

FORMULARIO DI GEOTECNICA

Parametri di Stato e Proprietà Indice

Porosità	$n = V_v/V_t ; n = \frac{e}{1+e}$
Indice dei Vuoti	$e = V_v/V_s ; e = \frac{n}{1-n}$
Volume Specifico	$v_s = V_t/V_s = 1 + e$
Densità	$\rho = M/V_t$
Peso Specifico	$\gamma = Mg/V_t$
Gravità Specifica	$G_s = \gamma_s/\gamma_w$
Grado di Saturazione	$S_r = V_w/V_v$
Contenuto di Acqua	$\omega = S_r e/G_s$
Peso Specifico Naturale	$\gamma = \gamma_w(S_r n + G_s(1 - n))$
Densità Relativa	$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$

Equilibrio, Congruenza e Legame Costitutivo

- Deformazioni:

$$\varepsilon_{vol} = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r; \quad \varepsilon_{dev} = \frac{2}{3}(\varepsilon_a - \varepsilon_r)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \varepsilon_y = -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}\sigma_z \\ \varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y + \frac{\sigma_z}{E} \end{cases} \longrightarrow \varepsilon_{vol} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Oppure

$$\varepsilon_x = -\frac{\partial U_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_z = -\frac{\partial U_z}{\partial z}; \quad \varepsilon_{xz} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}\right)$$

- Modulo di Young: $E = E_{edo} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} = G 2(1 + \nu)$ con $\nu = \varepsilon_h/\varepsilon_v$

Stato di Sforzo Geostatico

- Indice di Sovra-Consolidazione (OCR=Over Consolidation Ratio):

$$OCR = \frac{\sigma'_{v,max}}{\sigma'_{v,att}}$$

Formulario di Geotecnica

- Passaggio dagli sforzi verticali agli sforzi orizzontali:

$$\sigma_h = k_0 \sigma_v \quad \text{con} \quad \text{Relazione di Jaky: } k_0 = \begin{cases} \nu & 1 - se (\varphi') \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \text{per materiale elastico lineare isotropo} \end{cases}$$

Filtrazione Monodimensionale

- Gradiente Idraulico:

$$i = \Delta h / L$$

(con L pari alla lunghezza di filtrazione, Δh = variazione di carico idraulico)

- Forza di Filtrazione:

$$J = \gamma_w i$$

(nota: presente solo negli approcci agli sforzi efficaci, negli sforzi totali si annulla)

- Legge di Darcy:

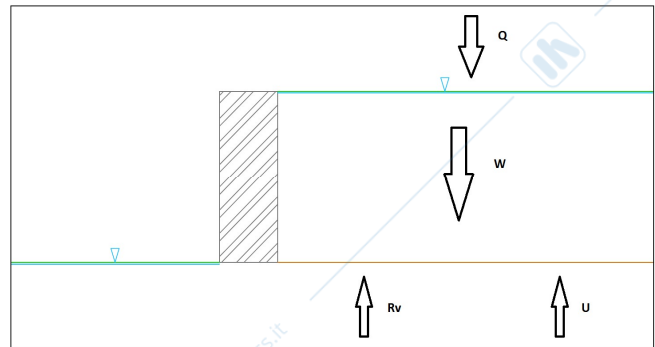
$$Q = k i A; \quad v = k i$$

- Permeabilità:

- Serie: $k_{eq} = \frac{L_{tot}}{\sum L_i / k_i}$
- Parallelo: $k_{eq} = \frac{\sum k_i L_i}{L_{tot}}$

- Sifonamento:

$$\begin{cases} R_v = 0 \\ Q + W = U * F_s \end{cases} \begin{matrix} \longrightarrow \\ \longleftarrow \end{matrix} \begin{cases} F_s = i_{cr} / i \\ i_{cr} = \gamma' / \gamma_w \end{cases}$$

Filtrazione Bidimensionale

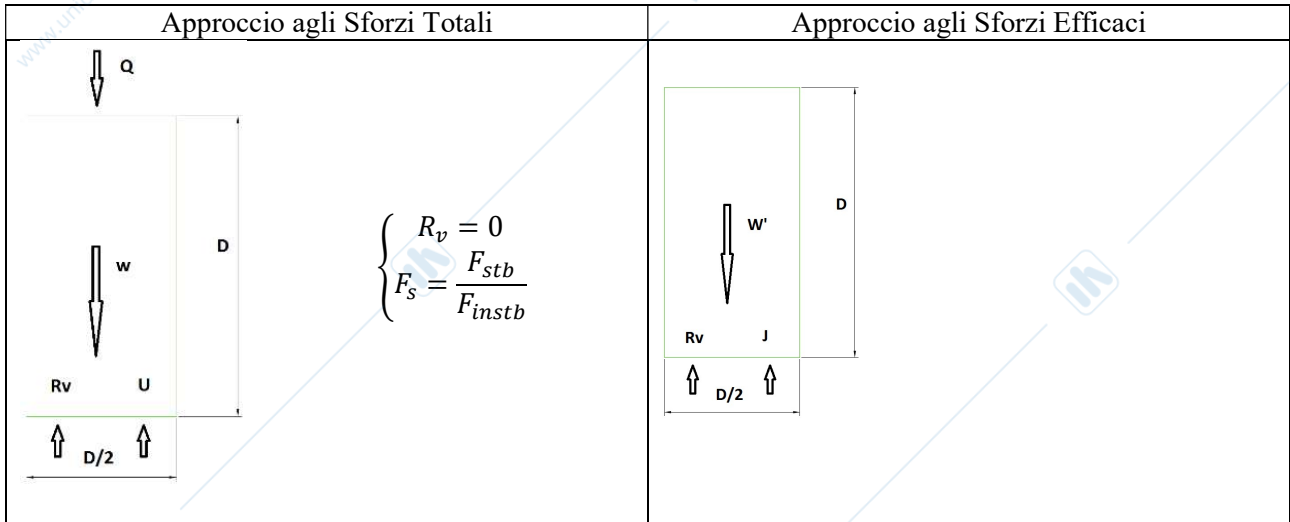
- Condizioni al Contorno:
 - Dirichlet: $h = \mathbf{h} = \text{quantità nota};$
 - Neumann: $\frac{\partial h}{\partial i} = 0$, con $i = x, y, z$
- Calcolo della portata noto il FlowNet:

