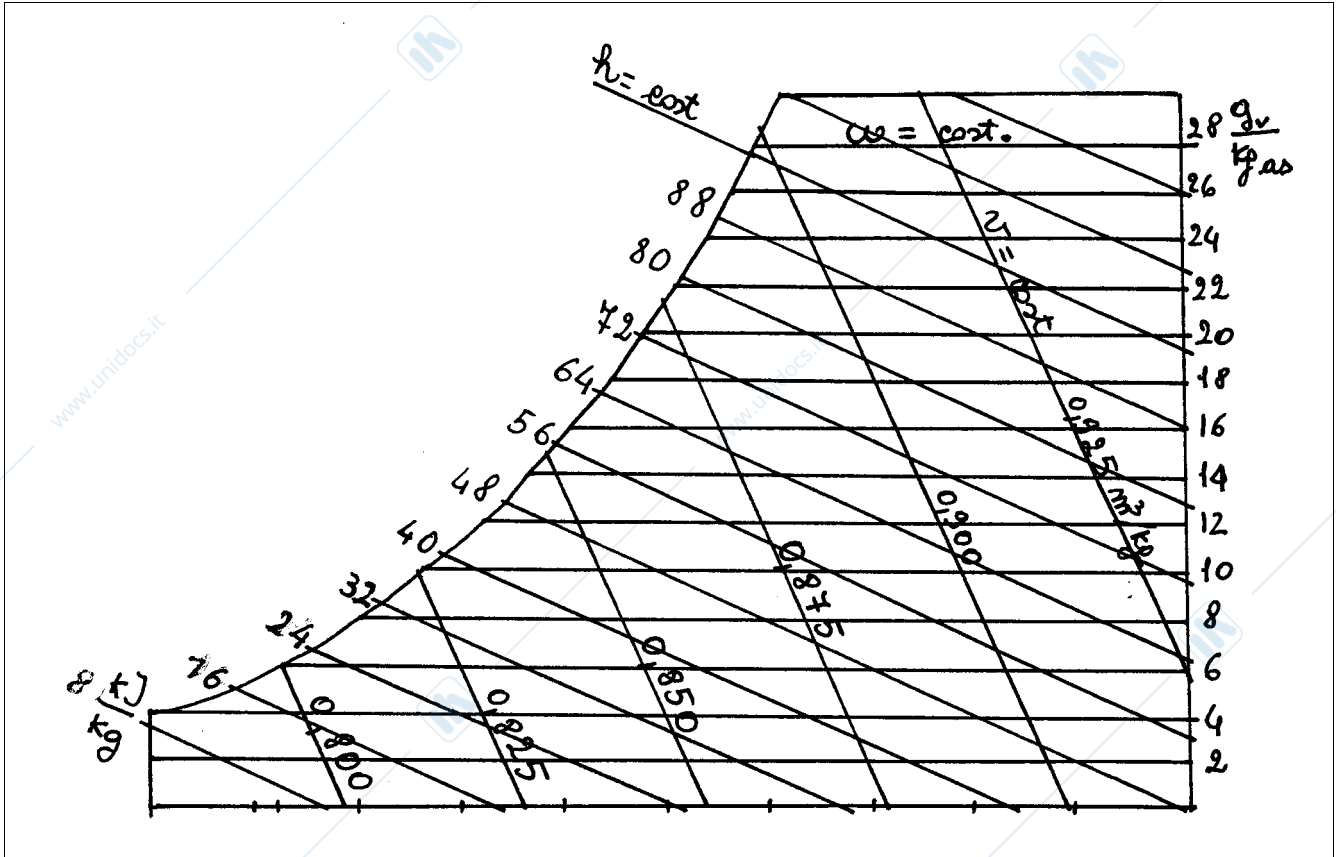


Fig.2.2.2 – Andamento delle isocore, delle isoentalpiche e delle curve ad umidità specifica costante sul diagramma psicrometrico.

### Volume specifico $v$

Il volume specifico dell'aria umida è definito come il **volume occupato dall'unità di massa dell'aria secca**, in quanto questa rimane costante durante le trasformazioni dell'aria umida, mentre la massa di vapore d'acqua può variare (umidificazione e deumidificazione). Pertanto il volume specifico dell'aria umida coincide con quello dell'aria secca:

$$v = v_a = \frac{V}{m_a} = \frac{R_a \cdot T}{p - p_v} = \frac{R_a \cdot T}{p - \Phi \cdot p_{vs}} \quad (2.2.4)$$

Con  $R_a$  ricavabile dalla tab.1.4 e pari a 287,13 J/kgK. L'andamento delle curve a volume specifico costante (isocore) è riportato in fig.2.2.2.

### Entalpia specifica $h$

Poiché l'entalpia è una grandezza estensiva, per la miscela aria umida può scriversi:

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v$$

e cioè l'entalpia totale dell'aria umida è la somma dell'entalpie dei due componenti.

L'entalpia specifica, per quanto già detto per il volume specifico, va riferita all'unità di massa di aria secca e pertanto:

$$h = \frac{H}{m_a} = \frac{m_a h_a + m_v h_v}{m_a} = h_a + \omega h_v \quad (2.2.5)$$

Per il calcolo dell'entalpia specifica dell'aria secca  $h_a$  e del vapore d'acqua  $h_v$  si ricordi che per entrambi i componenti dell'aria umida si è ipotizzato un comportamento di gas ideale, pertanto l'entalpia risulta funzione della sola temperatura. Per quanto riguarda l'aria secca, fissando a  $T_0 = 0^\circ\text{C}$  lo stato di riferimento con  $h_{a0} = 0 \text{ kJ/kgK}$ , si ha:

$$h_a - h_{a0} = c_{pa} \cdot (T - T_0)$$

e quindi, esprimendo  $T$  in  $^\circ\text{C}$ :

$$h_a = c_{pa} \cdot T \quad (2.2.6)$$

Il calore specifico a pressione costante dell'aria secca letto dalla tab.1.5 è di  $1,01 \text{ kJ/kgK}$ . Un valore più accurato, valido per il campo di temperature in esame è  $c_{pa} = 1,005 \text{ kJ/kgK}$ .

Per l'entalpia del vapor d'acqua occorre tenere presente che lo stato di riferimento è posto a  $0^\circ\text{C}$ , quando l'acqua è in condizioni di liquido saturo, come si constata dalla tab.1.1:  $h_l(0^\circ\text{C}) = 0 \text{ kJ/kgK}$ . Per valutare l'entalpia dell'acqua in fase aeriforme, ricordando che essa dipende dalla sola temperatura, è necessario considerare l'entalpia di passaggio di fase a  $0^\circ\text{C}$ , ossia la variazione di entalpia per passare dalla condizione di liquido saturo a vapore saturo secco:

$$\Delta h_{vs}(0^\circ\text{C}) = h_{vs}(0^\circ\text{C}) - h_l(0^\circ\text{C}) = h_{vs}(0^\circ\text{C})$$

ed a questa aggiungere la variazione di entalpia legata alla variazione di temperatura rispetto a  $0^\circ\text{C}$ :

$$h_v = \Delta h_{vs}(0^\circ\text{C}) + c_{pv} \cdot (T - T_0)$$

ossia, esprimendo  $T$  in  $^\circ\text{C}$ :

$$h_v = \Delta h_{vs}(0^\circ\text{C}) + c_{pv} \cdot T \quad (2.2.7)$$

Il valore di  $c_{pv}$ , dalla tabella 1.5 è pari a  $1,93 \text{ kJ/kgK}$ , ma è opportuno porre  $c_{pv} = 1,805 \text{ kJ/kgK}$ , valore più accurato rispetto al campo di temperature considerate; il valore di  $\Delta h_{vs}(0^\circ\text{C}) = h_{vs}(0^\circ\text{C})$  si ricava dalla tab. 1.1 ed è pari a  $2500,5 \text{ kJ/kg}$ .

Dalle (2.2.6) e (2.2.7) si ottiene:

$$h = h_a + \omega h_v = c_{pa} \cdot T + \omega \cdot (\Delta h_{vs} + c_{pv} \cdot T), \quad (2.2.8)$$

con  $T$  espressa in  $^\circ\text{C}$ .

Se si vuole calcolare la variazione di entalpia tra due stati termodinamici, dalla (2.2.8) si ha:

$$\begin{aligned} \Delta h &= h_2 - h_1 = c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + \omega_2 \cdot (\Delta h_{vs} + c_{pv} \cdot T_2) - \omega_1 \cdot (\Delta h_{vs} + c_{pv} \cdot T_1) = \\ &= c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + (\omega_2 - \omega_1) \cdot \Delta h_{vs} + c_{pv} (\omega_2 \cdot T_2 - \omega_1 \cdot T_1) \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

In particolare, se i due stati termodinamici sono caratterizzati dalla stesso valore di umidità specifica la (2.2.9) si semplifica nella:

$$\Delta h = c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + c_{pv} \cdot \omega \cdot (T_2 - T_1) \quad (2.2.10)$$

Nella (2.2.10) il termine  $c_{pv} \cdot \omega \cdot (T_2 - T_1)$  è numericamente piccolo rispetto a  $c_{pa} \cdot (T_2 - T_1)$  e, con una certa approssimazione, si ha:

$$\Delta h \cong c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) \quad (2.2.10)$$

### **Temperatura di saturazione adiabatica $T_s$ e temperatura di bulbo umido $T_{bu}$**

E' la temperatura alla quale si porta una corrente d'aria umida in uscita da un condotto adiabatico, di lunghezza infinita, nel quale essa venga saturata lambendo il pelo libero di una massa d'acqua costante presente sul fondo del condotto stesso ed alla temperatura  $T_s$ . L'ipotesi di condotto di lunghezza infinita consente di affermare che la temperatura dell'aria umida in uscita dal condotto stesso coincide con quella dell'acqua.

La temperatura di saturazione adiabatica è una proprietà di stato in quanto dipende dalla stato termodinamico della corrente d'aria umida in ingresso e nella pratica coincide con la temperatura di bulbo umido o di bulbo bagnato, misurata con lo psicrometro, sebbene quest'ultima, concettualmente, non sia una proprietà di stato. Le curve a temperatura di bulbo umido costante sul diagramma psicrometrico hanno un andamento molto prossimo a quello delle isoentalpiche.

### **Temperatura di rugiada $T_r$**

E la temperatura di una miscela di aria umida che ha raggiunto le condizioni di saturazione in seguito ad un raffreddamento a pressione e ad umidità specifica costanti. Le condizioni per il vapor d'acqua contenuto nell'aria umida sono quindi di incipiente condensazione. La determinazione della temperatura di rugiada si può effettuare analiticamente, con l'ausilio della tab.2.1, ricordando che:

$$p_v(T) = p_{vs}(T_r) \quad (2.2.11)$$

La temperatura di rugiada può essere anche determinata per via grafica, utilizzando il diagramma psicrometrico. Dal punto rappresentativo dello stato termodinamico (punto A in fig.2.2.3) si traccia un segmento di retta orizzontale nel verso delle temperature decrescenti fino all'intersezione con la curva di saturazione (punto R in fig.2.2.3), simulando così la trasformazione di raffreddamento ad umidità specifica e pressione costante che è alla base della definizione di  $T_r$ . La temperatura di bulbo asciutto in corrispondenza di detto punto d'intersezione rappresenta proprio il valore della temperatura di rugiada.

Tab.2.1 Temperature e pressioni di saturazione dell'acqua nell'intervallo  $-50^{\circ}\text{C} \div 50^{\circ}\text{C}$ 

Temperatura [°C]	Pressione [Pa]	Temperatura [°C]	Pressione [Pa]
-50	3,987	5	873,670
-48	5,507	6	934,514
-46	6,432	7	1001,223
-44	8,112	8	1070,708
-42	10,224	9	1147,222
-40	13,151	10	1229,471
-38	16,077	11	1311,719
-36	20,038	12	1401,571
-34	24,911	13	1496,712
-32	30,819	14	1597,425
-30	36,450	15	1707,219
-29	42,160	16	1817,013
-28	46,693	17	1936,496
-27	51,711	18	2062,729
-26	57,189	19	2196,038
-25	63,527	20	2339,826
-24	69,864	21	2483,614
-23	77,103	22	2642,701
-22	85,394	23	2808,242
-21	93,685	24	2986,646
-20	103,588	25	3173,458
-19	113,518	26	3360,269
-18	124,832	27	3564,378
-17	145,294	28	3779,021
-16	150,542	29	4004,702
-15	165,808	30	4248,293
-14	181,073	31	4491,884
-13	198,373	32	4754,332
-12	217,176	33	5029,914
-11	237,558	34	5319,042
-10	260,634	35	5630,141
-9	283,709	36	5941,239
-8	309,751	37	6275,257
-7	337,926	38	6625,390
-6	368,484	39	6992,182
-5	402,780	40	7385,414
-4	437,075	41	7778,646
-3	475,670	42	8200,145
-2	517,448	43	8640,878
-1	562,205	44	9101,652
0	609,407	45	9594,521
1	656,608	46	10087,390
2	705,427	47	10614,040
3	757,470	48	11164,060
4	812,824	49	11737,980
		50	12350,260

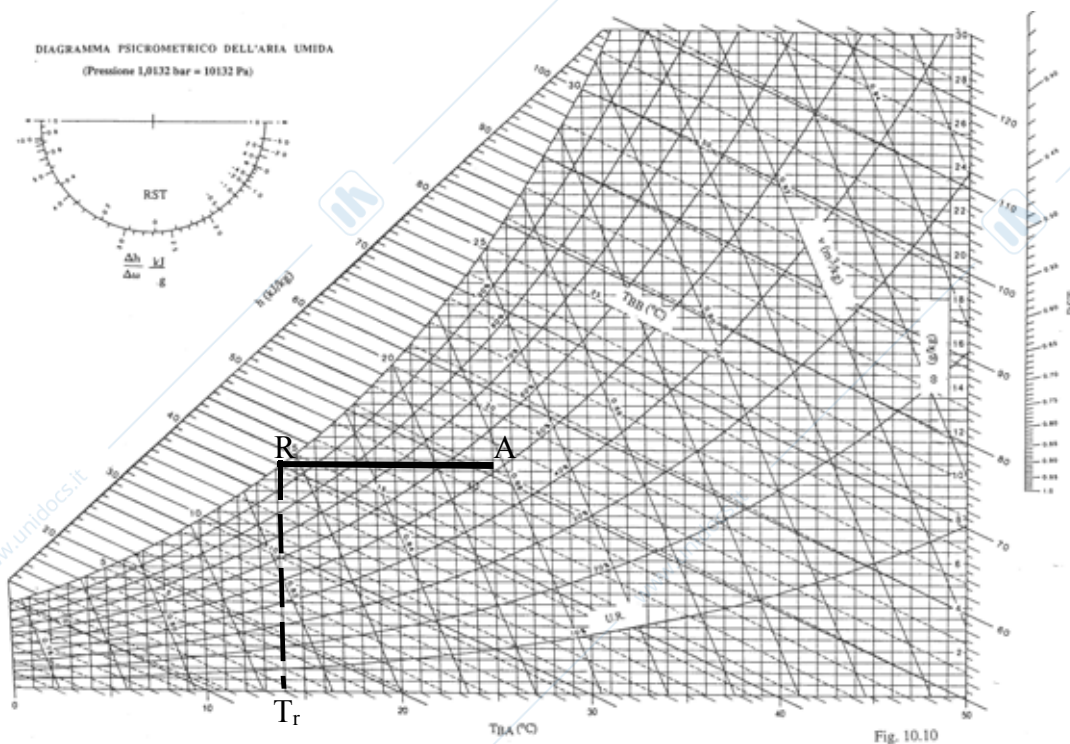


Fig.2.2.3 – Determinazione grafica della temperatura di rugiada

### 2.3 Le trasformazioni elementari

Nel seguito vengono trattate le più tipiche trasformazioni che l'aria umida subisce sia nei singoli componenti degli impianti di condizionamento che negli ambienti condizionati. In ambedue i casi si può individuare un volume di controllo, genericamente a più ingressi ed a più uscite, rispetto al quale possono scriversi i bilanci di energia e di massa.

Per quanto riguarda il bilancio di massa è necessario scrivere sia quello relativo all'aria secca, sia quello relativo al vapore d'acqua. La generica portata di vapore d'acqua,  $\dot{m}_v$ , si può esprimere come prodotto della corrispondente portata di aria secca per l'umidità specifica. Infatti si ha:

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a} \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_v = \dot{m}_a \cdot \omega$$

Nella zona superiore del diagramma psicrometrico, a sinistra, è riportato un settore circolare (goniometro, Fig.2.3.1) con due scale, una interna ed una esterna. Sull'esterno vi è la scala, espressa in kJ/g, relativa al rapporto  $\Delta h/\Delta \omega$  tra la differenza di entalpia e quella di umidità specifica. Tale rapporto rappresenta la pendenza di una generica trasformazione, per cui, come si vedrà in seguito, una volta nota la trasformazione che l'aria umida subisce si può valutarne la pendenza e tracciarla graficamente sul diagramma psicrometrico grazie proprio al suddetto settore circolare. Infatti, una volta noto il valore numerico di  $\Delta h/\Delta \omega$  basta renderlo omogeneo con le unità della scala del goniometro (il che si ottiene dividendolo per 1000, cioè trasformando kg in g): congiungendo il polo del settore circolare con il punto rappresentativo del valore di  $\Delta h/\Delta \omega$  così ottenuto si ricava la direzione della trasformazione subita dall'aria umida. La parallela a questa direzione può infine essere riportata sul diagramma a partire dal punto rappresentativo dello stato termodinamico di ingresso, ottenendo così la linea della trasformazione.

All'interno del goniometro è invece riportata una scala relativa al rapporto adimensionale  $\dot{Q}_s / \dot{Q}_{tot}$  tra il calore sensibile e quello totale, inteso come somma del calore sensibile e di quello latente. Tale rapporto, molto usato nella progettazione degli impianti di condizionamento termoigrometrico, consente di ricavare, con procedura analoga a quella precedentemente illustrata, la pendenza e quindi la direzione di una trasformazione relativa a una corrente di aria umida immessa in un ambiente condizionato.

