DISTRIBUZIONE NORMALE E BINOMIALE

NORMALE

Si analizza un campione ristretto per fare una previsione dell'universo che voglio studiare.
Calcolo una media del campione:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{P} x_j \cdot F_j}{n}$$

Dove
j = Pedice del tipo di risposta;
P = Numero totale di risposte di tipo diverso;
F_j = Numero di risposte j-esime (tutte dello stesso tipo j);

Calcolo la deviazione standard del campione:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{P} \left(x_j - \bar{x}\right)^2 \cdot F_j}{n}}$$

Identificato il comportamento del campione possiamo dire che l'universo si comporta tra 2 estremi (max e min) che sono:

$$Pr\{\bar{x} - \Delta \leq M \leq \bar{x} + \Delta\} \cong f(k)$$

Dove
$\Delta = \frac{k \cdot \sigma_c}{\sqrt{n-1}}$ = intervallo di confidenza

$f(k)$	k
67%	1
95%	2
99.5%	3

ESEMPIO:

Indagine sul numero di smartphone acquistati all'anno dagli studenti; Risposte possibili: 0, 1, 2, 3, 4 o più.
Si vuole studiare un universo di N = 5.000.000 di individui conoscendo il prezzo di vendita (p =230 €/pz) con una precisione del 95%.

j	x_j	F_j
1	0	53
2	1	124
3	2	197
4	3	91
5	4 o più	22
	n = TOT =	517

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 53 + 1 \cdot 124 + 2 \cdot 197 + 3 \cdot 91 + 4 \cdot 22}{517} = 1{,}70 \left[\frac{n°pz}{anno \cdot stud}\right]$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{(0-1{,}7)^2 \cdot 53 + (1-1{,}7)^2 \cdot 124 + (2-1{,}7)^2 \cdot 197 + (3-1{,}7)^2 \cdot 91 + (4-1{,}7)^2 \cdot 22}{517}} = 0{,}9852$$

$$\Delta = \frac{2 \cdot 0{,}9852}{\sqrt{517-1}} = 0{,}08674 \left[\frac{n°pz}{anno \cdot stud}\right]$$

$$\rightarrow Pr\{1{,}7 - 0{,}08674 \leq M \leq 1{,}7 + 0{,}08674\} \cong 95\% \rightarrow Pr\{1{,}6133 \leq M \leq 1{,}78674\}$$

$$\rightarrow Pr\{N \cdot 1{,}6133 \leq M \leq N \cdot 1{,}78674\} \rightarrow 8.066.500 \leq M \leq 8.933.500 \rightarrow 8.066.500 \cdot P \leq M \leq 8.933.500 \cdot P$$

$$185.529.500\ € \leq M \leq 205.470.500\ €$$

DISTRIBUZIONE NORMALE E BINOMIALE

BINOMIALE

Per descrivere fenomeni per cui la risposta è limitata a due scelte (Sì/No, 1/0, ecc).

$$P_n(\alpha) = \begin{matrix} probabilit\grave{a}\ di\ trovare \\ la\ risposta\ positiva\ (s\grave{i}; 1) \\ \alpha\ volte\ su\ n\ osservazioni \end{matrix} = \binom{n}{\alpha} \cdot p^\alpha \cdot q^{n-\alpha} = \frac{n!}{(n-\alpha)! \cdot \alpha!} \cdot p^\alpha \cdot q^{n-\alpha}$$

Dove:

$\alpha = n°\ risposte\ positive;$
$n = n°\ risposte\ totali\ (osservazioni);$
$p = probabilit\grave{a}\ di\ accadimento\ dell'evento\ positivo;$
$q = probabilit\grave{a}\ di\ accadimento\ dell'evento\ negativo = 1 - p;$

ESEMPIO:

Dado con "puntata": Calcolare la probabilità che esca la faccia che mi interessa 5 volte su 10 tiri in totale.

$p = \frac{\alpha}{n} = \frac{1}{6} \rightarrow probabilit\grave{a}\ che\ esca\ la\ faccia\ che\ mi\ interessa;$

$q = 1 - p = \frac{5}{6} \rightarrow probabilit\grave{a}\ che\ esca\ una\ faccia\ che\ non\ sia\ quella\ che\ mi\ interessa;$

$\alpha = 5 \rightarrow voglio\ che\ esca\ la\ faccia\ che\ mi\ interessa\ per\ 5\ volte\ su\ n\ tiri\ totali;$

$n = 10 \rightarrow n°\ di\ tiri\ totale$

$$P_n(\alpha) = \frac{n!}{(n-\alpha)! \cdot \alpha!} \cdot p^\alpha \cdot q^{n-\alpha}$$

$$\frac{n!}{(n-\alpha)! \cdot \alpha!} = \frac{10!}{(10-5)! \cdot 5!} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5!} = \frac{30.240}{120} = 252$$

$$\rightarrow P_n(\alpha) = 252 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10-5} = 0.013024 = 1{,}30\%$$

Questa proprietà è utilizzata anche nelle indagini campionarie.