$$Q = N_{t.flusso} k \frac{\Delta h_{tot}}{N_{salti.potenziale}}$$

- Verifica al sifonamento:

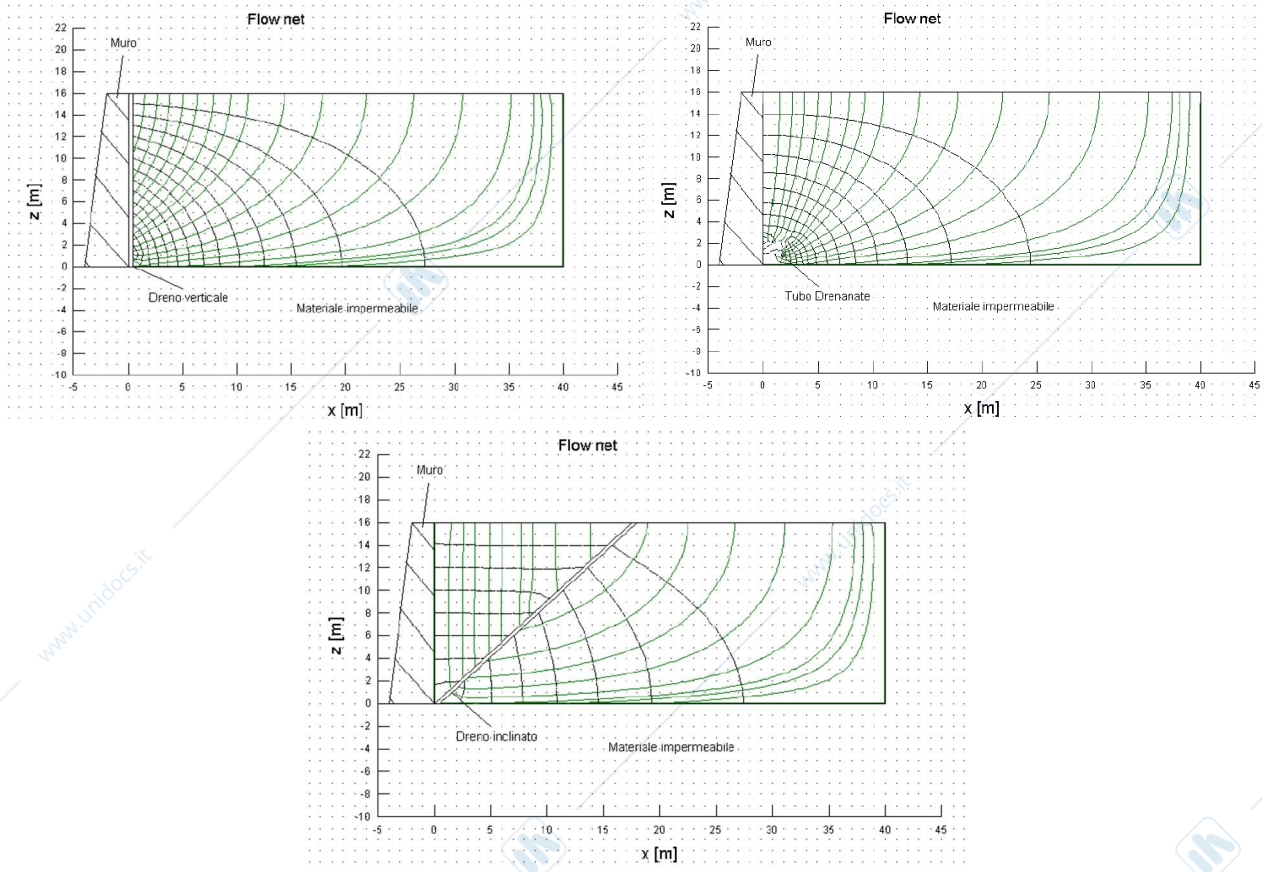
- Locale: $F_s = i_{cr} / i$, con $i_{cr} = \gamma' / \gamma_w$
- Globale:
 - Approccio agli sforzi totali
 - Approccio agli sforzi efficaci