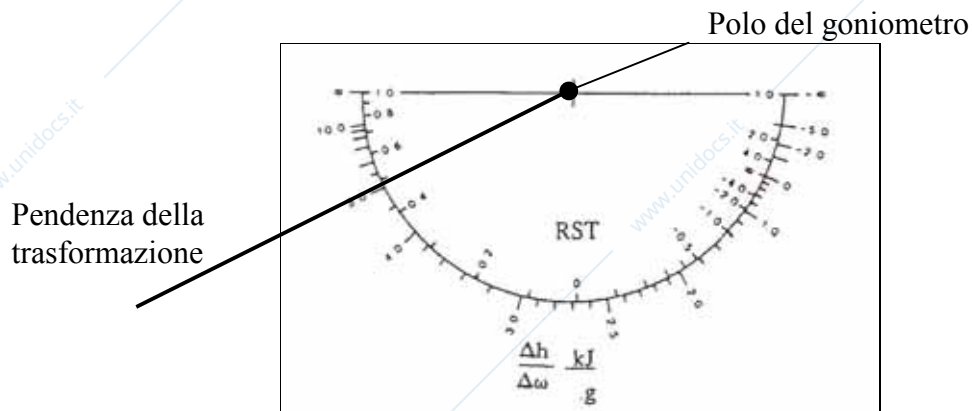


Fig.2.3.1 – Goniometro

### 2.3.1 Riscaldamento ad umidità specifica costante ( $\omega = \text{cost}$ )

La trasformazione di riscaldamento ad umidità specifica costante, o semplice riscaldamento, è rappresentata sul diagramma psicrometrico (Fig. 2.3.1.1) da una linea orizzontale. La Fig. 2.3.1.2 mostra schematicamente il componente dell'impianto di condizionamento preposto a realizzare tale trasformazione di riscaldamento. La corrente d'aria umida in ingresso (caratterizzata dalle proprietà  $\dot{m}_1$ ,  $h_1$ ,  $\omega_1$ ) lambendo una serpentina di scambio termico entro cui fluisce un fluido riscaldante, riceve la potenza termica che determinerà l'aumento di temperatura della corrente.

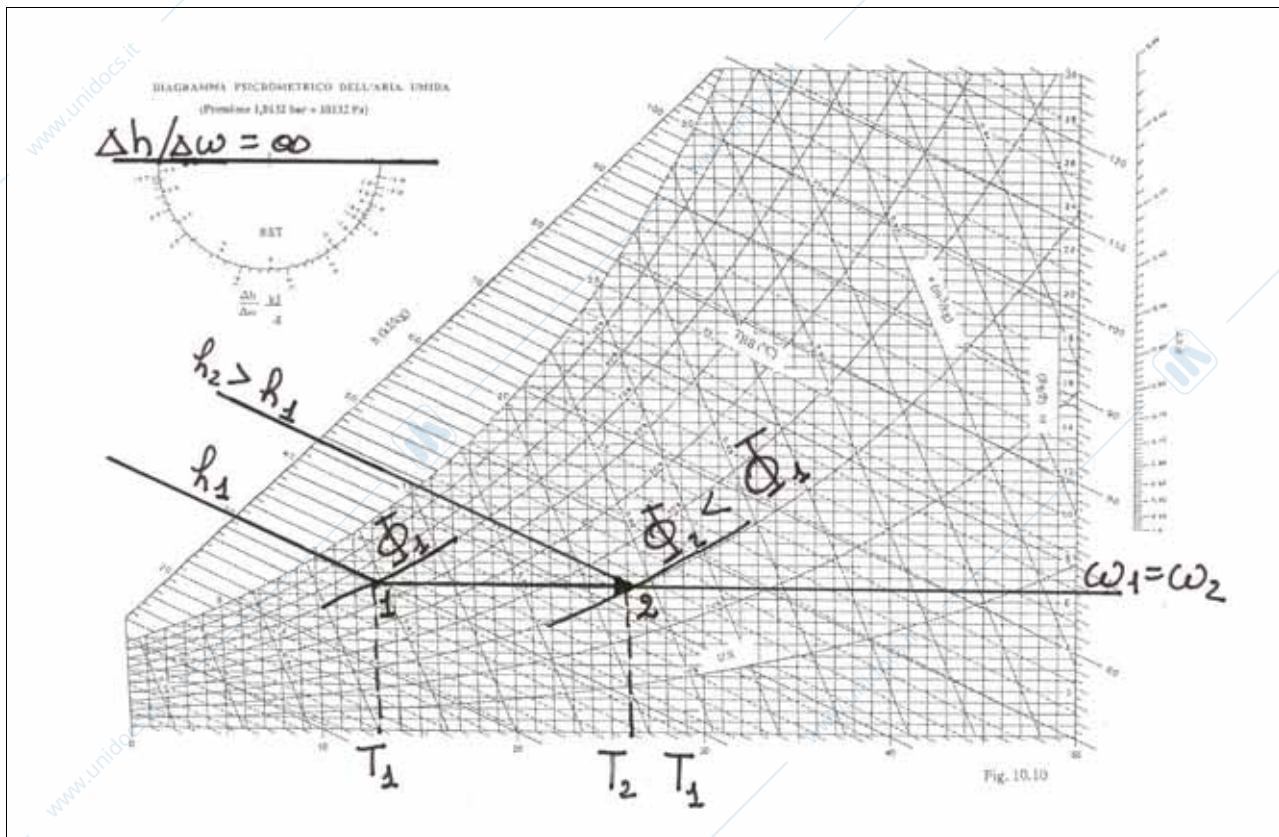


Fig.2.3.1.1 – Riscaldamento ad umidità specifica costante

In condizioni di regime permanente i bilanci di massa riferiti rispettivamente all'aria secca ed al vapore d'acqua sul volume di controllo delimitato dalle pareti del componente e dalle sezioni d'ingresso ed uscita 1 e 2, forniscono:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad (2.3.1.1)$$

$$\dot{m}_a \omega_1 = \dot{m}_a \omega_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega \Rightarrow \Delta\omega = 0 \quad (2.3.1.2)$$

Il bilancio di energia sullo stesso sistema fornisce:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_a h_2 \quad (2.3.1.3)$$

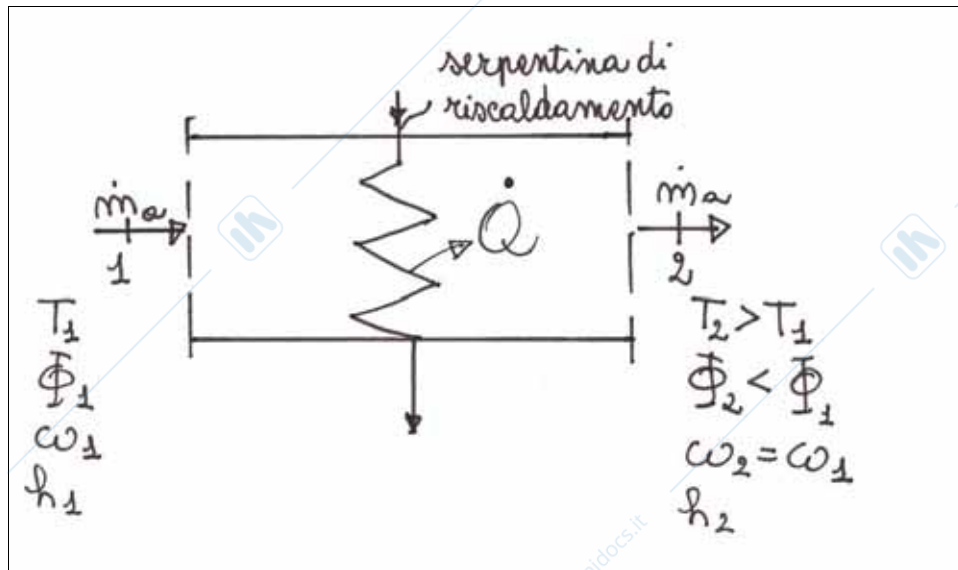


Fig.2.3.1.2 – Schema di componente per il semplice riscaldamento

e dunque:

$$\begin{aligned} \Delta h = h_2 - h_1 &= \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a} = c_{pa} \cdot T_2 + \omega \cdot (\Delta h_{vs} + c_{pv} \cdot T_2) - c_{pa} \cdot T_1 + \omega \cdot (\Delta h_{vs} + c_{pv} \cdot T_1) = \\ &= c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + \omega \cdot c_{pv} \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (2.3.1.4)$$

Poiché la potenza termica è positiva, in quanto somministrata alla corrente, risulta che la temperatura in uscita dal componente è maggiore di quella in ingresso, come si legge dal diagramma psicrometrico (fig. 2.1.3.1). Dal diagramma si evince inoltre che la trasformazione di riscaldamento ad umidità specifica costante comporta una diminuzione di umidità relativa.

La pendenza della trasformazione di riscaldamento con umidità specifica costante ( $\Delta\omega = 0$ ), si ottiene dal rapporto:

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = \frac{\dot{Q}/\dot{m}_a}{0} = \infty \quad (2.3.1.5)$$

La trasformazione, come risulta evidente dall'esame del settore circolare del diagramma, ha andamento orizzontale. A tale conclusione si poteva giungere semplicemente osservando che le curve ad umidità specifica costante sul diagramma psicrometrico sono orizzontali.

## Applicazioni numeriche

### Problema 2.3.1.1

Una portata di  $3,00 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, alla temperatura di  $10,0^\circ\text{C}$  con umidità relativa del 60%, attraversa una unità di trattamento dove viene riscaldata, ad umidità specifica costante, sino alla temperatura di  $25,0^\circ\text{C}$ .

Nell'ipotesi in cui il sistema sia in regime stazionario, si calcoli la potenza termica somministrata.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 3,0 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h} = 8,33 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$T_1 = 10,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 60\%$$

$$w_1 = w_2$$

$$T_2 = 25,0^\circ\text{C}$$

#### INCOGNITE

### SOLUZIONE

Con riferimento alla Fig. 2.3.1.2 ed all'equazione di bilancio di energia (2.3.1.3) si ricava:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1)$$

Dal diagramma psicrometrico di Fig. 2.3.1.1.1 si leggono i seguenti valori delle proprietà dell'aria umida in ingresso (punto 1):

$$\omega_1 = \omega_2 = 4,5 \text{ g/kg};$$

$$v_1 = 0,808 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 21,3 \text{ kJ/kg}$$

Lo stato termodinamico della corrente di aria umida in uscita dall'unità di trattamento (punto 2 in Fig. 2.3.1.1.1) si ottiene graficamente dal diagramma psicrometrico, tracciando l'orizzontale ( $\omega_1 = \omega_2$ ) per il punto 1 fino all'intersezione con l'isoterma  $T_2 = 25,0^\circ\text{C}$ , ricavando così:

$$h_2 = 36,5 \text{ kJ/kg}$$

La portata massica della corrente d'aria umida vale:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{8,33 \cdot 10^{-1}}{0,808} = 1,03 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

e quindi:

$$\dot{Q} = 1,03 \cdot (36,5 - 21,3) = 1,57 \cdot 10^1 \text{ kJ/s} = 15,7 \text{ kW}$$

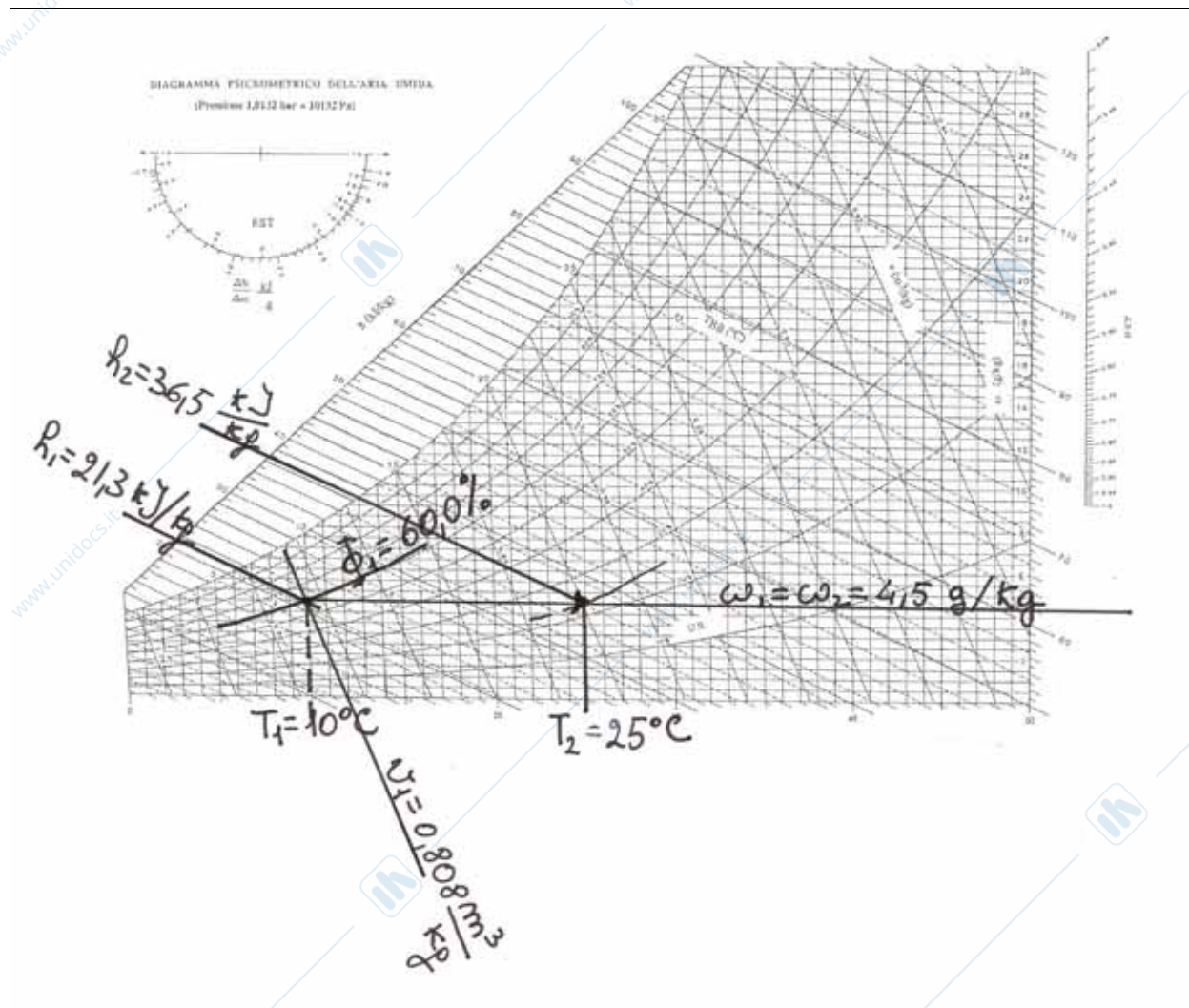


Fig.2.3.1.1.1

**Problema 2.3.1.2**

Ad una portata di aria umida di  $1,0 \cdot 10^4$  kg/h vengono somministrati, ad umidità specifica costante, 60,0 kW. All'uscita dall'unità di trattamento si misura una temperatura di  $35,0^\circ\text{C}$  ed una umidità relativa del 20%.

Nell'ipotesi in cui il sistema sia in regime stazionario, si calcolino la temperatura ed il grado igrometrico in ingresso.

**DATI**

$$\dot{m}_a = 1,0 \cdot 10^4 \text{ kg/h} = 2,8 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = 60,0 \text{ kW}$$

$$T_2 = 35,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 20\%$$

**INCOGNITE**

$$T_1$$

$$\Phi_1$$

**SOLUZIONE**

L'equazione di bilancio di energia (2.3.1.3) fornisce, applicando la (2.2.10):

$$\dot{Q} = \dot{m}_a (h_2 - h_1) = \dot{m}_a [c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + \omega \cdot c_{pv} \cdot (T_2 - T_1)]$$

da cui:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a} = (c_{pa} + \omega \cdot c_{pv}) \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_1 = T_2 - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a \cdot (c_{pa} + \omega \cdot c_{pv})} \cong T_2 - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a \cdot c_{pa}}$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$T_1 = 35 - \frac{60,0}{1,005 \cdot 2,8} = 35 - 21 = 14^\circ\text{C}$$

Per calcolare il grado igrometrico in uscita si ricorre al diagramma psicrometrico (Fig. 2.3.1.2.1): infatti, tracciando l'orizzontale per il punto 2 fino all'intersezione con l'isoterma  $T_1 = 14^\circ\text{C}$  s'individua il punto 1, da cui:

$$\Phi_1 = 70\% = 0,70$$

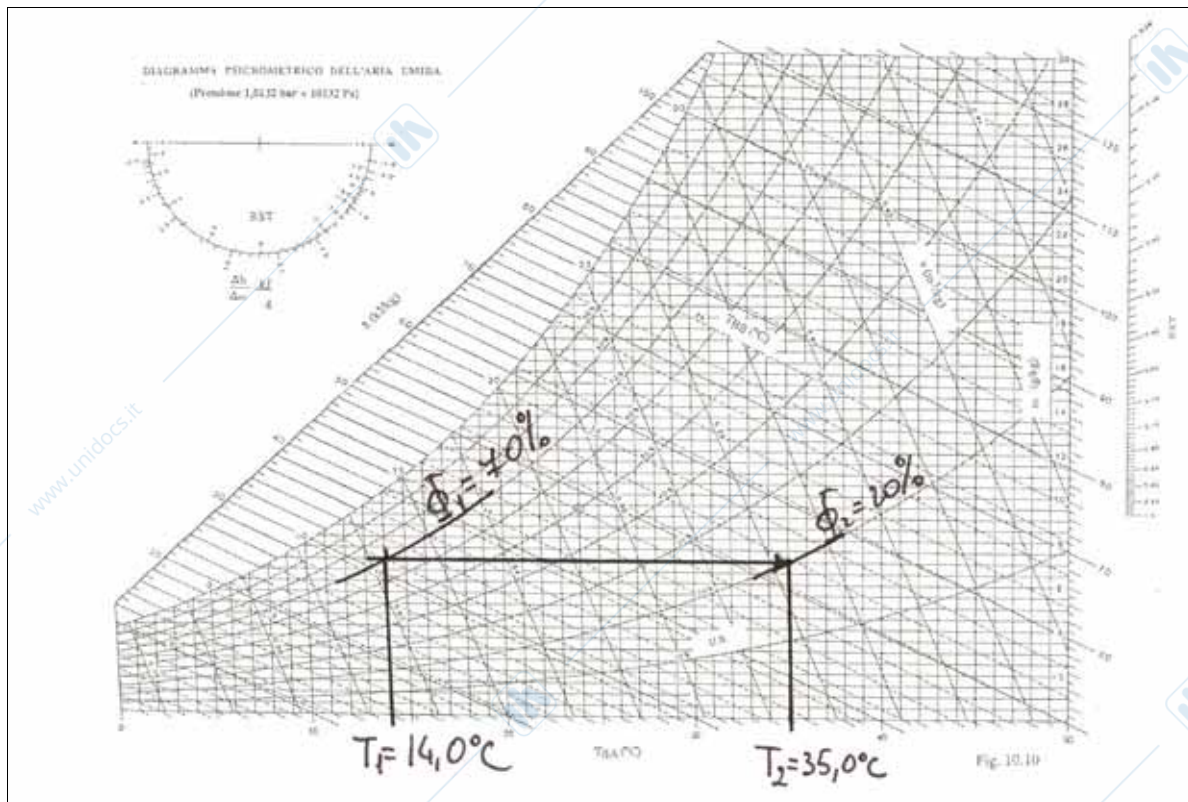


Fig. 2.3.1.2.1

### 2.3.2 Raffreddamento ad umidità specifica costante e con deumidificazione.

Nella trasformazione di raffreddamento possono verificarsi i seguenti casi:

- la temperatura in uscita  $T_2$  della corrente di aria umida è maggiore o uguale di quella di rugiada della miscela, calcolata nelle condizioni d'ingresso (semplice raffreddamento),
- la temperatura in uscita  $T_2$  della corrente di aria umida è minore di quella di rugiada della miscela, calcolata nelle condizioni d'ingresso, (raffreddamento con deumidificazione).