$$\frac{\alpha}{n} = n°\ di\ risposte\ positive\ sul\ totale\ (probabilit\grave{a}\ accadimento\ evento\ positivo\ percentuale)$$

$$M\left(\frac{\alpha}{n}\right) = p \quad \rightarrow \quad M(\alpha) = p \cdot n$$

$$\sigma^2\left(\frac{\alpha}{n}\right) = \frac{p \cdot q}{n} \quad \rightarrow \quad \sigma^2(\alpha) = p \cdot n \cdot q$$

$$Pr\left\{p' - \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n-1}} \cdot k \le p \le p' + \sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n-1}} \cdot k\right\}$$

Dove:

$p' = valor\ medio\ campione;$
$p = valor\ medio\ universo;$

DISTRIBUZIONE NORMALE E BINOMIALE

ESEMPIO:

Devo promuovere un nuovo macchinario agricolo ed intervisto un campione di $n = 1750$ agricoltori sapendo che i soggetti totali del settore sono $N = 15.000$, ponendo loro la domanda "sei disponibile all'acquisto di un nuovo macchinario?", ho ottenuto $\alpha = 1075$ risposte positive.

Entro quale range riesco a stimare p con un'affidabilità della risposta del 95% $\quad (k = 2)$?

$$p' = \frac{\alpha}{n} = \frac{1075}{1750} = 0{,}6143$$

$$q' = 1 - p' = 0{,}3857$$

$$\Delta = k\sqrt{\frac{p' \cdot q'}{n-1} = 2 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6143 \cdot 0{,}3857}{1750-1}} = 0{,}02328}$$

$$p' - \Delta \leq p \leq p' + \Delta \rightarrow \quad 0{,}6143 - 0{,}02328 \leq p \leq 0{,}6143 + 0{,}02328 \quad \rightarrow 0{,}5910 \leq p \leq 0{,}6376$$

$$0{,}5310 \cdot N \leq p \leq 0{,}6376 \cdot N \quad \rightarrow \quad 0{,}5310 \cdot 15.000 \leq p \leq 0{,}6376 \cdot 15.000$$

$$\rightarrow 7965 \leq p \leq 9563{,}7$$

PREVISIONE DELLA DOMANDA

METODO DELLA CORRELAZIONE

$$\left.\begin{aligned} a &= \bar{y} \\ b &= \frac{\sum_i[(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})]}{\sum_i[(x_i-\bar{x})^2]} \end{aligned}\right\rangle y = a + b(x_i - \bar{x})$$

Posso definire un coefficiente di correlazione R:

$$R = \frac{\sum_i[(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})]}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \quad -1 \leq R \leq 1$$

$$|R| \geq 0.8 - 0.9 \; buona\ correlazione$$

Dove:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}} \quad e \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}{n}}$$

METODO DELL'ULTIMO PERIODO (MUP)

$$D_{t+1} = d_t$$

Dove
D_t = Previsione di mercato nel periodo t;
D_{t+1} = Previsione di mercato per il prossimo periodo (futuro, $t+1$);
d_t = Domanda di mercato nel periodo t;

METODO DELLA MEDIA MOBILE SEMPLICE (MMS)

$$D_{t+1} = \frac{\sum_{k=1}^{n} d_{t-k+1}}{n}$$

Ossia la previsione è la media algebrica degli n periodi passati.

METODO DELLA MEDIA MOBILE PESATA (MMP)

$$D_{t+1} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(d_{t-k+1} \cdot P_k)}{\sum_{k=1}^{n} P_k}$$

Dove
P_k = Peso k-esimo;
Si ha che: $P_k \geq P_{k+1}$

METODO DELLO SMORZAMENTO ESPONENZIALE (SE)

$$D_{t+1} = D_t - \alpha(D_t - d_t) = \sum_{k=0}^{n}[\alpha(1-\alpha)^k \cdot d_{t-k}]$$

Dove

α = Coefficiente di smorzamento [0,1] NB: $D_1 = \begin{cases} d_1 \\ \frac{d_1+d_2+d_3}{3} \end{cases}$

PREVISIONE DELLA DOMANDA

COEFFICIENTI DI ERRORE

$$K_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(D_t - d_t)^2}{n} \quad \rightarrow \quad ERRORE\ QUADRATICO\ MEDIO$$

$$K_2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}|D_t - d_t|}{n} \quad \rightarrow \quad ERRORE\ MEDIO\ ASSOLUTO$$

$$K_3 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(D_t - d_t)}{n} \quad \rightarrow \quad ERRORE\ MEDIO$$

K_1 e K_2 servono per identificare il metodo previsionale migliore, a quel punto utilizziamo K_3 per vedere se:

$K_3 < 0$ $\rightarrow$ *Il metodo previsionale sottostima* d_t
$K_3 > 0$ $\rightarrow$ *Il metodo previsionale sovrastima* d_t

ESEMPIO:

In una previsione mediante media mobile semplice MMS su 2 periodi o media mobile pesata MMP su 3 periodi (P_1=3, P_2=1.5, P_3=0.5) o metodo dell'ultimo periodo MUP, si vuole vedere quale sia il metodo migliore. Si hanno a disposizione i dati di tabella.