Formulario di Geotecnica



N.B. usare l'approccio agli sforzi totali se possibili

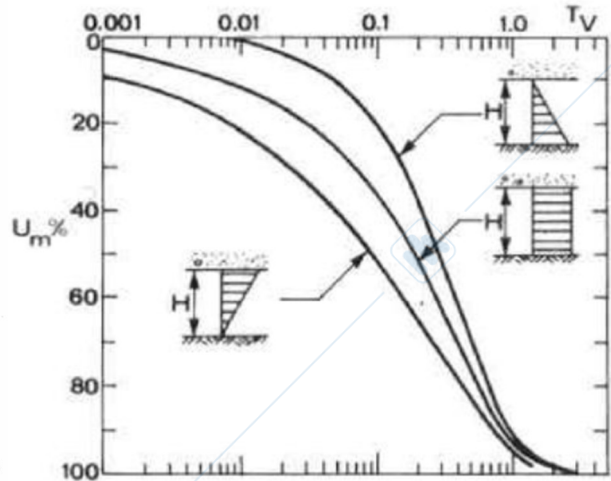
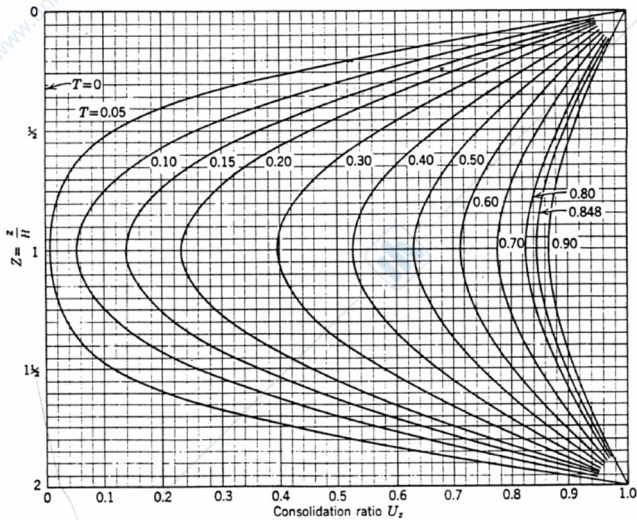
- Esempi di FlowNet in presenza di dreno (sulla superficie del dreno U=0):



Consolidazione Monodimensionale

- Grado di Consolidazione Verticale: $C_v = \frac{k_v}{m_v \gamma_w}$ con (k_v =permeabilità verticale) (definisce la velocità con cui avviene la consolidazione)
- Cedevolezza: $m_v = \Delta \epsilon_v / \Delta \sigma'_v$ con $\Delta \epsilon_v = \rho_{\infty} / H$
- Tempo di consolidazione: $t_{\%} = \frac{T_{v\%} H_{DR}^2}{C_v}$

Formulario di Geotecnica



$$Z = z/H_{DR} ; U_Z = 1 - U^e/U_0^e$$

- Velocità di Filtrazione: $v = -k \frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{k}{H} \left(\frac{U_0^e}{\gamma_w} \right) \frac{\partial U_Z}{\partial z}$
- Variazione di sforzo: $\Delta\sigma'_v = \begin{cases} q ; \text{se } t \rightarrow \infty \\ qU_{Zt} ; \text{se } t = t \text{ (ovvero } T_v \rightarrow U_Z \rightarrow U_t^e) \end{cases}$

Prove Edometriche

- Metodo Edometrico per il calcolo dei cedimenti:

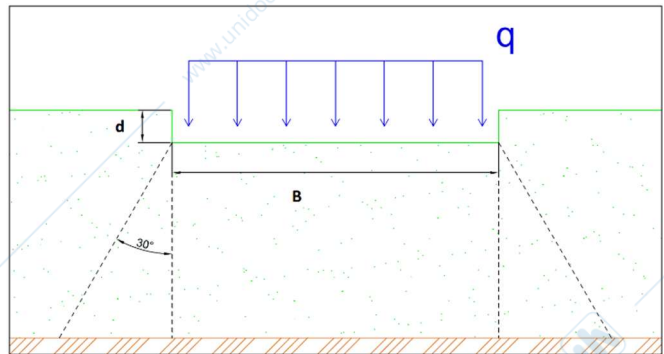
$$\Delta e = -c_c \log \left(\frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{vi}} \right) - c_r \log \left(\frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{vi}} \right)$$

$$\epsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 - e}$$

$$\Delta H_i = \epsilon_i H_i \rightarrow \Delta H_{tot} = \sum \Delta H_i$$

- Distribuzione degli sforzi per carico finito:

$$\Delta\sigma'_v = \frac{(q - \gamma' d) B}{B + 2z \cdot tg(30^\circ)}$$



Prove sulle Sabbie/Argille

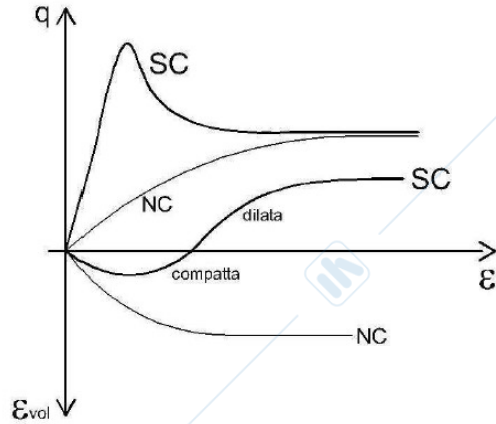
- Angolo d'attrito: $\varphi' = \arcsen \left(\frac{3M}{6+M} \right) ; M = \frac{6 \text{sen} \varphi'}{3 - \text{sen} \varphi'}$ oppure $\varphi' = \arcsen \left(1 - \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \right)$
- Pendenza a Rottura: $\eta = \frac{q}{p'}$
- Piano q-p':
 - $q = \sigma'_v - \sigma'_h$
 - $p' = \frac{1}{3} (\sigma'_v + 2\sigma'_h)$