Per il primo caso la trasformazione è rappresentata in Fig.(2.3.2.1) e lo schema del componente dell'impianto di condizionamento preposto a realizzare tale trasformazione di semplice raffreddamento è quello illustrato in Fig. 2.3.2.2.

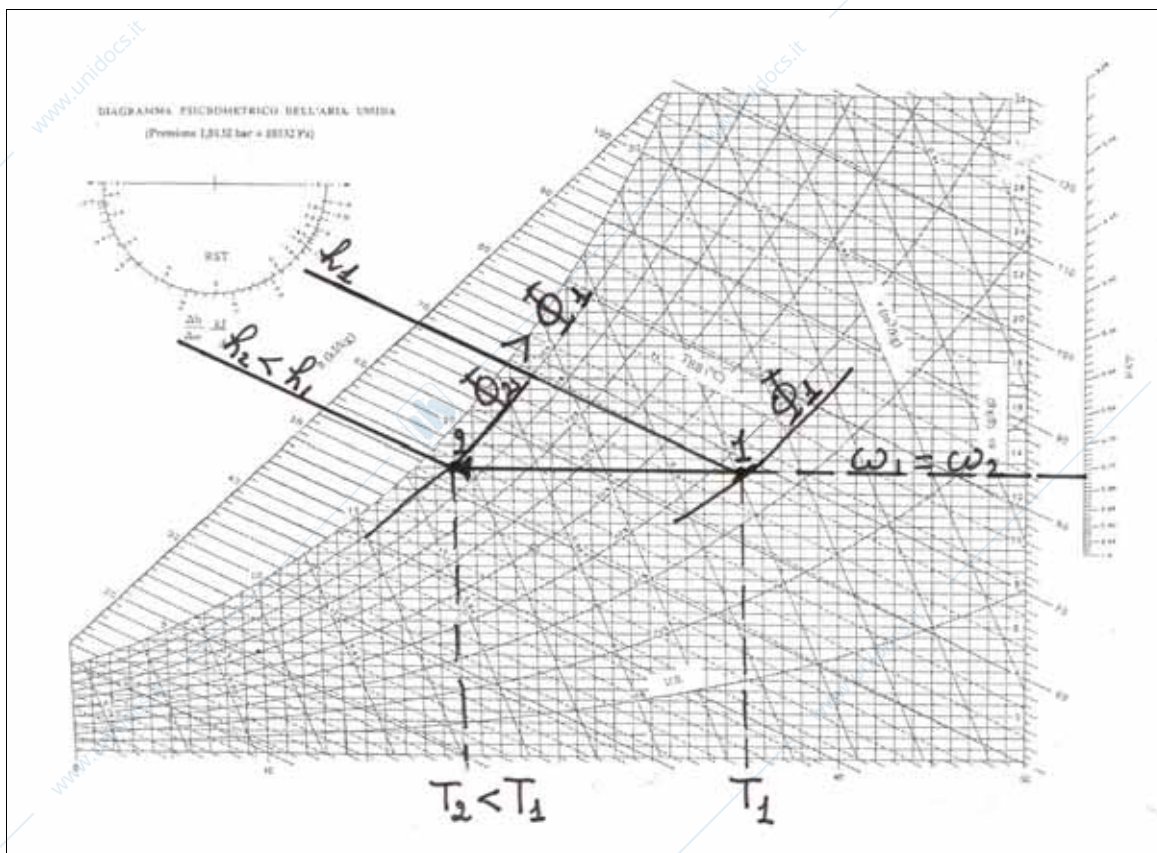


Fig.2.3.2.1 – Semplice raffreddamento

La corrente di aria umida in ingresso, nel caso a) (caratterizzata dalle proprietà  $\dot{m}_a$ ,  $h_1, v_1, \omega_1$ ) lambendo una serpentina di scambio termico entro cui fluisce un fluido refrigerante, cede energia termica al fluido stesso, raffreddandosi.

In condizioni di regime permanente il bilancio di energia sul volume di controllo delimitato dalle pareti del componente e dalle sezioni d'ingresso ed uscita 1 e 2 (Fig. 2.3.2.2), fornisce:

$$\dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a h_2 + |\dot{Q}| \quad (2.3.2.1)$$

da cui

$$\Delta h = h_2 - h_1 = -\frac{|\dot{Q}|}{\dot{m}_a} \quad (2.3.2.2)$$

Nelle precedenti relazioni si considera il valore assoluto della potenza termica in quanto, com'è noto, per convenzione, la potenza termica sottratta al sistema si ritiene negativa mentre al secondo membro dell'equazione di bilancio di energia (2.3.2.1) deve comparire la somma dei moduli delle energie in uscita dal sistema.

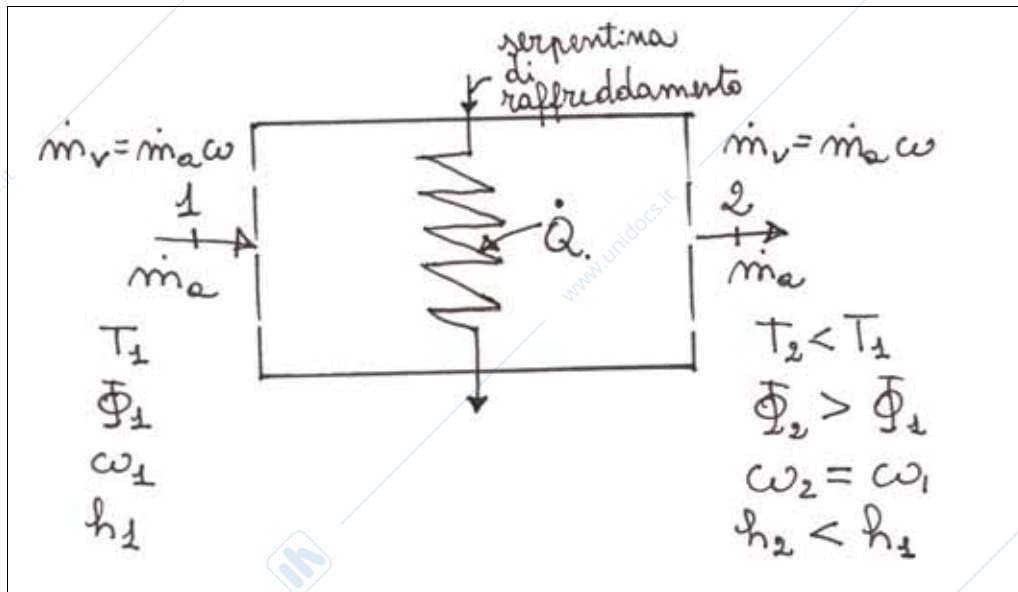


Fig.2.3.2.2 – Schema di un componente per il semplice raffreddamento

I bilanci di massa sull'aria secca e sul vapore d'acqua sono:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad (2.3.2.3)$$

$$\dot{m}_a \omega_1 = \dot{m}_a \omega_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega \Rightarrow \Delta\omega = 0 \quad (2.3.2.4)$$

La (2.3.2.2) evidenzia che, in seguito al raffreddamento la corrente di aria umida subisce una diminuzione di entalpia ( $\Delta h < 0$ ,  $h_2 < h_1$ ) e quindi una diminuzione di temperatura ( $\Delta T < 0$ ,  $T_2 < T_1$ ). Dalla Fig. 2.3.2.1 si deduce, inoltre, che le trasformazioni di raffreddamento ad umidità specifica costante, comportano incrementi di umidità relativa  $\Phi_2 > \Phi_1$ .

La pendenza della trasformazione di raffreddamento ad umidità specifica costante si ottiene dal rapporto  $\Delta h / \Delta\omega$ , pertanto dalle (2.3.2.2) e (2.3.2.4) si avrà:

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = \frac{|\dot{Q}| / \dot{m}_a}{0} = \infty \quad (2.3.2.5)$$

La trasformazione, come risulta evidente dall'esame del settore circolare, ha andamento orizzontale. A tale conclusione si poteva giungere semplicemente osservando che le linee ad umidità specifica costante sul diagramma psicrometrico sono orizzontali.

Per il caso b) ( $T_2 < T_r$ ) la trasformazione di raffreddamento con deumidificazione è rappresentata in Fig. 2.3.2.3, e lo schema del componente dell'impianto di condizionamento preposto a realizzarla è quello di Fig. 2.3.2.4.

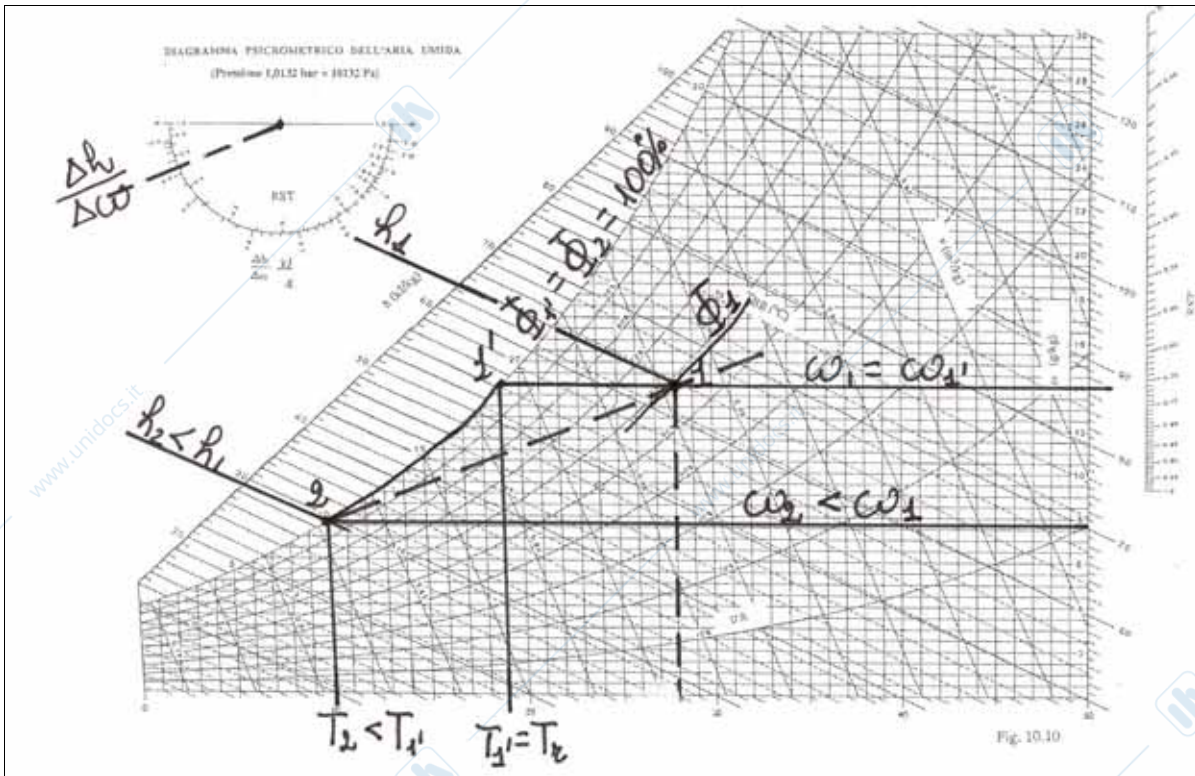


Fig.2.3.2.3 – Raffreddamento con deumidificazione

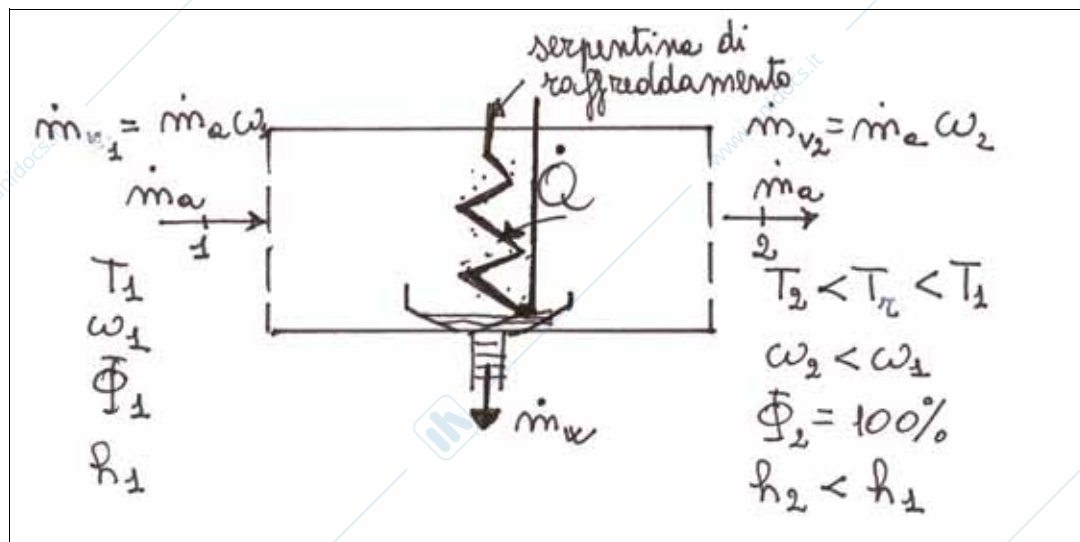


Fig.2.3.2.4 – Schema di un componente per il raffreddamento con deumidificazione

La corrente di aria umida in ingresso, caratterizzata dalle proprietà  $\dot{m}_a$ ,  $h_1$ ,  $\omega_1$ , lambendo la serpentina di scambio termico entro cui fluisce il fluido refrigerante, si raffredda fino alla temperatura  $T_2$  secondo il percorso 1—1'—2 mostrato in Fig. 2.3.2.3.

In particolare nel tratto 1 — 1' la trasformazione è a pendenza orizzontale, con umidità specifica

costante, sino ad intersecare la curva di saturazione. Nel tratto 1' — 2 la trasformazione segue la curva di saturazione ( $\Phi = 100\%$ ) fino all'intersezione con l'isoterma relativa alla temperatura in uscita ( $T_2 = \text{cost}$ ), ottenendo così una riduzione dell'umidità specifica ( $\omega_2 < \omega_1$ ) e quindi una deumidificazione.

In condizioni di regime permanente, i bilanci di massa sul volume di controllo delimitato dalle pareti del componente e dalle sezioni d'ingresso e di uscita 1 e 2 (Fig. 2.3.2.4) forniscono:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad (2.3.2.6)$$

$$\dot{m}_a \omega_1 = \dot{m}_a \omega_2 + \dot{m}_w \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 - \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \Rightarrow \Delta\omega = -\frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.2.7)$$

Il bilancio di energia, sempre riferito al medesimo volume di controllo, si scrive:

$$\dot{m}_a h_1 = \dot{m}_a h_2 + |\dot{Q}| + \dot{m}_w h_w \quad (2.3.2.8)$$

da cui :

$$\Delta h = h_2 - h_1 = -\frac{|\dot{Q}| + \dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.2.9)$$

Come evidenziato dalla (2.3.2.7) nel caso b) il componente dell'impianto di condizionamento deve prevedere un raccogliatore-scaricatore di condensa (Fig. 2.3.2.4), per realizzare l'uscita dal sistema della condensa,  $\dot{m}_w$ .

Dalla (2.3.2.9) e dall'esame della Fig. 2.3.2.3 si ricava che nella trasformazione di raffreddamento tipo b), la corrente di aria umida subisce una diminuzione di entalpia, temperatura ed umidità specifica.

La pendenza della trasformazione di raffreddamento con deumidificazione si ottiene dal rapporto  $\Delta h/\Delta\omega$ :

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = \frac{|\dot{Q}| + \dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} \cdot \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_w} = \frac{|\dot{Q}|}{\dot{m}_w} + h_w \quad (2.3.2.10)$$

Il valore numerico della pendenza ottenibile dalla precedente relazione consente di individuare un punto sul settore circolare, letto sulla scala esterna. Congiungendo il polo con detto punto si ottiene un segmento : tracciando la parallela a tale segmento dal punto 2 (Fig. 2.3.2.3), fino all'intersezione con l'isoterma  $T_2 = \text{cost}$ , si ottiene l'andamento della trasformazione 1 — 2, mostrato in Fig. 2.3.2.3 con la linea tratteggiata.

## Applicazioni numeriche

### Problema 2.3.2.1

Una portata di  $1,5 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, alla temperatura di  $25^\circ \text{C}$  con umidità relativa del 50%, deve essere raffreddata sino alla temperatura di  $14^\circ \text{C}$ .

Nell'ipotesi in cui il sistema sia in regime stazionario, si calcoli la potenza termica da sottrarre (potenza frigorifera) per effettuare tale raffreddamento.

#### DATI

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= 1,5 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h} = 4,2 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s} \\ T_1 &= 25^\circ \text{C} \\ \Phi_1 &= 50\% \\ T_2 &= 14^\circ \text{C}\end{aligned}$$

#### INCOGNITE

$$\dot{Q}$$

#### SOLUZIONE

Per sapere se il raffreddamento imposto all'aria umida è o meno con deumidificazione è necessario verificare se  $T_2 < T_r$ . La temperatura di rugiada della miscela nelle condizioni assegnate si può ricavare sia analiticamente che graficamente.

Analiticamente dalla (2.1), e dalle Tab. 2.1 si ha:

$$p_v(25^\circ \text{C}) = p_{vs}(25^\circ \text{C}) \cdot \Phi = 3173,5 \cdot 0,50 = 1586,5 \text{ bar}$$

Entrando con tale valore nella seconda colonna della Tab. 2.1 si ricava per la (2.2.8), interpolando tra  $T_1 = 13^\circ \text{C}$  e  $T_2 = 14^\circ \text{C}$ :

$$p_{vs1} = p_{vs}(T_1) = 1496,7 \text{ Pa}$$

$$p_{vs2} = p_{vs}(T_2) = 1597,4 \text{ Pa}$$

$$T_r = T_1 + \frac{p_{vs}(T) - p_{vs}(T_1)}{p_{vs}(T_2) - p_{vs}(T_1)} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_r = 13 + \frac{1586,5 - 1496,7}{1597,4 - 1496,7} \cdot 1 = 13,9^\circ \text{C}$$

Graficamente la determinazione di  $T_r$  si ottiene dal diagramma psicrometrico di Fig. 2.3.2.1.1 e dalla definizione della temperatura di rugiada. Infatti, considerando il punto rappresentativo dello stato termodinamico in ingresso, si deve intersecare la curva ad umidità specifica costante passante per esso con la curva di saturazione. Essendo la temperatura in uscita dal sistema non inferiore a quella di rugiada, il raffreddamento avviene senza deumidificazione:  $\omega_1 = \omega_2$ .