Formulario di Geotecnica

• Prove:

- TXCD: $\Delta\sigma'_h = 0$
- TXCU: $\begin{cases} \Delta\varepsilon_{vol} = 0 \\ \Delta\varepsilon_v > 0 \end{cases} \rightarrow \varepsilon_v = \varepsilon$

(Argilla SC = Sabbia densa; Argilla NC = Sabbia sciolta)



• Deformazioni:

$$\Delta\varepsilon_{vol} = \Delta\varepsilon_v + 2\Delta\varepsilon_h$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{2}{3}(\Delta\varepsilon_v - \Delta\varepsilon_h)$$

(ricorda: $\nu = -\frac{\Delta\varepsilon_h}{\Delta\varepsilon_v} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon_{vol}}{\varepsilon_a}\right)$; $E = \frac{\Delta\sigma'_v}{\Delta\varepsilon_v}$; $d = \text{dilatanza} = \frac{\Delta\varepsilon_{vol}}{\Delta\varepsilon_d} = M - \eta$)

Prove sulle Argille

• Formule utili a carattere generale:

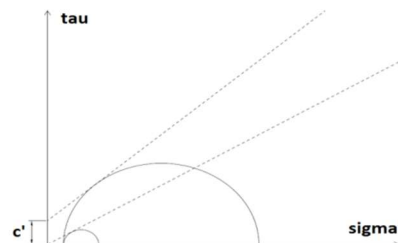
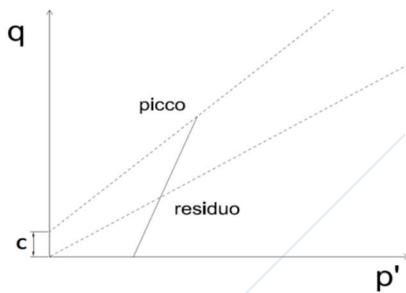
$$\begin{aligned} \Delta U &= p_f - p'_f \\ p_f &= p'_c + \frac{q_f}{3} \\ p'_f &= \frac{q_f}{M} \end{aligned}$$

• Prove:

$$C_u = q_f/2$$

$$A_f = \frac{\Delta U_f}{\Delta q_f} \rightarrow \begin{cases} 0.5 - 1 & \rightarrow NC \\ 0.2 - 0.5 & \rightarrow dOC \\ < 0.2 & \rightarrow fOC \end{cases}$$

- TXCU: si nota che in caso di $OCR > 6 \Rightarrow \Delta U_f < 0$
- TXCD: nel caso di argille sovraconsolidate ($OCR > 1$) si calcola ϕ'_{picco} ; $\phi'_{residuo}$



$$c' = \frac{C}{M_{picco} \cot \phi'_{picco}}$$

Formulario di Geotecnica

Cam Clay

- Equazione della Curva di Plasticità: $f = q + Mp' \ln\left(\frac{p'}{p_{c0}}\right)$

Per il picco: $f = 0$; $\frac{\partial q}{\partial p'} = 0 \rightarrow q = -Mp' \ln\left(\frac{p'}{p_{c0}}\right)$

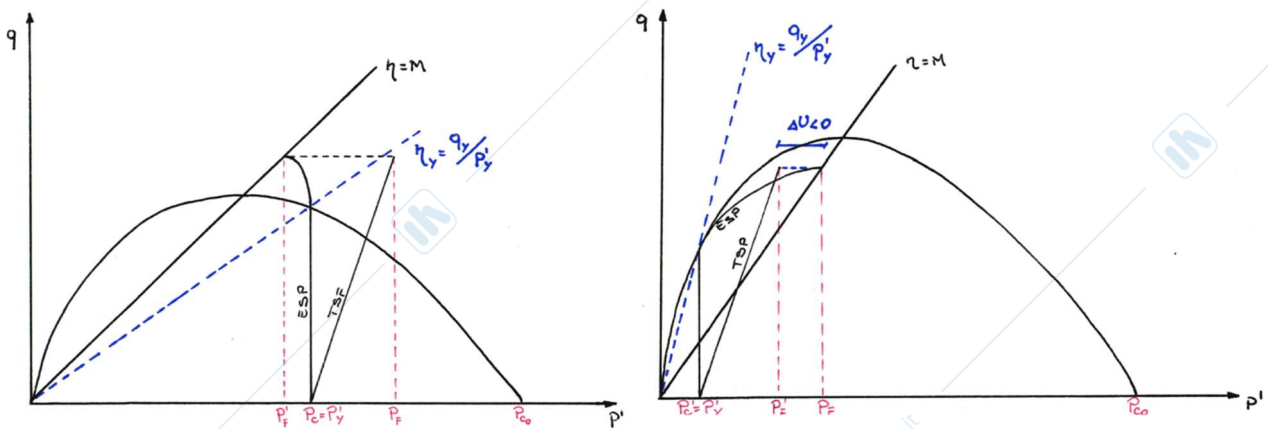
- Comportamento Elasto-Plastico:

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{vol} \\ \dot{\epsilon}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p'}(M - \eta) & \frac{(M - \eta)}{M} \\ \frac{1}{p'} & \frac{1}{M} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p' \\ \eta \end{bmatrix}$$

- Comportamento Elastico:

$$\begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{vol} \\ \dot{\epsilon}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k/p' & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p' \\ \eta \end{bmatrix}$$

- Prova TXCU:



$$p'_f = p'_y \cdot e^{-\frac{\lambda-k}{M\lambda}(M-\eta_y)}$$

$$q_f = M \cdot p'_f$$

$$p_c = p' \cdot e^{\frac{\eta}{M}} \quad \text{con } \eta = M \text{ per il calcolo di } p_{cf}$$

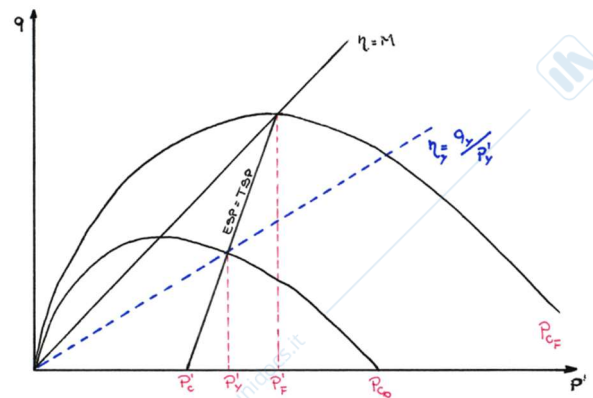
- Prova TXCD:

- o Caso $OCR < 6$:

$$p'_{max} = p_{c0} e^{-\frac{\eta}{M}}$$

$$\begin{cases} q_f = M \cdot p'_f \\ p'_f = p'_c + \frac{q_f}{3} \end{cases}$$

$$p_{cf} = p'_f e$$



Formulario di Geotecnica

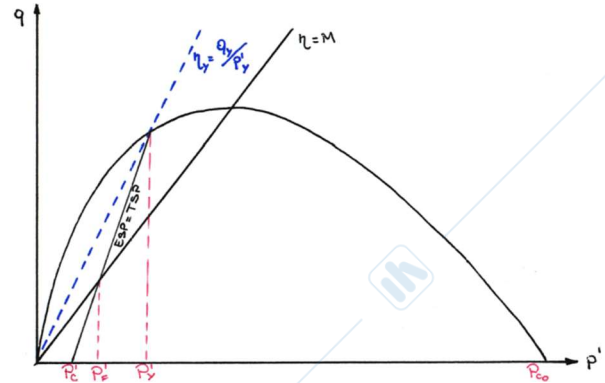
- Caso $OCR > 6$:
 - Picco:

$$\begin{cases} q_p = -M p'_p \ln\left(\frac{p'_p}{p_{c0}}\right) \\ q_p = 3(p'_p - p'_c) \end{cases}$$

- Critico:

$$\begin{cases} q_f = M p'_f \\ q_f = 3(p'_f - p'_c) \end{cases}$$

$$p_{cf} = p'_f e$$



N.B. per $OCR > 6$ non è detto che il punto finale sia prima del picco, potrebbe essere anche dopo.

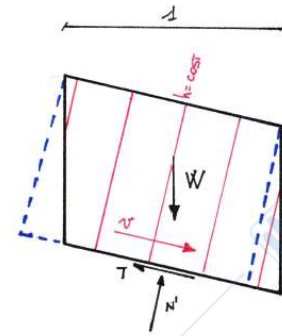
Stabilità dei Pendii

- Calcolo coefficiente di sicurezza:

$$T_{lim} = N' tg(\varphi') + c'l$$

$$\tau_{lim} = \sigma' tg(\varphi') + c'$$

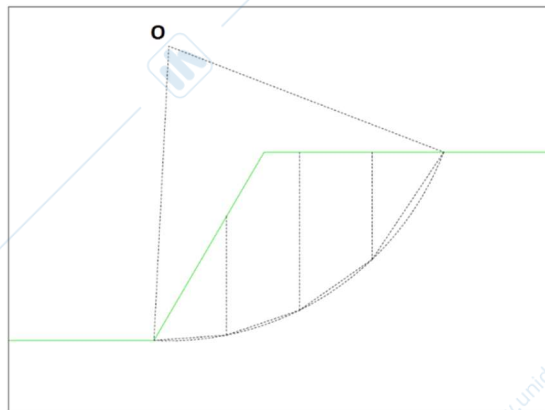
$$F_s = \frac{T_{lim}}{T} = \frac{\tau_{lim}}{\tau}$$



- Rappresentazione concio unitario:

Approccio agli sforzi totali	Approccio agli sforzi efficaci

- Stabilità di uno scavo:



Formulario di Geotecnica

Metodo di Fellenius	Metodo di Bishop
<ul style="list-style-type: none"> • Locale: $N'_i = W_i \cos(\alpha)$ • Globale: $M_o = \sum W_i b_i - \sum T_i R = 0$ • Criterio a rottura: $T_i = N'_i \operatorname{tg}(\varphi') + c' l_i$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Locale: $W_i = N'_i \cos(\alpha) + T_i \operatorname{sen}(\alpha)$ • Globale: $M_o = \sum W_i b_i - \sum T_i R = 0$ • Criterio a rottura: $T_i = \frac{1}{F_s} (N'_i \operatorname{tg}(\varphi') + c' l_i)$
$F_s = \frac{M_{res}}{M_{rib}} = \frac{[\sum W_i \cos(\alpha) \operatorname{tg}(\varphi') + c' l_i] R}{\sum W_i b_i}$	$F_s = \frac{\sum W_i + \frac{c_i l_i \operatorname{tg}(\alpha)}{F_s}}{\cos(\alpha) + \frac{\operatorname{tg}(\varphi') \operatorname{sen}(\alpha_i)}{F_s}} \frac{R}{\sum W_i b_i}$ <p>Ricavato iterativamente</p>

Muri di Sostegno

- Metodo Coulomb:

Questo è il sistema risolutivo più comodo:

$$\begin{cases} N' = \dots \\ T = \dots \\ T = N' \operatorname{tg}(\varphi') + c' l \end{cases}$$

Con $W_{sat} = \frac{1}{2} \gamma_{sat} H^2 \cotg(\beta)$

N.B. nel caso ci fosse filtrazione, utilizzando l'approccio agli sforzi efficaci, si deve tenere conto anche di questa forza: diretta come il flusso nel cuneo della spinta dovuta al terreno; mentre diretta in verso opposto il cuneo per il calcolo della spinta dell'acqua.

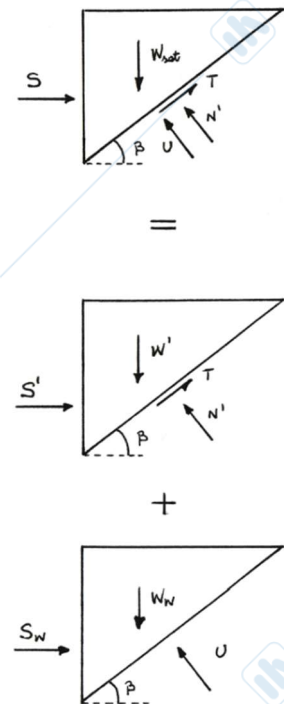
N.B. la c' si considera solo nelle argille.

- Metodo di Rankine:

Si calcola preliminarmente lo stato di sforzo verticale efficace.

Da quello si passa al calcolo dello sforzo orizzontale efficace che varia in funzione del materiale del quale lo si vuole calcolare:

- Argilla:
 - Breve termine: $\sigma'_h = \sigma'_v \pm 2Cu$
 - Lungo termine: $\sigma'_h = k_a \sigma'_v \pm 2c' \sqrt{k_a}$
- Sabbia:
 - $\sigma'_h = k_a \sigma'_v$
- Equilibrio alla base delle mura:
 - Traslazione:



Formulario di Geotecnica

- Per il calcolo delle componenti T e N' si usano le seguenti relazioni:

$$\text{Argilla: } \begin{cases} T = N' \left(\frac{2}{3} \tan \varphi' \right) + c'l; & \text{per Lungo Termine} \\ C_u B & \text{per Breve Termine} \end{cases}$$

$$\text{Sabbia: } T = N' \left(\frac{2}{3} \tan \varphi' \right)$$

- Rotazione:

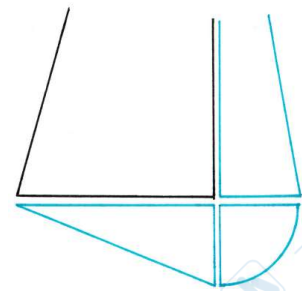
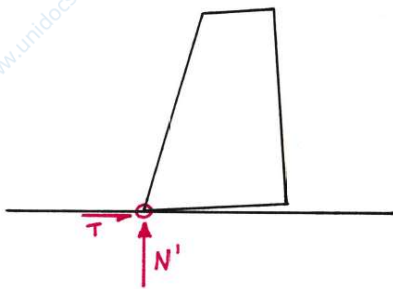
- Momento rispetto all'angolo a valle in basso del muro

N.B. **nell'argilla a breve termine si considerano solo gli sforzi totali** per fare l'equilibrio in quanto non si conosce con precisione la quota parte presa dall'acqua.

N.B. bisogna effettuare la **verifica alla fessurazione**, questo è da fare nel caso in cui gli sforzi efficaci orizzontali siano minori di 0, in questo caso vengono posti uguali a zero ottenendo nella formula di partenza un'equazione in z ($\sigma_v' = \sigma_v'(z)$), così facendo si ricava la profondità delle fessure.

N.B. bisogna considerare una **sottospinta** dovuta all'acqua solo nel caso sotto il muro sia presente argilla.

N.B. nel calcolo dell'equilibrio a ribaltamento non si considerano T e N' .