La potenza termica sottratta alla corrente di aria umida si ricava dal bilancio di energia (2.3.2.1):

$$|\dot{Q}| = \dot{m}_a (h_1 - h_2)$$

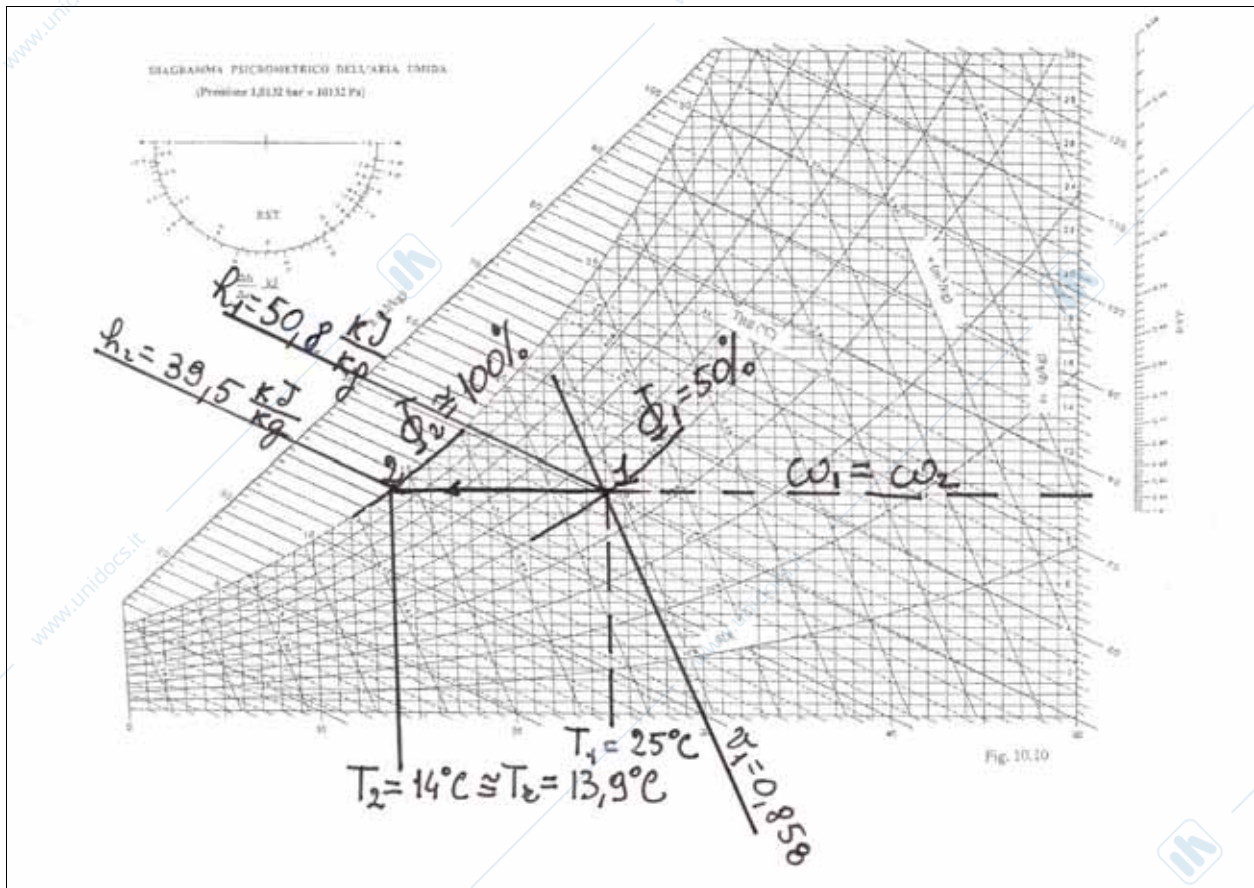


Fig.2.3.2.1.1

La portata massica di aria secca si ricava da quella volumetrica in ingresso, una volta valutato il volume specifico mediante il diagramma psicrometrico (Fig.2.3.2.1.1), individuando l'isocora che passa per il punto 1 ( $T_1 = 25,0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Phi_1 = 50\%$ ):

$$v_1 = 0,858 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

In alternativa è possibile calcolare il volume specifico analiticamente applicando la (2.2.4):

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_t - p_{v1}} = \frac{287,13 \cdot (273,15 + 25)}{101325 - 1586,5} = 0,858 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0,42}{0,858} = 0,49 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

I valori di entalpia, ad inizio e fine trasformazione, letti da diagramma psicrometrico valgono:

$$h_1 = 50,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \qquad h_2 = 39,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

e dunque:

$$h_1 - h_2 = 50,8 - 39,5 = 11,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Per via analitica è possibile valutare direttamente la differenza di entalpia, applicando la (2.2.10):

$$\Delta h = c_{pa} \cdot (T_2 - T_1) + c_{pv} \cdot \omega \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\begin{aligned} \Delta h &= 1,005 \cdot (25 - 14) + 1,805 \cdot 10,5 \cdot 10^{-3} \cdot (25 - 14) = \\ &= 11,055 + 0,208 = 11,26 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

La lieve differenza riscontrabile tra i valori di  $\Delta h$  ricavati analiticamente e graficamente è dovuto alle inevitabili imprecisioni di lettura connesse all'uso del diagramma e al fatto che le proprietà riportate sul diagramma non sono valutate adottando l'ipotesi di gas a comportamento ideale.

$$|\dot{Q}| = 0,49 \cdot 11,26 = 5,52 \text{ kW}$$

La potenza frigorifera necessaria per effettuare la trasformazione è quindi 5,52 kW. In alternativa si può affermare che la potenza termica scambiata tra sistema ed ambiente è di -5,52 kW in accordo con la convenzione di considerare negativa la potenza termica uscente dal sistema.

### Problema 2.3.2.2

Una portata di  $3,00 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, inizialmente alla temperatura di  $32,0^\circ\text{C}$  con umidità relativa del 60% viene raffreddata e deumidificata. La temperatura in uscita è di  $10,0^\circ\text{C}$  ed il grado igrometrico del 100%

Nell'ipotesi in cui il sistema sia in regime permanente, si calcolino la potenza termica sottratta (potenza frigorifera) e la portata di acqua in uscita, ipotizzando che essa sia alla stessa temperatura dell'aria.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 3,00 \cdot 10^4 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 8,33 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_1 = 32,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 60\%$$

$$T_2 = 10,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 100\%$$

#### INCOGNITE

$$\dot{Q}$$

$$\dot{m}_w$$

#### SOLUZIONE

Dal diagramma psicrometrico, una volta individuati i punti rappresentativi degli stati termodinamici 1 e 2, possono essere letti i valori delle seguenti proprietà:

$$\omega_1 = 18,1 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,899 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 78,5 \text{ kJ/kg}$$

$$\omega_2 = 7,7 \text{ g/kg}$$

$$h_2 = 29,3 \text{ kJ/kg}$$

Il bilancio di massa riferito all'aria secca fornisce:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\text{con } \dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{8,33}{0,899} = 9,26 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Dal bilancio di massa riferito all'acqua si ottiene:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot (\omega_1 - \omega_2)$$

E dunque:

$$\dot{m}_w = 9,26 \cdot (18,1 - 7,7) \cdot 10^{-3} = 96,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Il bilancio di energia per il trattamento di raffreddamento con deumidificazione fornisce:

$$|\dot{Q}| = \dot{m}_a (h_1 - h_2) - \dot{m}_w h_w$$

Nell'ipotesi assunta in cui la portata d'acqua liquida in uscita abbia la stessa temperatura dell'aria in uscita, si può valutare l'entalpia  $h_w$  dalla tabella 1.1, leggendo il valore di entalpia di liquido saturo alla temperatura d'uscita, in questo caso  $T_w = T_2 = 10,0^\circ\text{C}$ :

$$h_w = h_1(T = 10^\circ\text{C}) = 42,03 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

In alternativa è possibile calcolare l'entalpia mediante la relazione valida per la fase liquida, considerando lo stato di riferimento a  $0^\circ\text{C}$ :

$$h_w = c \cdot (T_w - T_0) = 4,2 \cdot 10 = 42 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

essendo  $c = 4,2 \text{ kJ/kgK}$  il calore specifico dell'acqua in fase liquida, ricavabile dalla tabella 1.6.

Si ha quindi:

$$|\dot{Q}| = 9,26 \cdot (78,5 - 29,3) - 96,3 \cdot 10^{-3} \cdot 42 = 451,5 \text{ kW}$$

La pendenza di questa trasformazione di raffreddamento con deumidificazione è pari a:

$$\frac{\Delta h}{\Delta \omega} = \frac{|\dot{Q}|}{\dot{m}_w} + h_w = \frac{451,5}{96,3 \cdot 10^{-3}} + 42 = 4,7 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 4,7 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

Congiungendo il polo del goniometro del diagramma psicrometrico (Fig. 2.3.2.2.1) con il punto corrispondente al valore del  $\Delta h/\Delta \omega$  sopra ricavato, letto sulla scala esterna, si ottiene un segmento che fornisce la direzione della trasformazione: la parallela a tale direzione condotta per il punto 1 rappresenta la congiungente dei punti rappresentativi degli stati termodinamici d'ingresso e d'uscita, e quindi passa per il punto 2, posto sulla curva di saturazione con temperatura di bulbo asciutto pari a  $10,0^\circ\text{C}$ .

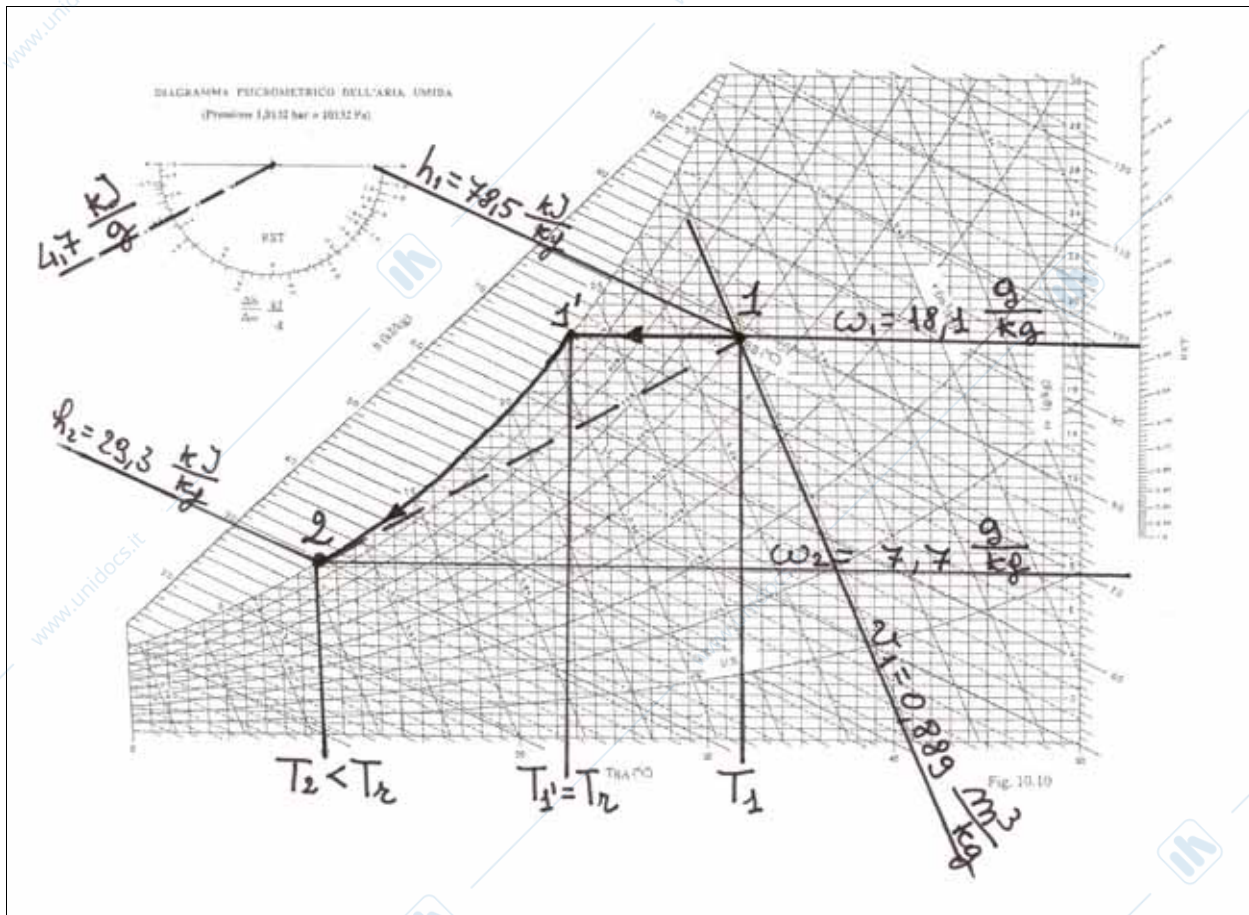


Fig.2.3.2.2.1

### Problema 2.3.2.3

Una portata di  $7,5 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, inizialmente alla temperatura di  $25,0^\circ\text{C}$  con umidità relativa del 70% viene inviata ad una unità di trattamento in cui subisce un raffreddamento con deumidificazione, ed un postriscaldamento. La temperatura in uscita è di  $20,0^\circ\text{C}$  con grado igrometrico del 40%.

Nell'ipotesi di regime stazionario, si calcolino:

- la potenza frigorifera necessaria al raffreddamento con deumidificazione;
- la portata d'acqua condensata, nell'ipotesi che questa sia alla temperatura dell'aria umida nelle condizioni di saturazione precedenti al postriscaldamento;
- la potenza termica necessaria al postriscaldamento.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 7,5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 2,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_1 = 25,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 70\%$$

$$T_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 40\%$$

#### INCOGNITE

$$\dot{Q}$$

$$\dot{m}_w$$

$$\dot{Q}_{pr}$$

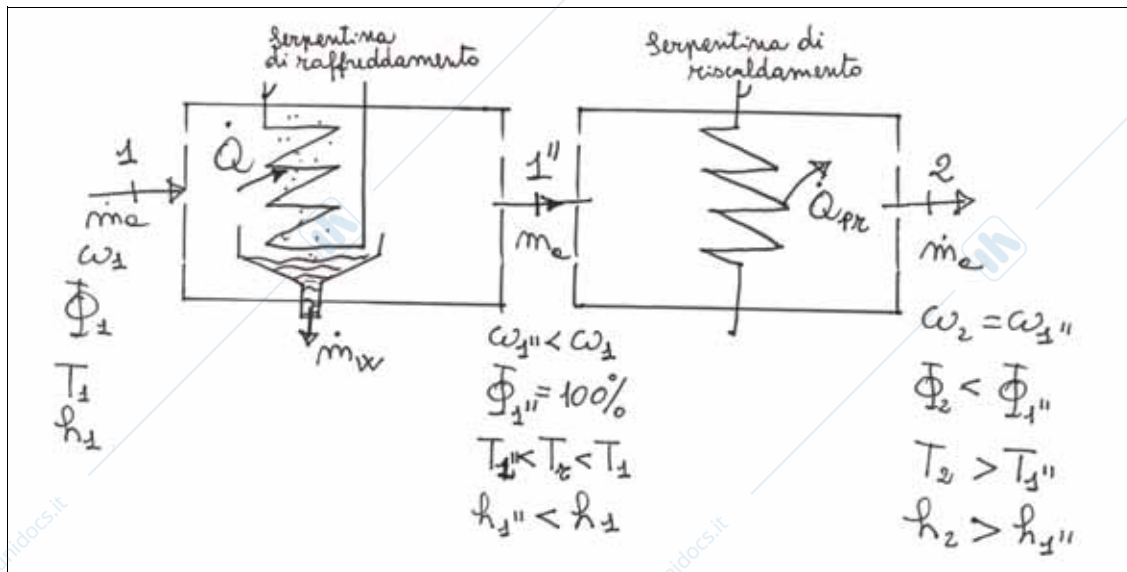


Fig.2.3.2.3.1

## SOLUZIONE

In Fig.2.3.2.3.1 è riportato uno schema delle batterie di raffreddamento e deumidificazione e postiscaldamento. Sul diagramma psicrometrico (Fig.2.3.2.3.2) sono individuati i punti rappresentativi degli stati termodinamici d'ingresso ed uscita dalla batteria in cui avviene il raffreddamento con deumidificazione (trasformazione 1-1''):

$$\begin{array}{lll} \omega_1 = 14 \text{ g/kg} & v_1 = 0,863 \text{ m}^3/\text{kg} & h_1 = 60,9 \text{ kJ/kg} \\ \omega_{1''} = 5,75 \text{ g/kg} & T_{1''} = 5,8^\circ\text{C} & h_{1''} = 20,8 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

*Trasformazione di raffreddamento con deumidificazione (1 — 1' — 1'')*:

I bilanci di massa relativi all'aria secca ed all'acqua forniscono:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{a1} &= \dot{m}_{a1''} = \dot{m}_a \\ \dot{m}_a &= \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{2,1}{0,863} = 2,43 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot (\omega_1 - \omega_{1''}) = 2,43 \cdot (14,0 - 5,75) \cdot 10^{-3} = 20,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

La potenza frigorifera necessaria al raffreddamento con deumidificazione si calcola mediante l'equazione di bilancio di energia sullo stesso sistema:

$$|\dot{Q}| = \dot{m}_a (h_1 - h_{1''}) - \dot{m}_w h_w$$

L'entalpia  $h_w$  è pari a:

$$h_w = c \cdot (T_w - T_0) = 4,2 \cdot 5,8 = 24,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

avendo posto  $T_w = T_{1''}$ .



### 2.3.3 Mescolamento adiabatico

Una trasformazione comune negli impianti di condizionamento ad aria è quella del mescolamento di due correnti di aria umida, con scambi termici trascurabili tra sistema ed ambiente. Ad esempio, nello schema d'impianto di Fig.(2.3.3.1), una parte dell'aria estratta dall'ambiente condizionato viene espulsa all'esterno, mentre la parte rimanente, detta aria di ricircolo, viene mescolata con dell'aria prelevata dall'ambiente esterno. La portata risultante viene quindi inviata all'unità di trattamento aria (U.T.A.), in cui subisce le trasformazioni necessarie per poi essere immessa nel locale condizionato.

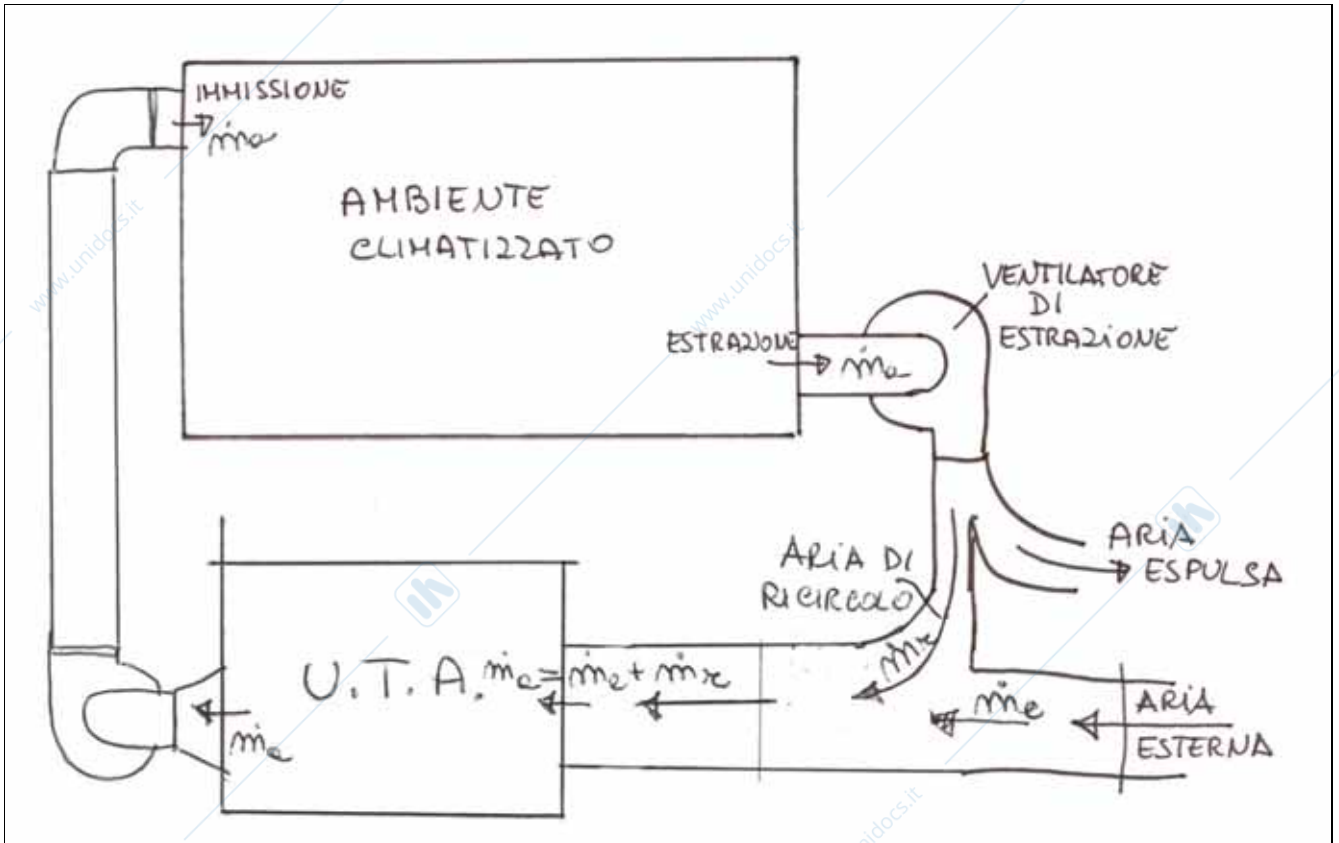


Fig.2.3.3.1 - Schema di impianto di condizionamento

Il componente dell'impianto preposto a realizzare il mescolamento adiabatico è un sistema con due ingressi ed un'uscita ed è schematizzato in Fig. 2.3.3.2.

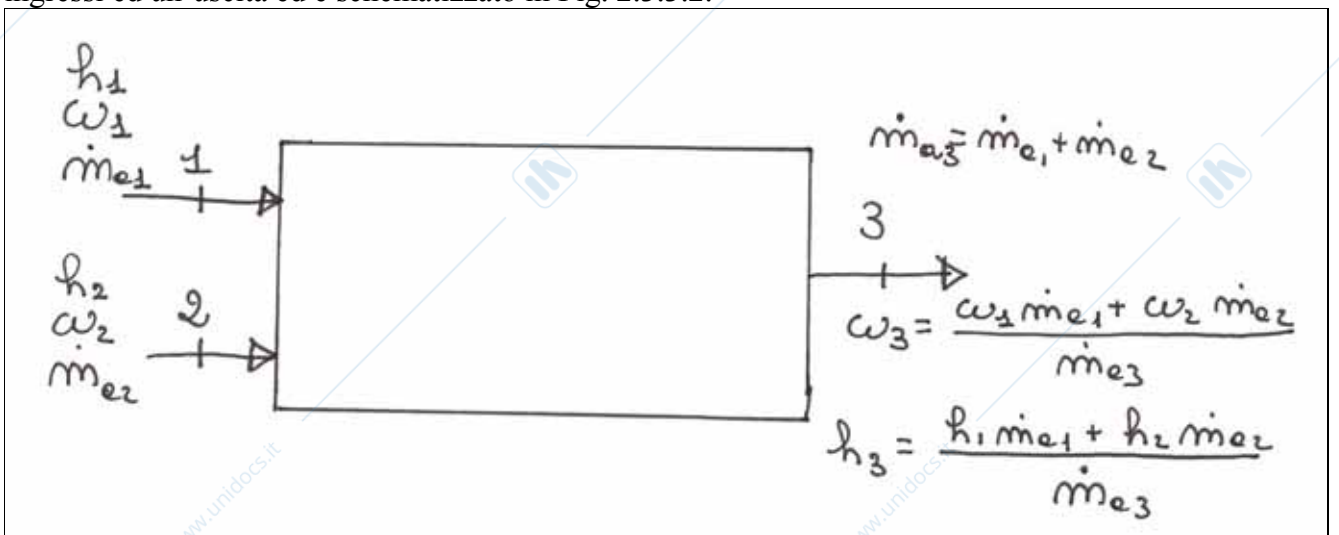


Fig.2.3.3.2 - Schema di componente per il mescolamento adiabatico

Relativamente a tale schema, si possono scrivere i bilanci di massa ed energia.

Bilancio di massa relativo all'aria secca:

$$\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a3} \quad (2.3.3.1)$$

Bilancio di massa riferito all'acqua:

$$\dot{m}_{a1} \cdot \omega_1 + \dot{m}_{a2} \cdot \omega_2 = \dot{m}_{a3} \cdot \omega_3 \quad (2.3.3.2)$$

Bilancio di energia:

$$\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2 = \dot{m}_{a3} \cdot h_3 \quad (2.3.3.3)$$

Noti gli stati termodinamici delle due portate d'ingresso e dunque le umidità specifiche ed entalpie specifiche è possibile individuare lo stato termodinamico della portata risultante uscente. Si ha infatti dalle (2.3.3.2 e 2.3.3.3) tenendo conto della (2.3.3.1):

$$\omega_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot \omega_1 + \dot{m}_{a2} \cdot \omega_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a3}} \omega_1 + \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} \omega_2 = k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2 \quad (2.3.3.4)$$

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a3}} h_1 + \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} h_2 = k_1 h_1 + k_2 h_2 \quad (2.3.3.5)$$

L'umidità specifica e l'entalpia specifica in uscita sono una combinazione lineare delle rispettive proprietà in ingresso mediante gli stessi coefficienti  $k_1$  e  $k_2$  che rappresentano i rapporti tra le due portate massiche e quella complessiva:

$$k_1 = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a3}}; \quad k_2 = \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} \quad \Rightarrow \quad k_1 + k_2 = 1$$

Pertanto, riportando tali punti sul diagramma psicrometrico, lo stato termodinamico della portata uscente è localizzato sul segmento che congiunge tali due punti, più vicino a quello corrispondente alla portata massica maggiore. Se le due portate massiche in ingresso sono uguali tra loro, allora  $k_1 = k_2 = 1/2$ , ed il punto rappresentativo dello stato termodinamico in uscita coincide con il punto medio del segmento 1-2.

Dalla (2.3.3.4) si ha:

$$\omega_3 - \omega_1 = k_1 \omega_1 + k_2 \omega_2 - \omega_1 = \omega_1 \cdot (k_1 - 1) + k_2 \omega_2 = \omega_1 \cdot (-k_2) + k_2 \omega_2 = k_2 \cdot (\omega_2 - \omega_1)$$

ed analogamente dalla (2.3.3.5):

$$h_3 - h_1 = k_1 h_1 + k_2 h_2 - h_1 = h_1 \cdot (k_1 - 1) + k_2 h_2 = h_1 \cdot (-k_2) + k_2 h_2 = k_2 \cdot (h_2 - h_1)$$

da cui:

$$k_2 = \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_1}$$

In modo analogo si ricava:

$$k_1 = \frac{\omega_2 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$$

Dette  $d$ ,  $d_1$  e  $d_2$  rispettivamente le distanze tra i punti 1 e 2, i punti 1 e 3 ed i punti 2 e 3, osservando il diagramma psicrometrico (Fig.2.3.3.3) si evince che:

$$k_1 = \frac{d_2}{d}; \quad \Rightarrow \quad d_2 = k_1 \cdot d$$

$$k_2 = \frac{d_1}{d}; \quad \Rightarrow \quad d_1 = k_2 \cdot d$$

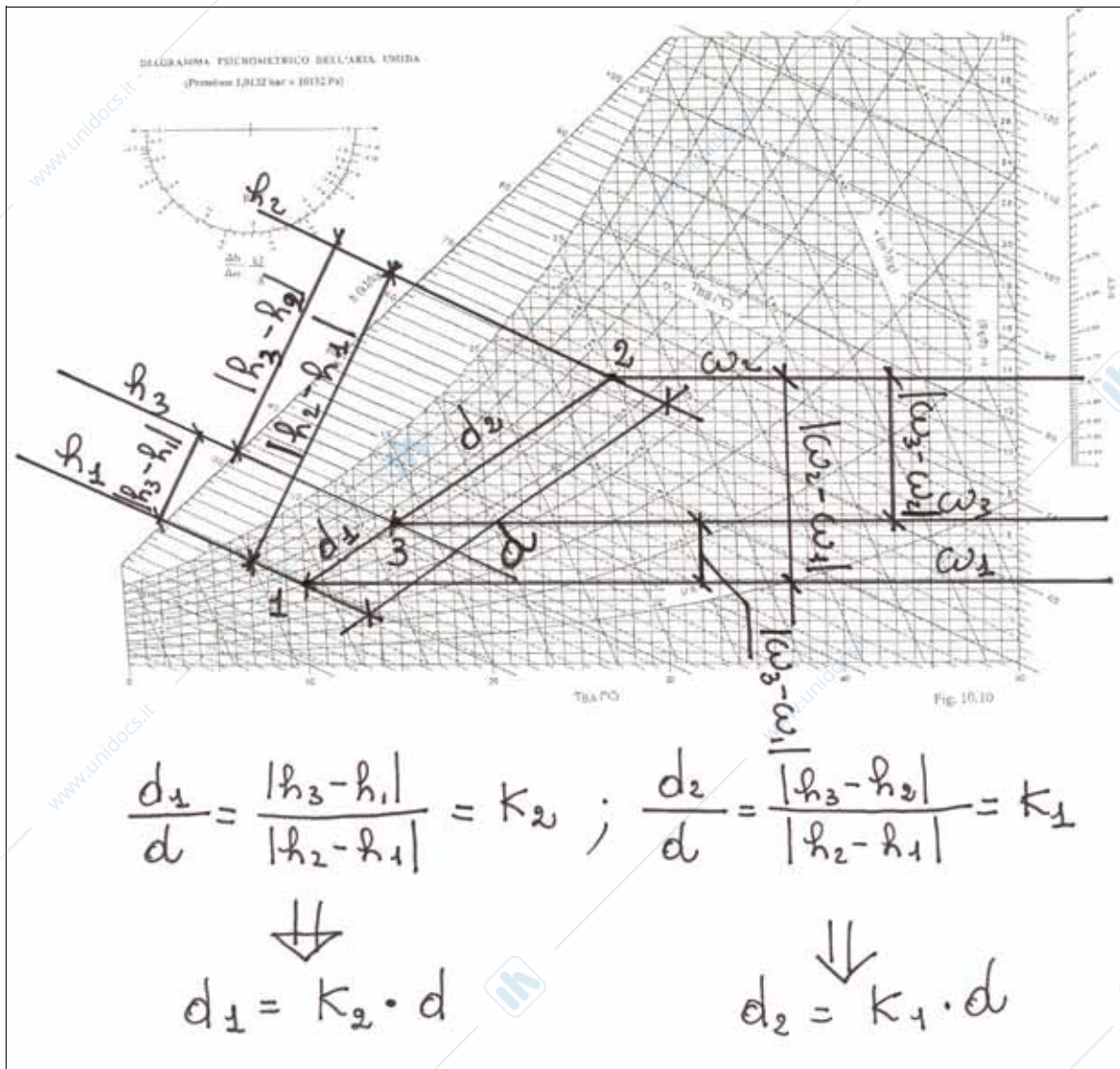


Fig. 2.3.3.3 – Mescolamento adiabatico

*Osservazione:* moltiplicando per cento  $k_1$  e  $k_2$  si ottengono le percentuali rispettivamente delle portate massiche  $\dot{m}_{a1}$  ed  $\dot{m}_{a2}$  rispetto alla portata risultante  $\dot{m}_{a3}$ . Tali valori corrispondono inoltre rispettivamente alle distanze  $d_2$  e  $d_1$ , espresse in percentuale rispetto alla distanza  $d$ .

## Applicazione numeriche

### Problema 2.3.3.1

In un impianto di condizionamento, durante il periodo invernale, una portata di  $150 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida alla temperatura di  $20,0^\circ\text{C}$ , ripresa da ambienti condizionati, con un grado igrometrico del 70%, si mescola con una portata di  $40 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida alla temperatura di  $2,0^\circ\text{C}$  con un grado igrometrico del 50% aspirata dall'esterno. Nell'ipotesi di regime stazionario, si calcoli la temperatura ed il grado igrometrico della portata risultante, trascurando gli scambi termici tra sistema ed ambiente.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 150 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$T_1 = 20,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 70\%$$

$$\dot{V}_2 = 40 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$T_2 = 2,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 50\%$$

#### INCOGNITE

$$T_3$$

$$\Phi_3$$

### SOLUZIONE

Individuando i punti rappresentativi degli stato termodinamici delle due portate di ingresso, Fig.2.3.3.1.1, si ottiene:

$$\omega_1 = 10,3 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,844 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 46,55 \text{ kJ/kg}$$

$$\omega_2 = 2,2 \text{ g/kg}$$

$$v_2 = 0,783 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_2 = 7,4 \text{ kJ/kg}$$

da cui:

$$\dot{m}_{a1} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{150 \cdot 10^3}{0,844} = 1,78 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 49,4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\dot{m}_{a2} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} = \frac{40 \cdot 10^3}{0,783} = 51,1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 14,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Dai bilanci di massa ed energia si ricava:

$$\dot{m}_{a3} = \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = 49,4 + 14,2 = 63,6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\omega_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot \omega_1 + \dot{m}_{a2} \cdot \omega_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{49,4 \cdot 10,3 + 14,2 \cdot 2,2}{63,6} = 8,5 \frac{\text{g}}{\text{kg}}$$

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{49,4 \cdot 46,5 + 14,2 \cdot 7,4}{63,6} = 37,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Viene così individuato il punto rappresentativo della portata in uscita, che si trova inoltre più vicino al punto 1, ad una distanza da esso pari a:  $d_1 = k_2 \cdot d$ , con  $d$  pari alla distanza tra 1 e 2 e  $d_1$  pari alla

$$\text{distanza tra 3 ed 1, essendo } k_2 = \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a3}} = \frac{14,2}{63,6} = 0,22$$

E' dunque possibile leggere dal diagramma le proprietà incognite:

$$T_3 = 16^\circ\text{C}$$

$$\Phi_3 = 75\%$$

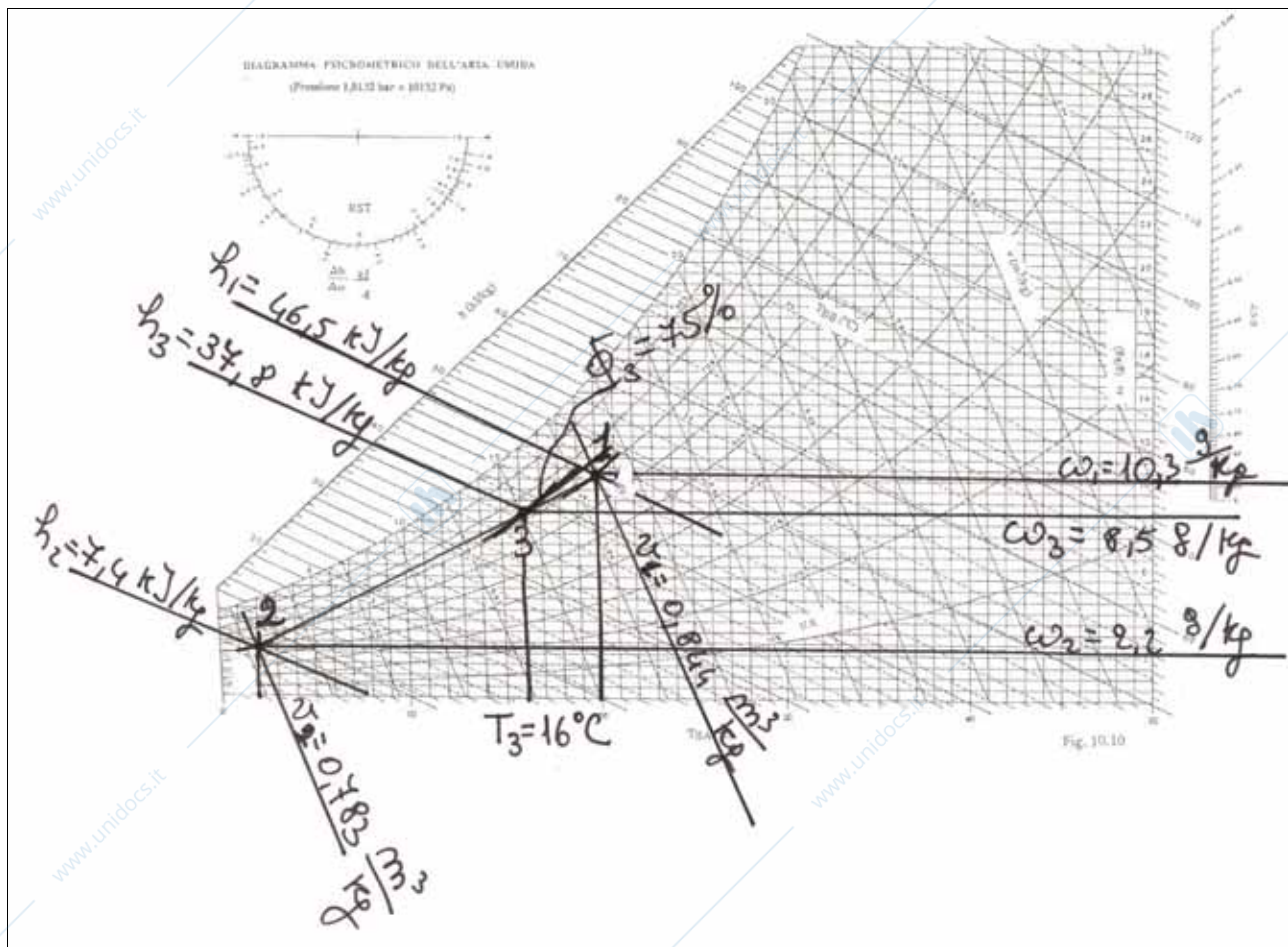


Fig.2.3.3.1.1

### 2.3.4 Umidificazione adiabatica

Una trasformazione piuttosto frequente negli impianti di condizionamento è quella di umidificazione adiabatica, durante la quale si inietta nella corrente d'aria umida una portata d'acqua che può essere in condizioni di liquido o di vapore.