Paratie

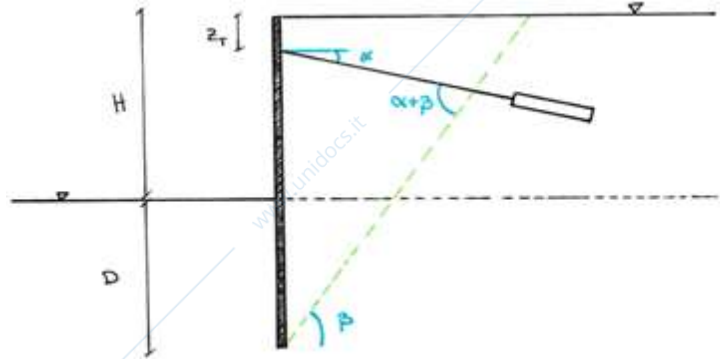
- Si procede con analoghi procedimenti dei muri di sostegno usando il metodo di Rankine.
- Per il calcolo degli sforzi bisogna considerare se il terreno svolge una funzione attiva o passiva:

$$k_a = \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'}$$

$$k_p = 1/k_a = \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}$$

- Posizione CIR:

- $D^* = 0.8D$ per paratie standard
- Punto di attacco del tirante (per paratie tirantate)

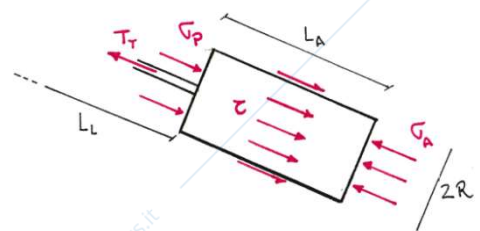


N.B. nelle paratie tirantate la parte sopra il CIR si considera parte del resto del terreno appena sotto, quindi risulta attivo o passivo come il terreno sotto.

- Dimensionamento bulbo:

- Nel caso in cui la paratia sorregga un terreno formato da più strati, scelgo il φ' minore e lo sostituisco al posto di β
- Calcolo la lunghezza minima del cavo sfruttando il teorema dei seni:

$$L_L = \frac{\sin(90 - \beta)(H + D - z_T)}{\sin(\alpha + \beta)}$$



Formulario di Geotecnica

- Calcolo la lunghezza del bulbo:

$$L_A = \frac{T_T}{\tau_{lim}(2\pi R)}$$

(τ_{lim} è un dato del problema, mentre R può essere posto dal progettista oppure può essere dato)

Analisi Limite

- Determina la stabilità attraverso l'equilibrio tra potenza interna ed esterna:
 - $P_{est} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ → per tutte le forze agenti sul sistema
 - $P_{int} = C_u v L$ → per tutte le superfici di contatto del cinematismo selezionato (anche le superfici di confine tra le zone)
 - $\begin{cases} \text{per fan simmetrico: } P_{est} = 0 \\ \text{per fan non simmetrico: } P_{est} = \int_0^\vartheta \int_0^R \gamma_{sat} r dr d\vartheta v \cos\vartheta \end{cases}$
 - $P_{int fan} = P_{sup} + P_{int} = R\vartheta \int u v + R\vartheta \int u v$
- Per calcolare la velocità di una zona del cinematismo, bisogna considerare la velocità del cinematismo precedente come una componente della velocità del cinematismo considerato (ovvero si applica la continuità delle velocità).

Fondazioni

- Formula di Terzaghi:

$$q_{lim} = \frac{1}{2} B \gamma \quad \gamma S_\gamma i_\gamma + q N_q S_q i_q + c' N_c S_c i_c$$

Con

- Coefficienti di capacità portante:

	N_q	N_c	N_γ
coesivo/frizionale (c, ϕ')	$\frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} e^{\pi \tan \phi'}$	$(N_q - 1) \text{ctan} \phi'$	$2(N_q + 1) \tan \phi'$
puramente coesivo (Cu)	1	$2 + \pi$	0

- Coefficienti di forma:

s_q	s_c	s_γ
$1 + \frac{B}{L} \tan \phi'$	$1 + \frac{N_q}{N_c} \tan \phi'$	$1 - 0.4 \frac{B}{L}$

- Coefficienti di inclinazione del carico:

	i_q	i_c	i_γ
coesivo/frizionale (c, ϕ')	$\left(1 - \frac{q_h}{q_v + c \text{ctan} \phi'}\right)^m$	$i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \phi'}$	$\left(1 - \frac{q_h}{q_v + c \text{ctan} \phi'}\right)^{m+1}$
puramente coesivo (Cu)	1	$1 - \frac{mq_h}{cN_c}$	0

$$\text{Con } m = \frac{2+B/L}{1+B/L}$$

Formulario di Geotecnica

Teoria dell'elasticità

- Stato di sforzo nello spigolo:

$$\sigma = I_{\sigma} q$$

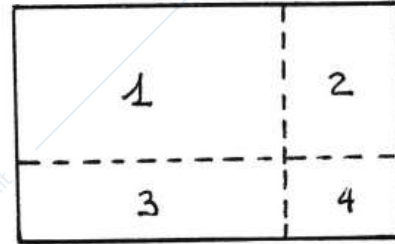
Con I_{σ} ricavabile attraverso grafici presenti in letteratura con in ordinata il rapporto z/B ed in ascissa I_{σ} mentre le curve sono funzione del rapporto L/B .