Il componente dell'impianto di condizionamento preposto a realizzare tale trasformazione è mostrato in Fig. 2.3.4.1.

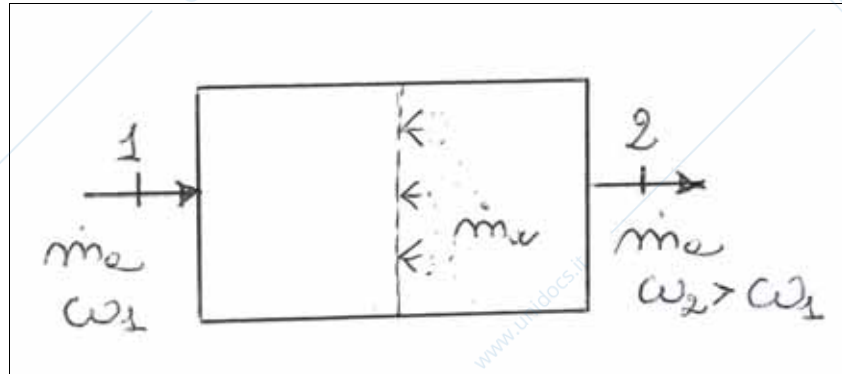


Fig.2.3.4.1 – Schema di componente per l'umidificazione adiabatica

In condizioni di regime stazionario, il bilanci di massa e di energia sul volume di controllo delimitato dalle pareti del componente e dalle sezioni d'ingresso e d'uscita 1 e 2, forniscono:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad (2.3.4.1)$$

$$\dot{m}_a \omega_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_a \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.4.2)$$

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{m}_w h_w = \dot{m}_a h_2 \Rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.4.3)$$

La pendenza della trasformazione di umidificazione adiabatica si ricava dalle (2.3.4.2, 3):

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = h_w \quad (2.3.4.4)$$

Dalla (2.3.4.4) si deduce che la pendenza di una trasformazione in cui si effettua una umidificazione adiabatica è numericamente uguale al valore dell'entalpia dell'acqua iniettata nella corrente d'aria umida. A seconda dello stato in cui si trova l'acqua di umidificazione, possono verificarsi i due seguenti casi:

- a) acqua in condizioni di liquido
- b) acqua in condizioni di vapore saturo secco

Nel primo caso poiché l'acqua alla pressione atmosferica si presenta in fase liquida nell'intervallo  $0 \div 100^\circ\text{C}$ , i valori che può assumere, come si evince dalla tabella 1.1 osservando i valori di  $h_l$  in tale intervallo di temperatura sono  $0 \div 419 \text{ kJ/kg} = 0 \div 0,419 \text{ kJ/g}$ . Come si può osservare sul goniometro del diagramma psicrometrico (Fig.2.3.4.2), questi due valori estremi individuano una

zona molto ristretta sulla scala esterna con direzioni praticamente coincidenti con quelle delle linee isoentalpiche.

Nel secondo caso, poiché in pratica negli impianti di condizionamento si utilizza un vapore saturo secco con temperature intorno ai  $110 \div 120^\circ\text{C}$ , i valori che  $h_w$  può assumere variano nell'intervallo  $2690 \div 2704 \text{ kJ/kg} = 2,69 \div 2,70 \text{ kJ/g}$ . Come si può osservare sul goniometro del diagramma psicrometrico di Fig. 2.3.4.2 si individua, ancora una volta, una zona molto ristretta sulla scala esterna con direzione molto prossima alla verticale e cioè all'andamento delle isoterme  $T_{ba}$ .

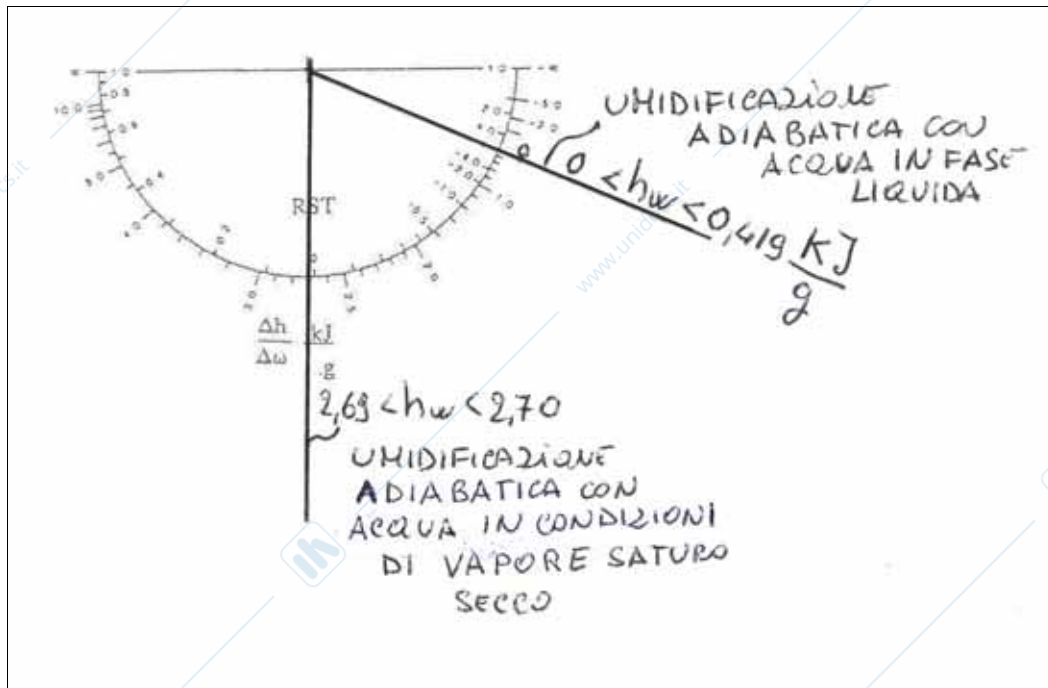


Fig.2.3.4.2 – Pendenza delle trasformazioni di umidificazione adiabatica

## Applicazioni numeriche

### Problema 2.3.4.1

Una portata di acqua liquida a  $15,0^\circ\text{C}$  viene somministrata ad una corrente d'aria umida di  $8000 \text{ m}^3/\text{h}$  inizialmente alla temperatura di  $35,0^\circ\text{C}$  con umidità relativa del 30%. Nell'ipotesi di regime permanente, si calcoli la portata d'acqua necessaria per saturare adiabaticamente la corrente d'aria umida.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 8,0 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 2,2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_1 = 35^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 30\%$$

$$T_w = 15^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 100\%$$

#### INCOGNITE

$$\dot{m}_w$$

**SOLUZIONE**

Nell'ipotesi in cui tutta l'acqua liquida somministrata all'aria evapori, dal bilancio di massa relativo all'acqua (2.3.4.2) si ricava

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot (\omega_2 - \omega_1)$$

Individuato il punto 1 sul diagramma psicrometrico si ottiene:

$$\omega_1 = 10,5 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,888 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 62,0 \text{ kJ/kg}$$

Poiché la trasformazione in esame è un'umidificazione adiabatica con acqua liquida, per quanto detto in precedenza, essa ha un andamento parallelo alle isoentalpiche. Pertanto il punto 2, rappresentativo delle condizioni finali dell'aria umida, si ottiene dall'intersezione della retta parallela alle isoentalpiche condotta per il punto 1, con la curva di saturazione  $\Phi = 100\%$  (Fig. 2.3.4.1.1). Risulta quindi:

$$\omega_2 = 16 \text{ g/kg}$$

La portata d'acqua liquida è:

$$\dot{m}_w = \frac{2,2}{0,888} \cdot (16,0 - 10,5) \cdot 10^{-3} = 14 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

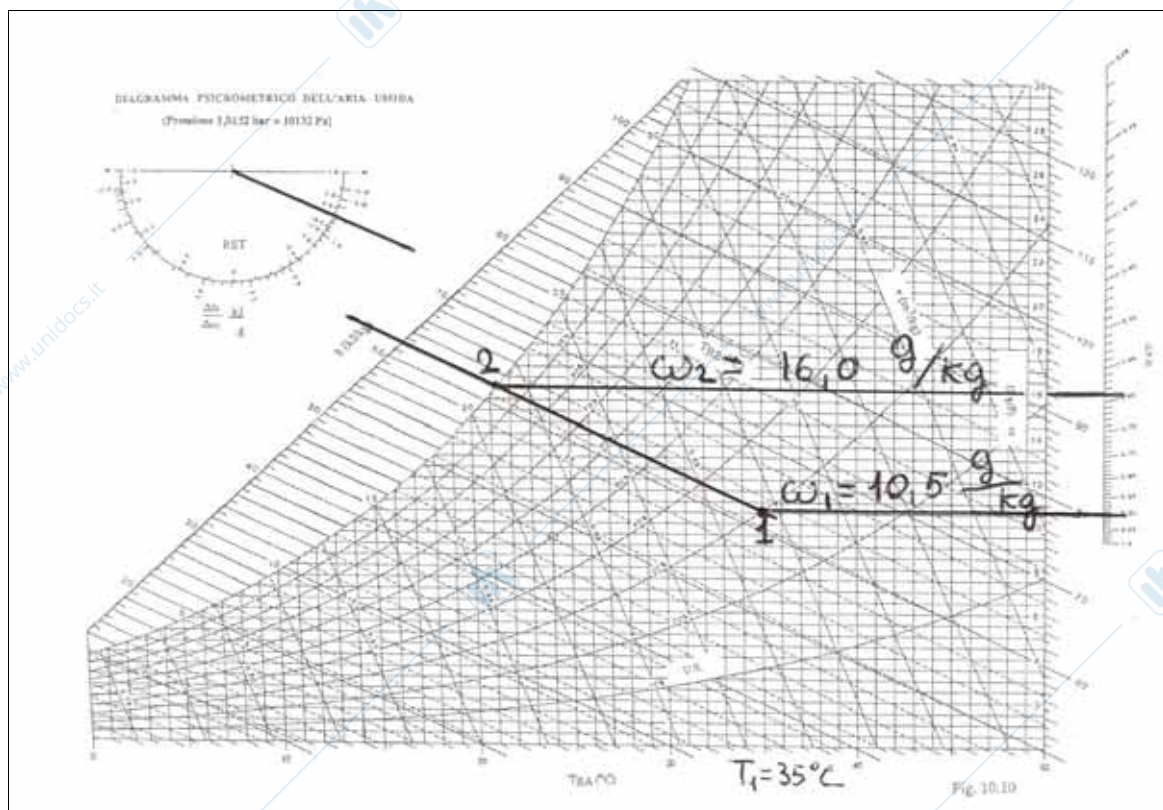


Fig.2.3.4.1.1

**Problema 2.3.4.2**

Una corrente di aria umida di  $50 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{h}$ , alla temperatura iniziale di  $37,0^\circ \text{C}$  e con grado igrometrico del 20%, viene inviata in una unità di trattamento dove subisce un'umidificazione adiabatica per mezzo di una portata di  $500 \text{ kg/h}$  di acqua in condizioni di vapore saturo secco alla temperatura di  $110^\circ \text{C}$ . Nell'ipotesi che il sistema sia in regime permanente, si calcoli il grado igrometrico dell'aria umida in uscita dal sistema.

**DATI**

$$\dot{V}_1 = 50,0 \cdot 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 13,9 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_1 = 37,0^\circ \text{C}$$

$$\Phi_1 = 20\%$$

$$T_w = 110^\circ \text{C}$$

$$\dot{m}_w = 500 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 13,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

**INCOGNITE**

$$\Phi_2$$

**SOLUZIONE**

Dal diagramma psicrometrico, individuato il punto 1 rappresentativo dello stato iniziale, Fig.2.3.4.2.1, si ricava:

$$\omega_1 = 7,75 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,889 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 57,8 \text{ kJ/kg}$$

La portata di aria secca vale:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{13,9}{0,889} = 15,6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per quanto detto in precedenza la trasformazione di umidificazione adiabatica con vapore saturo secco ha sul diagramma psicrometrico un andamento prossimo a quello delle isoterme.

Pertanto, a partire dal punto 1 si può tracciare (Fig.2.3.4.2.1) una verticale fino all'intersezione con la linea ad umidità specifica costante il cui valore numerico si deduce dal bilancio di massa relativo all'acqua (2.3.4.2):

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} = 7,75 \cdot 10^{-3} + \frac{13,9 \cdot 10^{-2}}{15,6} = 16,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{kg}} = 16,7 \frac{\text{g}}{\text{kg}}$$

S'individua così il punto 2, rappresentativo dello stato termodinamico dell'aria umida in uscita dal sistema. Dal diagramma psicrometrico risulta:

$$\Phi_2 = 41,4\%$$

In alternativa è possibile individuare il punto 2 valutando l'entalpia mediante il bilancio di energia e poi intersecando tra loro l'isoentalpica corrispondente al valore calcolato con la iso-umidità specifica relativa al valore  $\omega_2$ :

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} = 57,8 + \frac{13,9 \cdot 10^{-2} \cdot 2689,6}{15,6} = 81,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

essendo  $h_w = h_{vs}(T=110^\circ\text{C}) = 2689,6 \text{ kJ/kg}$

Si osservi che il valore di entalpia letto dal diagramma differisce leggermente da quello calcolato mediante il bilancio di energia. Ciò è dovuto ad errori di lettura e di approssimazione numerica.

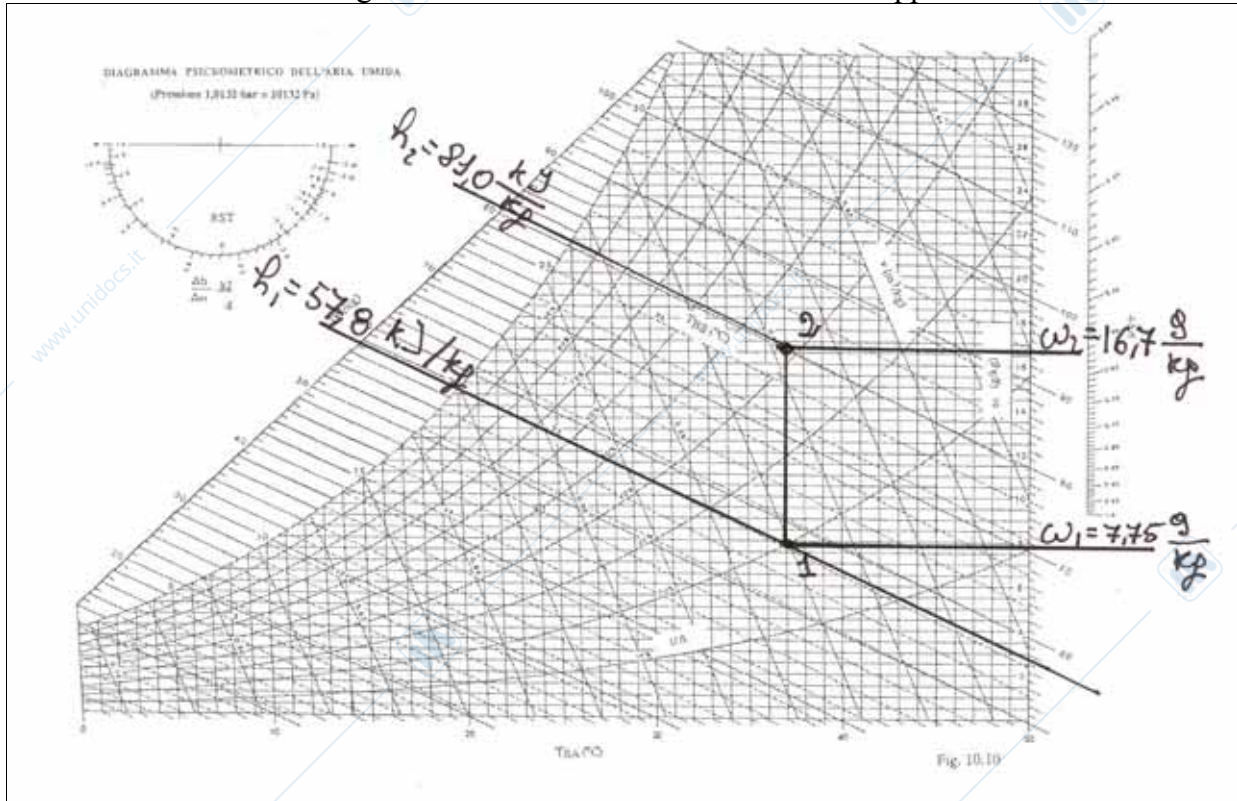


Fig.2.3.4.2.1

### 2.3.5 Riscaldamento con umidificazione

Poiché, come si è visto precedentemente, il semplice riscaldamento, ossia ad umidità specifica costante, comporta una riduzione dell'umidità relativa dell'aria, risulta necessario, negli impianti di condizionamento, un componente che realizzi il riscaldamento dell'aria e successivamente la sua umidificazione, come mostrato schematicamente in fig.2.3.5.1.