- Cedimento dello spigolo:

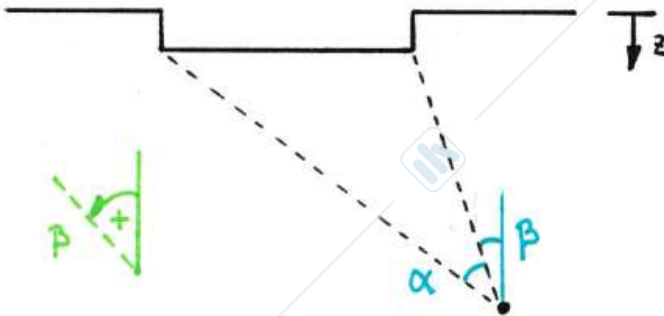
$$\rho = qB \frac{1 - \nu^2}{E} I_{\rho}$$

$$tg\vartheta = \frac{1 - \nu^2}{E} \left(\frac{M}{B^2 L} \right) I_{\vartheta}$$

N.B. lo spigolo oggetto di esame deve essere uno spigolo per tutti i rettangoli usati



- Calcolo della variazione dello stato di sforzo in un punto del terreno al di sotto di una fondazione:



$$\begin{cases} \Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi} (\alpha + \text{sen}\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\beta)) \\ \Delta\sigma_x = \frac{q}{\pi} (\alpha - \text{sen}\alpha \cdot \cos(\alpha + 2\beta)) \\ \Delta\sigma_y = \frac{2q}{\pi} (\alpha\nu) \end{cases}$$

Metodi per la caratterizzazione dei terreni**1. Metodo di Casagrande**

- Calcolo il disturbo: $a = lett_1 - lett_{\frac{1}{4}}$
 - $lett_1$: lettura presa al tempo $t = 1 \text{ min}$
 - $lett_{1/4}$: lettura presa al tempo $t = 0.25 \text{ min}$

- Determino dal grafico la lettura iniziale: $lett_{iniz} =$ primo punto rilevato dalla prova

- Calcolo la lettura 0: $lett_0 = lett_{1/4} + a$

- Calcolo: $lett_{50} = \frac{lett_{100} + lett_0}{2}$

- Dal grafico $U_m; T_v$ ricavo il valore di T_{v50}

- Con il grafico tipico del metodo risolutivo di Casagrande, entrando con il valore della lettura 50, ricavo il valore di t_{50}

- Con questo posso calcolare $C_v = \frac{T_v H_{dr}^2}{t_{50}}$ con $H_{DR} = \frac{h_0 - (lett_{50} - lett_0)}{2}$

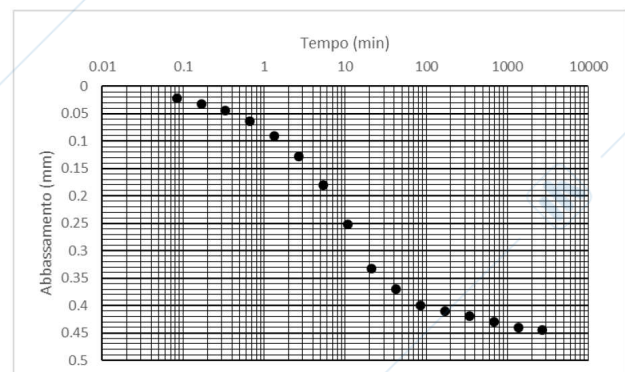


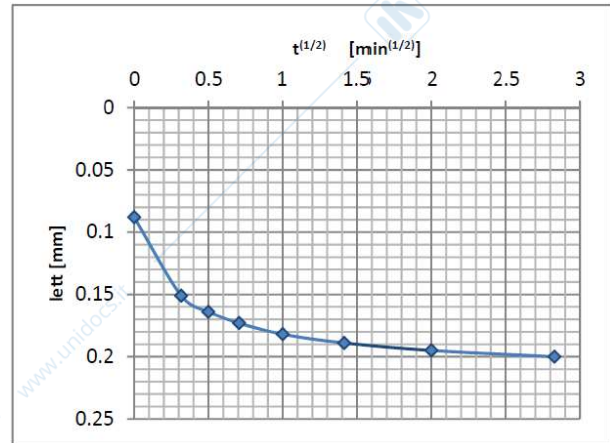
Fig. 3 $h_0=20 \text{ mm}$ $q=20 \text{ kPa}$

Formulario di Geotecnica

- Calcolo la deformazione: $\varepsilon = \frac{lett_{100} - lett_0}{h_0}$
- Calcolo $m_v = \varepsilon / \sigma$
- Calcolo la permeabilità: $k = C_v m_v \gamma_w$

2. Metodo di Taylor

- Traccio la tangente ai primi punti della curva
- Traccio una retta che parte dal punto iniziale della curva ed ha inclinazione maggiore del 115% rispetto a quella della tangente. Per fare questo prendo una misura con il righello e moltiplico quella misura per 1.15, quel nuovo punto, unito con il punto di partenza determina un punto di intersezione sulla curva.
- Questo punto di intersezione rappresenta il punto da cui ricavo $\sqrt{t_{90}}$ e poi t_{90}
- Con questo valore posso calcolare $C_v = \frac{T_{v90} H_{dr}^2}{t_{90}}$ con $H_{DR} = \frac{h_0 - (lett_{90} - lett_0)}{2}$
- Calcolo la lettura 100: $lett_{100} = lett_{90} + \frac{lett_{90} - lett_0}{9}$
- Quindi posso calcolare $m_v = \frac{lett_{100} - lett_0}{h_0} \cdot \frac{1}{\sigma_v}$
- Posso inoltre calcolare il cedimento: $\rho_\infty = lett_0 - lett_{100}$
- E quindi la permeabilità: $k = C_v m_v \gamma_w$



Coefficienti di sicurezza

- Sifonamento: $F_s = 3$
- Muri:
 - Traslazione: $F_s = 1.3$
 - Ribaltamento: $F_s = 1.5$
- Paratie: $F_s = 2$
- Fondazioni: $F_s = 3$