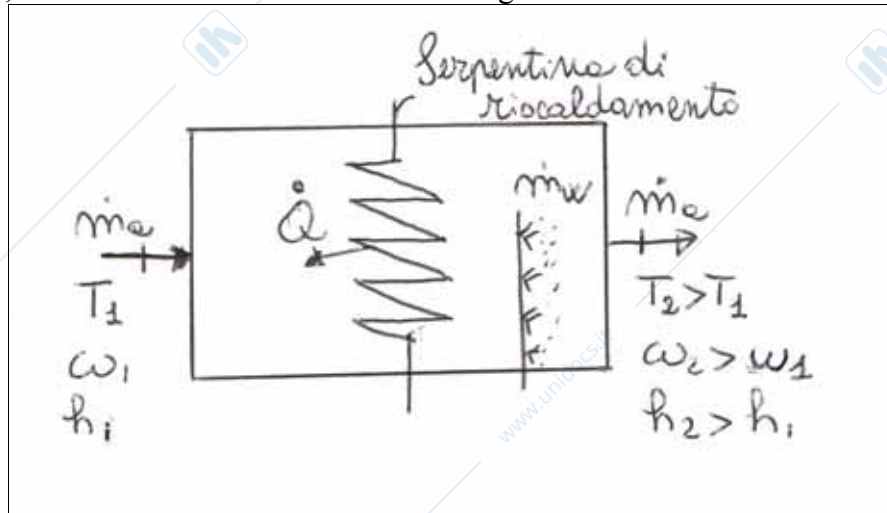


Fig.2.3.5.1 – Schema di componente per il riscaldamento con umidificazione

L'aria, attraversando il componente schematizzato, dapprima lambisce una batteria calda e quindi viene umidificata, mediante spruzzamento di acqua, che può essere in fase liquida o di vapore saturo secco, come già visto nel caso dell'umidificazione adiabatica. In condizioni di regime permanente, i bilanci di massa sul volume di controllo delimitato dalle pareti del componente e dalle sezioni d'ingresso e di uscita 1 e 2 (Fig. 2.3.5.1) forniscono:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad (2.3.5.1)$$

$$\dot{m}_a \omega_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_a \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \Rightarrow \Delta\omega = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.5.2)$$

Il bilancio di energia, sempre riferito al medesimo volume di controllo, si scrive:

$$\dot{m}_a h_1 + \dot{Q} + \dot{m}_w h_w = \dot{m}_a h_2 \quad (2.3.5.3)$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{\dot{Q} + \dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} \quad (2.3.5.4)$$

Dalle (2.3.5.2, 4) si ottiene:

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_w} + h_w \quad (2.3.5.5)$$

Mediante la (2.3.5.5) e con l'ausilio del goniometro del diagramma psicrometrico è possibile, noti lo stato termodinamico d'ingresso ed una delle proprietà in uscita, individuare lo stato termodinamico dell'aria all'uscita del componente.

## Applicazioni numeriche

### Problema 2.3.5.1

Una portata di  $1,0 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida viene inviata in un componente di un impianto di condizionamento. In ingresso la corrente di aria umida ha una temperatura di  $4,0^\circ\text{C}$  ed una umidità relativa del 70%. La corrente riceve una potenza termica pari a 130 kW ed una portata d'acqua pari a  $5,6 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}$  in condizioni di vapore saturo secco a  $110^\circ\text{C}$ . Nell'ipotesi di sistema in regime stazionario, si calcolino la temperatura ed il grado igrometrico dell'aria all'uscita dall'unità di trattamento.

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 1,0 \cdot 10^4 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 2,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Phi_1 = 70\%$$

$$T_1 = 4,0^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = 130 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_w = 5,6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$T_w = 110,0^\circ\text{C}$$

#### INCOGNITE

$$T_2$$

$$\Phi_2$$

#### SOLUZIONE

Il punto rappresentativo dello stato termodinamico in ingresso è individuato sul diagramma psicrometrico (Fig.2.3.5.1.1):

$$\omega_1 = 3,5 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,789 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 13,0 \text{ kJ/kg}$$

Il bilancio di massa sull'aria secca fornisce:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a,$$

$$\text{con } \dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{2,8}{0,789} = 3,55 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per calcolare l'umidità specifica dell'aria in uscita dal componente, è necessario scrivere l'equazione di bilancio di massa sull'acqua:

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} = 3,5 \cdot 10^{-3} + \frac{5,6 \cdot 10^{-2}}{3,55} = 0,019 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} = 19 \frac{\text{g}}{\text{kg}}$$

L'equazione di bilancio di energia consente di calcolare l'entalpia dell'aria umida in uscita:

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{Q} + \dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} = 13,0 + \frac{130 + 5,6 \cdot 10^{-2} \cdot 2689,6}{3,5} = 93,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Individuando sul diagramma psicrometrico il punto di coordinate  $\omega_2$  ed  $h_2$  si legge:

$$T_2 = 43,3^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 = 34\%$$

Allo stesso risultato si può anche giungere intersecando la retta ad umidità specifica costante  $\omega_2$ , con la parallela, passante per il punto 1 al segmento individuato mediante il goniometro, di pendenza  $\Delta h/\Delta\omega$ .

Dalla (2.3.5.5) si ha:

$$\frac{\Delta h}{\Delta\omega} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_w} + h_w = \frac{130}{5,6 \cdot 10^{-2}} + 2689,6 = 5,0 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 5,0 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

Congiungendo il polo del goniometro con tale valore letto sulla scala esterna si individua la direzione della trasformazione: tracciando la parallela per il punto 1 si individua il punto 2 intersecando tale retta con la curva ad umidità specifica costante  $\omega = \omega_2$ .

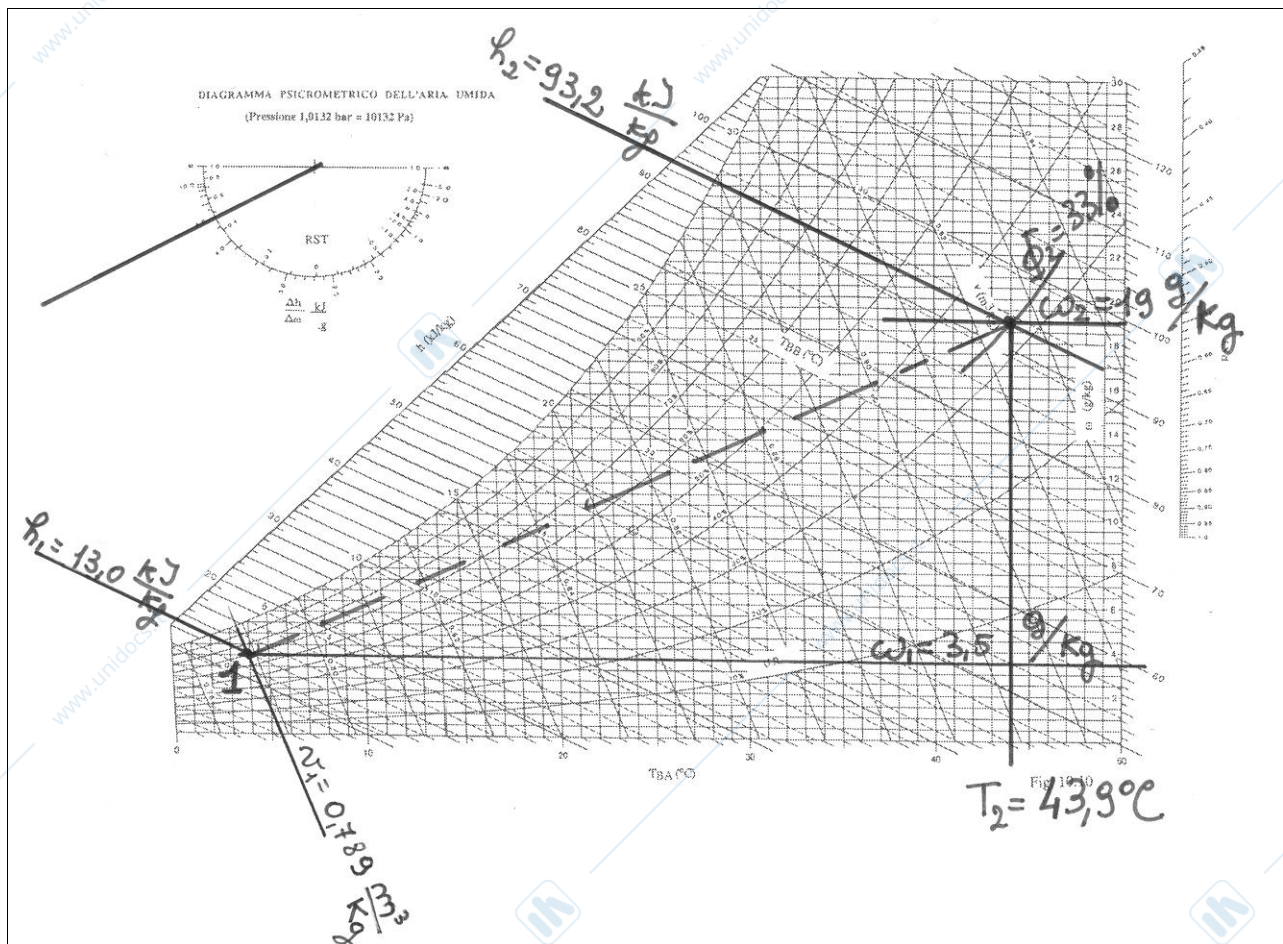


Fig.2.3.5.1.1

### 2.3.6 Applicazioni numeriche di riepilogo

#### Problema 2.3.6.1

3000 m<sup>3</sup>/h di aria umida sono inviati ad una centrale di trattamento, costituita da due unità in serie (Fig. 2.3.6.1.1). All'ingresso della prima unità la corrente ha un'umidità relativa del 55% ed una temperatura di 20,0° C: essa viene riscaldata ad umidità specifica costante. A valle di tale unità, la corrente ha una temperatura di 25,0 °C. Successivamente l'aria, umida viene inviata ad un umidificatore adiabatico, ed all'uscita di questo l'umidità relativa è pari a quella all'ingresso della prima unità.

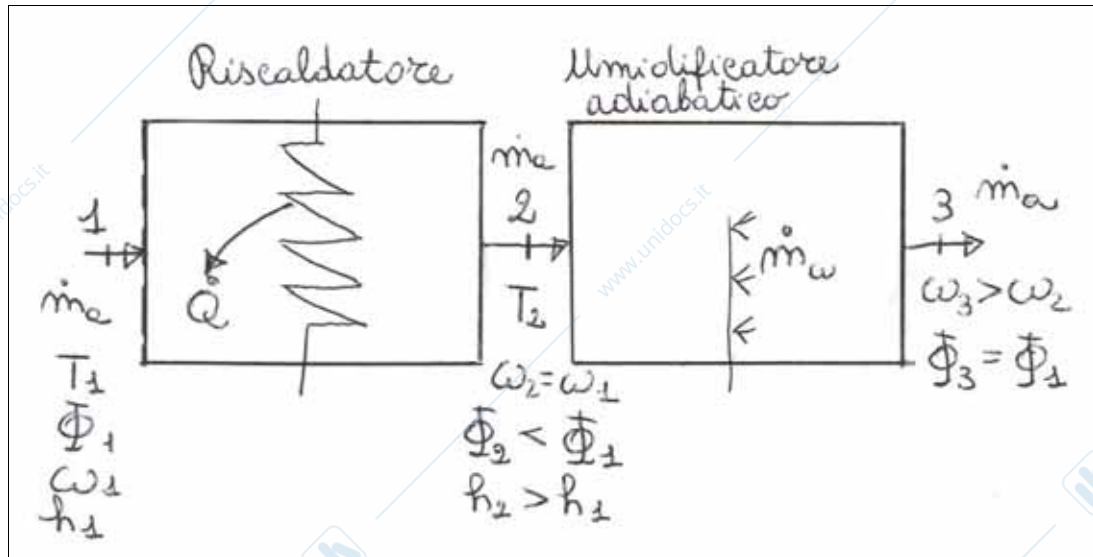


Fig. 2.3.6.1.1

Nell'ipotesi in cui il sistema è in regime stazionario, si determinino:

- 1) la potenza termica somministrata dalla batteria calda;
- 2) la portata d'acqua necessaria all'umidificazione nell'ipotesi che essa sia in condizioni di:
  - a) liquido alla temperatura di 80,0C
  - b) vapore saturo secco alla temperatura di 120,0 °C.
- 3) la pendenza  $\Delta h/\Delta \omega$  della trasformazione globale (riscaldamento ad umidità specifica costante + umidificazione adiabatica).

#### DATI

$$\dot{V}_1 = 3000 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,833 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\Phi_1 = \Phi_3 = 55\%$$

$$T_1 = 20,0^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 25,0^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{wa}} = 80,0^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{wb}} = 120,0^\circ\text{C}$$

#### INCOGNITE

$$\dot{Q}$$

$$\dot{m}_w$$

$$\frac{\Delta h_{1-3}}{\Delta \omega_{1-3}}$$

$$\Delta \omega_{1-3}$$

**SOLUZIONE**

1) Gli stati termodinamici di ingresso ed uscita dalla prima unità di trattamento sono individuati mediante il diagramma psicrometrico (Fig.2.3.6.1.2):

$$\omega_1 = 8,0 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,841 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 40,5 \text{ kJ/kg}$$

$$\omega_2 = \omega_1$$

$$h_2 = 46,0 \text{ kJ/kg}$$

La portata massica di aria secca entrante, uguale a quella uscente nelle ipotesi poste è:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0,833}{0,841} = 0,99 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Il bilancio di energia, per la trasformazione ad umidità specifica costante (2.3.1.3), fornisce:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) = 0,99 \cdot (46,0 - 40,5) = 5,4 \text{ kW}$$

2) Nell'umidificatore adiabatico, dal bilancio di materia riferito all'acqua (2.3.4.2), si ricava la portata d'acqua necessaria:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot (\omega_3 - \omega_2)$$

La collocazione del punto 3 dipende dal tipo di umidificazione e dunque dalla pendenza della trasformazione.

*a) Umidificazione con acqua liquida a 80°C*

Per quanto già detto nel par.2.3.4. l'umidificazione adiabatica con acqua liquida si rappresenta con una trasformazione parallela alle isoentalpiche: pertanto il punto 3a è individuato dall'intersezione della isoentalpica passante per il punto 2 con la curva ad umidità relativa costante pari al 55%.

Dal diagramma psicrometrico si ottiene  $\omega_{3a} = 9,1 \text{ g/kg}$

La portata di acqua vale quindi:

$$\dot{m}_{wa} = 0,99 \cdot (9,1 - 8) \cdot 10^{-3} = 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

*b) Umidificazione con vapore saturo secco a 130°C*

Per quanto già detto nel par.2.3.4. l'umidificazione adiabatica con vapore saturo secco si rappresenta con una trasformazione parallela alle isoterme: pertanto il punto 3b è individuato dall'intersezione della isoterma passante per il punto 2 con la curva ad umidità relativa costante pari al 55%.

Dal diagramma psicrometrico si ottiene  $\omega_{3b} = 11,0 \text{ g/kg}$

In questo caso, quindi, la portata di acqua vale:

$$\dot{m}_{wb} = 0,99 \cdot (11,0 - 8,0) \cdot 10^{-3} = 3,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

3) La pendenza della trasformazione globale vale, per le 5.40 rispettivamente nei due casi:

$$\text{a) } \frac{\Delta h_{1-3}}{\Delta \omega_{1-3}} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_w} + h_w = \frac{5,4}{1,1 \cdot 10^{-3}} + 334,72 = 5,2 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 5,2 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

$$b) \frac{\Delta h_{1-3}}{\Delta \omega_{1-3}} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_w} + h_w = \frac{5,4}{3,0 \cdot 10^{-3}} + 2704,2 = 4,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 4,5 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$$

Congiungendo il polo del goniometro riportato sul diagramma psicrometrico con i valori delle pendenze sopra calcolate, riportate sulla scala esterna del goniometro, si ottengono le pendenze delle trasformazioni, rispettivamente parallele ai segmenti 1-3a ed 1-3b.

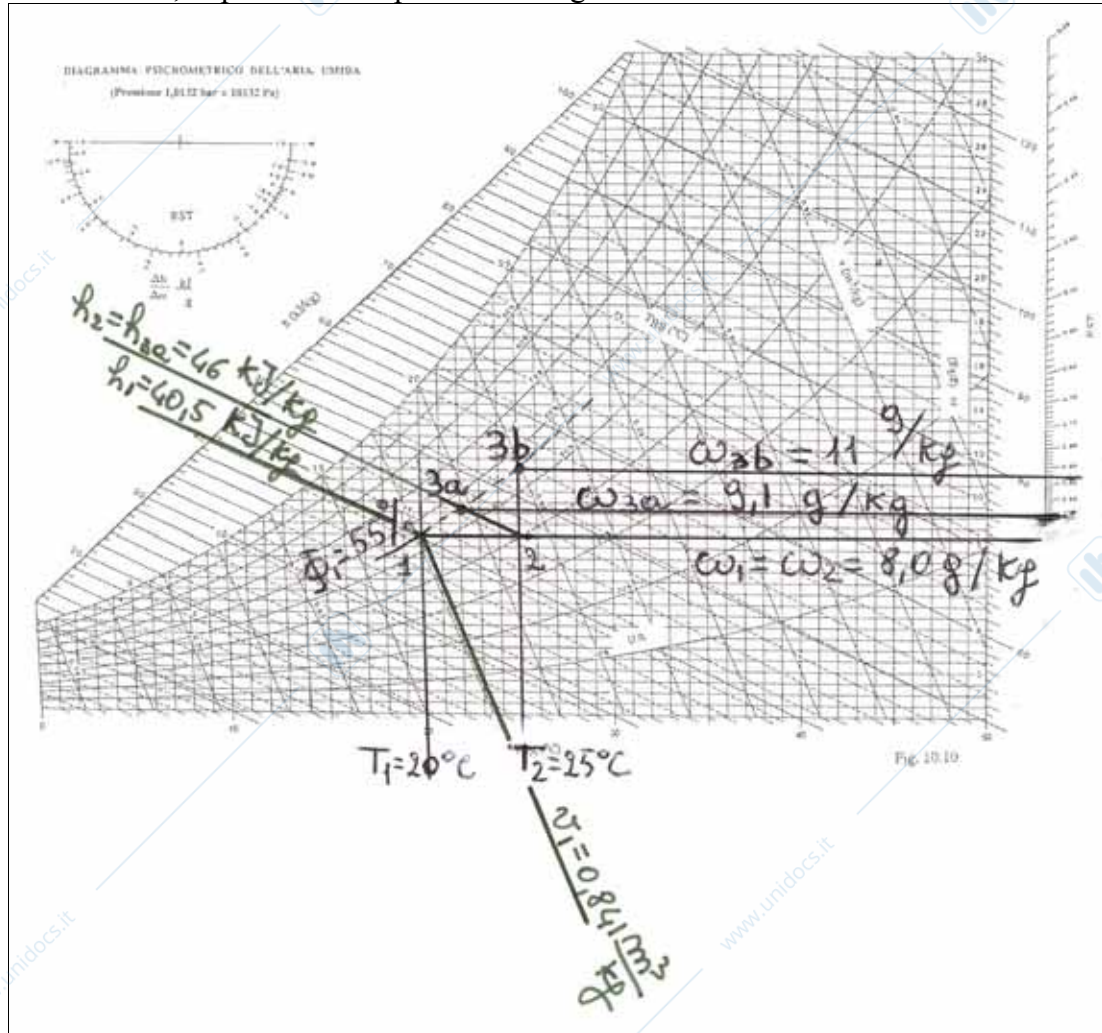


Fig.2.3.6.1.2

**Problema 2.3.6.2**

All'ingresso di una unità di trattamento di un impianto di condizionamento si ha dapprima il mescolamento adiabatico di una portata di  $400 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida a  $3,0^\circ\text{C}$  con temperatura di bulbo umido di  $1,0^\circ\text{C}$ , aspirata dall'esterno, con una portata di  $1200 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida a  $22^\circ\text{C}$  con temperatura di bulbo umido di  $18,0^\circ\text{C}$ , ripresa dagli ambienti interni. La portata risultante dal mescolamento viene successivamente inviata ad una batteria calda dove subisce un riscaldamento ad umidità specifica costante fino alla temperatura di  $35,0^\circ$  (Fig.2.3.6.2.1).

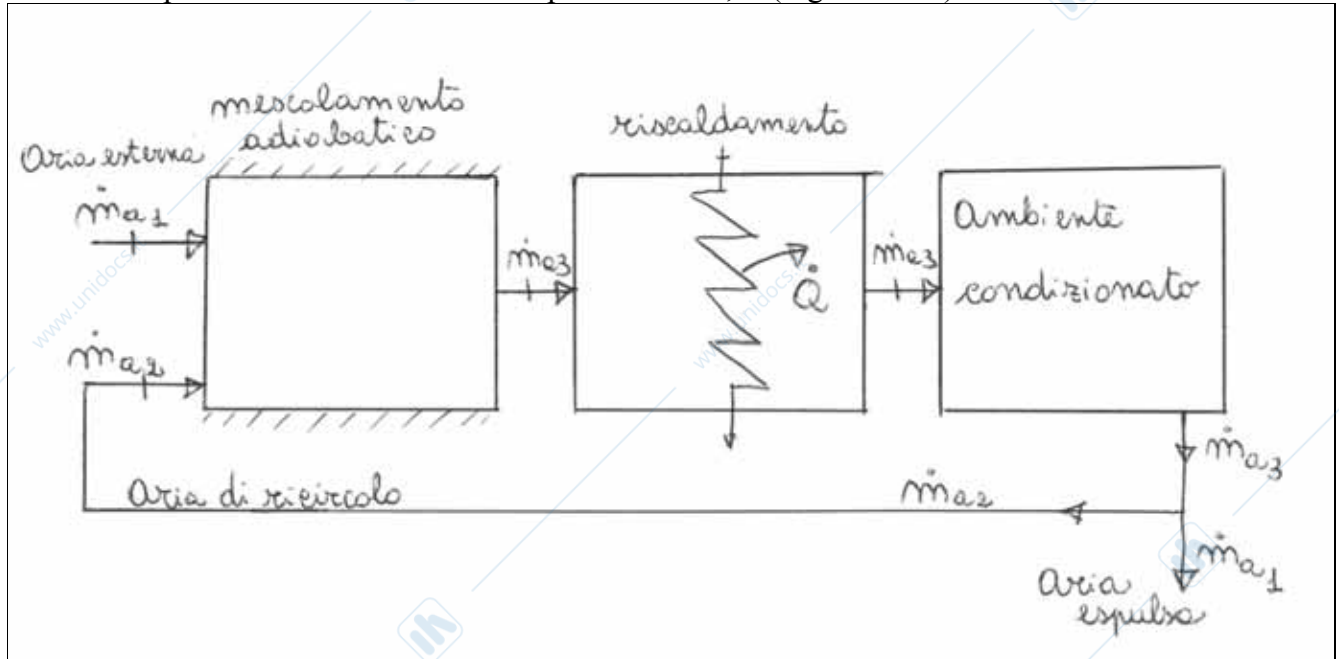


Fig.2.3.6.2.1

Nell'ipotesi di regime stazionario, si determini la potenza termica da somministrare.

**DATI**

$$\dot{V}_1 = 400 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,11 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_1 = 3,0^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{bul}} = 1,0^\circ\text{C}$$

$$\dot{V}_2 = 1200 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,33 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$T_2 = 22,0^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{bul}2} = 18,0^\circ\text{C}$$

$$T_4 = 35,0^\circ\text{C}$$

**INCOGNITE**

$$\dot{Q}$$

**SOLUZIONE**

1) Gli stati termodinamici delle due correnti in ingresso all'unità di trattamento sono individuati mediante il diagramma psicrometrico (Fig.2.3.6.2.2):

$$\omega_1 = 3,25 \text{ g/kg}$$

$$\omega_2 = 11,25 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,786 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_2 = 0,851 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 11,0 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 51,0 \text{ kJ/kg}$$

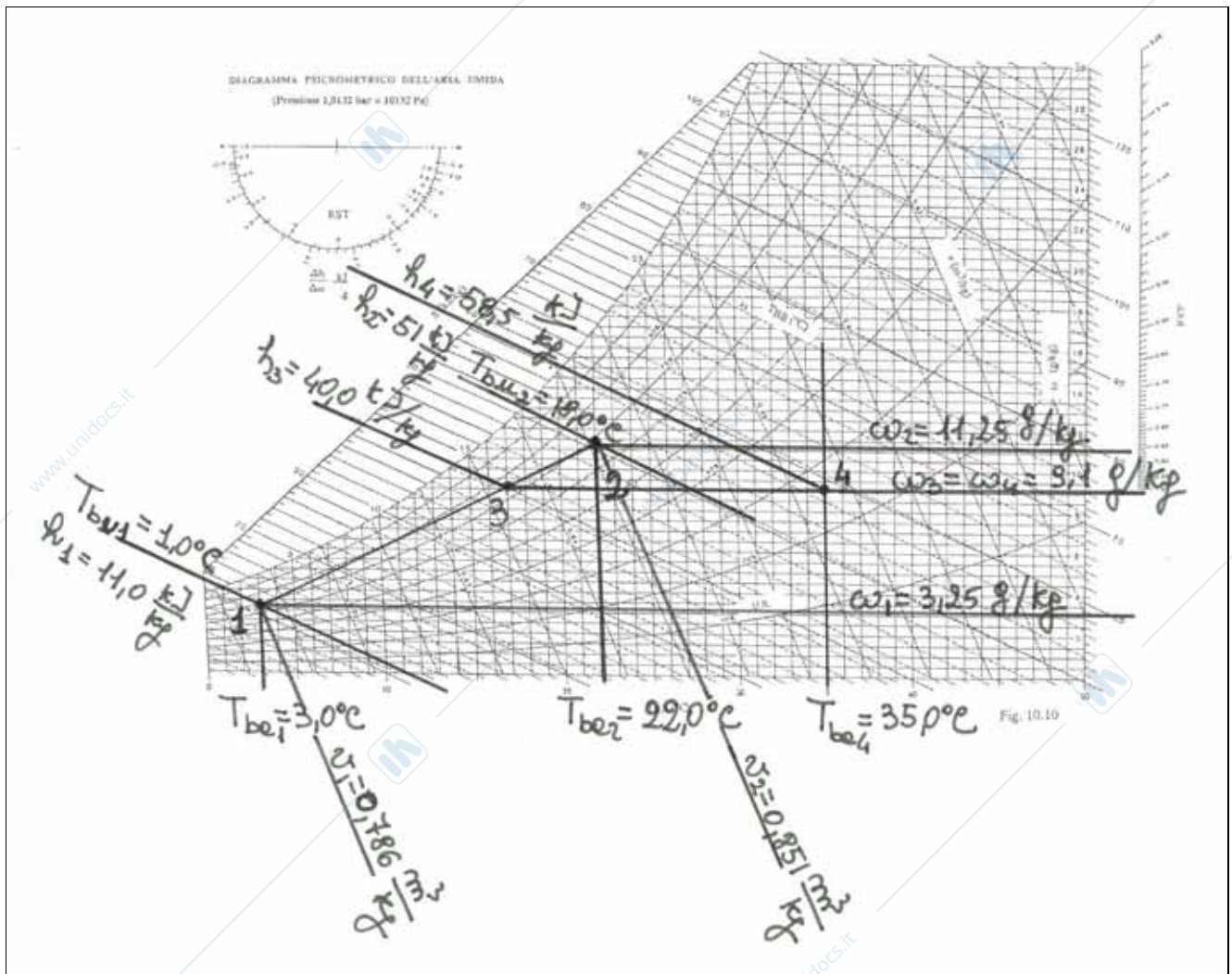


Fig.2.3.6.2.2

Dalle portate volumetriche si calcolano le rispettive portate massiche di aria secca:

$$\dot{m}_{a1} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0,11}{0,786} = 1,4 \cdot 10^{-1} \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{a2} = \frac{\dot{V}_2}{v_2} = \frac{0,33}{0,851} = 3,9 \cdot 10^{-1} \text{ kg/s}$$

Relativamente al mescolamento adiabatico (V.C. con ingressi 1 e 2, uscita 3), l'equazione di bilancio di massa relativamente all'aria secca consente di calcolare la portata in uscita:

$$\dot{m}_{a3} = \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = (1,4 + 3,9) \cdot 10^{-1} = 5,3 \cdot 10^{-1} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Lo stato termodinamico della portata uscente dallo stesso volume di controllo si determina mediante il calcolo dell'umidità specifica e dell'entalpia, rispettivamente ricavabili dal bilancio di massa

sull'acqua e dal bilancio di energia:

$$\omega_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot \omega_1 + \dot{m}_{a2} \cdot \omega_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{1,4 \cdot 10^{-1} \cdot 3,25 \cdot 10^{-3} + 3,9 \cdot 10^{-1} \cdot 11,25 \cdot 10^{-3}}{5,3 \cdot 10^{-1}} = 9,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

$$h_3 = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2}{\dot{m}_{a3}} = \frac{1,4 \cdot 10^{-1} \cdot 11 + 3,9 \cdot 10^{-1} \cdot 51}{5,3 \cdot 10^{-1}} = 40 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

I bilanci di massa ed energia, relativamente al semplice riscaldamento (ingresso 3, uscita 4), forniscono:

$$\dot{m}_{a3} = \dot{m}_{a4} = \dot{m}_a$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_4 - h_3) = 5,3 \cdot 10^{-1} \cdot (58,5 - 40) = 9,8 \text{ kW}$$

in quest'ultima relazione l'entalpia specifica  $h_4$  dell'aria umida al termine della trasformazione di riscaldamento a umidità specifica costante è stata ricavata dal diagramma psicrometrico, una volta individuato il punto 4, ottenuto tracciando, a partire dal punto 3 una orizzontale fino all'isoterma  $T_4 = 35,0^\circ\text{C}$  (Fig.2.3.6.2.2).

### Problema 2.3.6.3

In una sala cinematografica dal volume di  $20 \cdot 10^3 \text{ m}^3$  sono previsti 2 ricambi/ora. Pertanto una portata di  $4,0 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, alla temperatura di  $30^\circ\text{C}$  con un grado igrometrico del 40% viene immessa in detto ambiente subendo, per la presenza degli spettatori, un riscaldamento, in cui la potenza fornita è di  $80,0 \text{ kW}$  ( $\dot{Q}_p$ ), ed un'umidificazione con una portata di  $10 \text{ kg/h}$  di vapore saturo secco a  $35^\circ\text{C}$ . La sala cinematografica, inoltre, cede per dispersioni termiche verso l'esterno  $200 \text{ kW}$  ( $\dot{Q}_d$ ), Fig.2.3.6.3.1. Nell'ipotesi di regime stazionario, si calcolino la temperatura e l'umidità relativa dell'aria all'interno della sala.

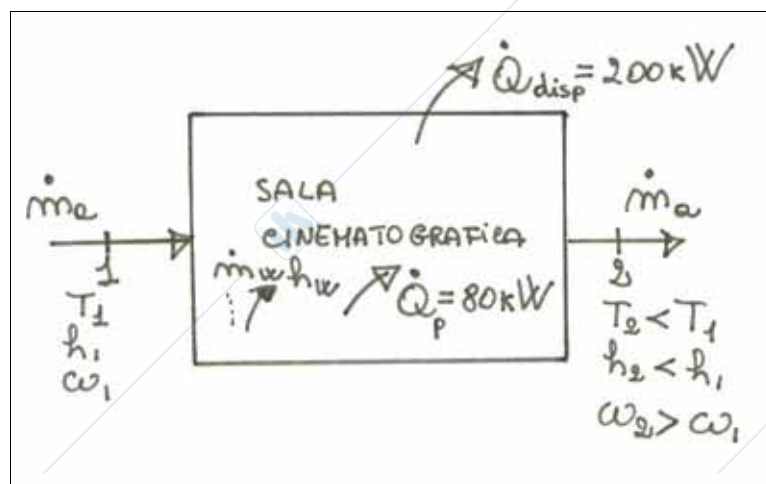


Fig.2.3.6.3.1

**DATI**

$$\dot{V}_1 = 4,0 \cdot 10^4 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 1,1 \cdot 10 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{Q}_p = 80 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_d = -200 \text{ kW}$$

$$T_1 = 30,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_1 = 40\%$$

$$\dot{m}_w = 10 \text{ kg/h} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$T_w = 35,0^\circ\text{C}$$

**INCOGNITE**

$$T_2$$

$$\Phi_2$$

**SOLUZIONE**

Il punto rappresentativo dello stato termodinamico dell'aria immessa nella sala è individuato sul diagramma psicrometrico (Fig.2.3.6.3.2):

$$\omega_1 = 10,51 \text{ g/kg}$$

$$v_1 = 0,873 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 57,0 \text{ kJ/kg}$$

Il bilancio di massa sull'aria secca fornisce:

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a,$$

$$\text{con } \dot{m}_a = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{1,1 \cdot 10}{0,873} = 12,6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per calcolare l'umidità specifica dell'aria in ambiente, è necessario scrivere l'equazione di bilancio di massa sull'acqua:

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_a} = 10,51 \cdot 10^{-3} + \frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{12,6} = 0,011 \frac{\text{kg}}{\text{kg}} = 11 \frac{\text{g}}{\text{kg}}$$

L'equazione di bilancio di energia consente di calcolare l'entalpia dell'aria umida in ambiente:

$$h_2 = h_1 + \frac{\sum \dot{Q} + \dot{m}_w h_w}{\dot{m}_a} = 57,0 + \frac{(80 - 200) + 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2564,5}{12,6} = 48 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Individuando sul diagramma psicrometrico il punto di coordinate  $\omega_2$  ed  $h_2$  si legge:

$$T_2 \cong 20,0^\circ\text{C}$$

$$\Phi_2 \cong 76\%$$

L'aria immessa subisce quindi un raffreddamento ed un incremento di umidità specifica, dovuto al vapore immesso dalle persone. L'umidità relativa decresce per effetto del raffreddamento.

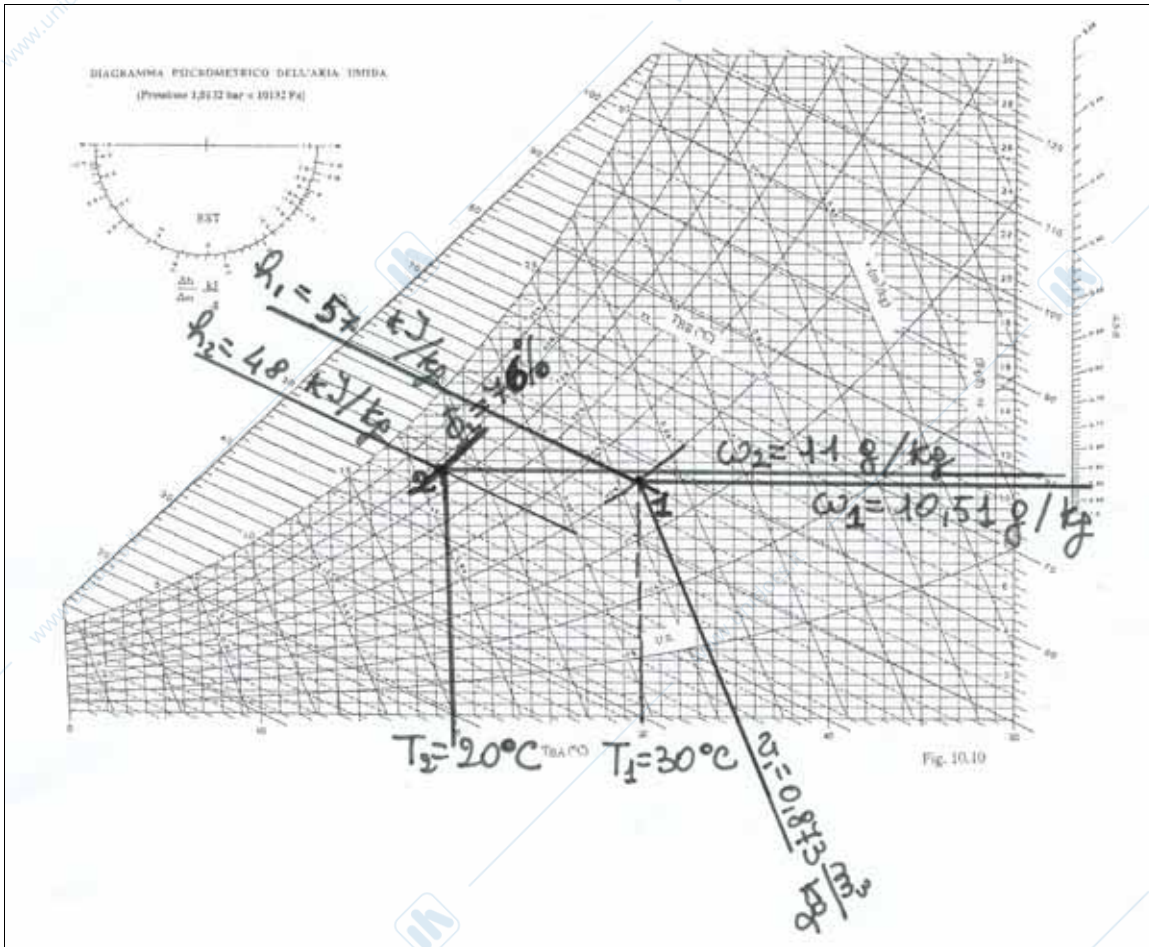


Fig.2.3.6.3.2