periodo	d_vera	MMS	MMP	MUP
1	275	-	-	-
2	263	-	-	275
3	259	269	-	263
4	256	261	261,8	259
5	284	257,5	257,6	256
6	280	270	273,1	284
7	222	282	278,8	280
8	254	251	245,6	222

$$MMS_8 = \frac{d_7 + d_6}{2} = \frac{222 + 280}{2} = 251$$

$$MMP_8 = \frac{P_1 \cdot d_7 + P_2 \cdot d_6 + P_3 \cdot d_5}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{3 \cdot 222 + 1.5 \cdot 280 + 0.5 \cdot 284}{5} = 245,6$$

$$MUP_8 = d_7 = 222$$

$$K_{1,MMS} = \frac{\sum_{t=4}^{8}(D_t - d_t)^2}{4} = \frac{104,5}{4} = 26,125$$

$$K_{1,MMP} = \frac{\sum_{t=4}^{8}(D_t - d_t)^2}{4} = \frac{104,3}{4} = 26,075$$

$$K_{1,MUP} = \frac{\sum_{t=4}^{8}(D_t - d_t)^2}{4} = \frac{125}{4} = 31,25$$

PREVISIONE DELLA DOMANDA

ESEMPIO:

Si vuole effettuare un indagine di previsione per correlazione, di lievito per pizza dell'azienda "Cuoci e Mangia". Si vede che il lievito venduto è legato al numero di persone a casa in ferie.
Avendo noti i dati di vendite qui a fianco:

mese	Persone in Ferie - X	Kg di lievito venduti - Y	$(X-X_{media})$	$(Y-Y_{media})$	$(X-X_{media})^2$
1	150.000	143	- 64.800	- 56,92	4.199.040.000
2	210.000	193	- 4.800	- 6,92	23.040.000
3	275.000	251	60.200	50,58	3.624.040.000
4	189.000	170	- 25.800	- 29,82	665.640.000
5	250.000	243	35.200	43,08	1.239.040.000
media	214.800	200			

$$\left.\begin{aligned} a = \bar{y} = 200 \\ b = \frac{\sum[(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sum[(x_i - \bar{x})^2]} = \frac{9.052.320}{9.750.800.000} = 0{,}000928367 \end{aligned}\right\rangle\; y = 200 + 0.00093 \cdot (x - 214.800)$$

NUMERO MACCHINE PRODUZIONE PER REPARTI

$$M_j' = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{Q_{ij} \cdot T_{ij}}{\eta_{ij} \cdot 60 \cdot N_{ij}} \right] \quad \rightarrow \quad M_j = \lceil M_j' \rceil = n° \; intero \; per \; eccesso$$

Dove:

$j = indice\ del\ reparto;\quad i = indice\ del\ prodotto;$

$M_j = n°\ macchine\ reparto\ j - esimo;$

$M_j' = n°\ macchine\ teorico;$

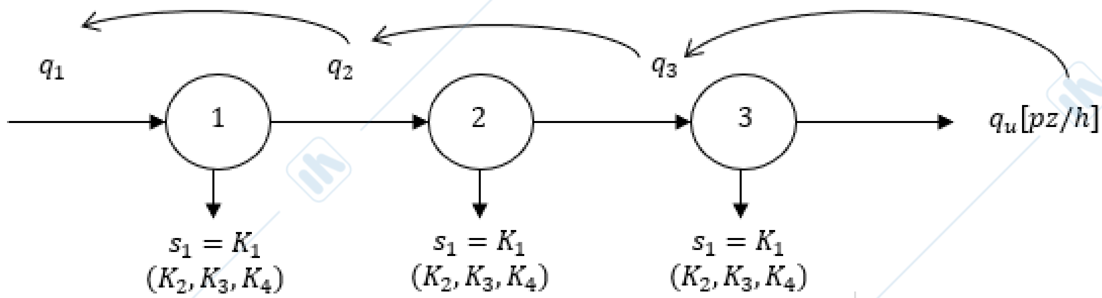
$\eta_{ij} = rendimento\ macchina\ j\ per\ produrre\ il\ prodotto\ i;$

$Q_{ij} = produzione\ del\ prodotto\ i\ nel\ reparto\ j\ \left[\frac{pz}{mese}\right];$

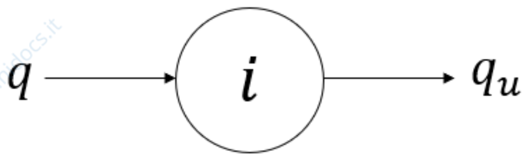
$N_{ij} = n°\ ore\ di\ produzione\ per\ il\ prodotto\ i\ nel\ reparto\ j\ \left[\frac{h}{mese}\right];$

$T_{ij} = tempo\ teorico\ ciclo\ prodotto\ i\ nel\ reparto\ j\ \left[\frac{min}{pz}\right];$

LINEA SINCRONA



Per ogni stazione:



$$q = \frac{q_u}{\eta_{TOT_i}}$$

$$\rightarrow n_i = n°\ macchine\ fase\ i - esima = \frac{q_i \cdot T_i}{60} = \frac{q_u \cdot T_i}{\eta_{TOT_i} \cdot 60}$$

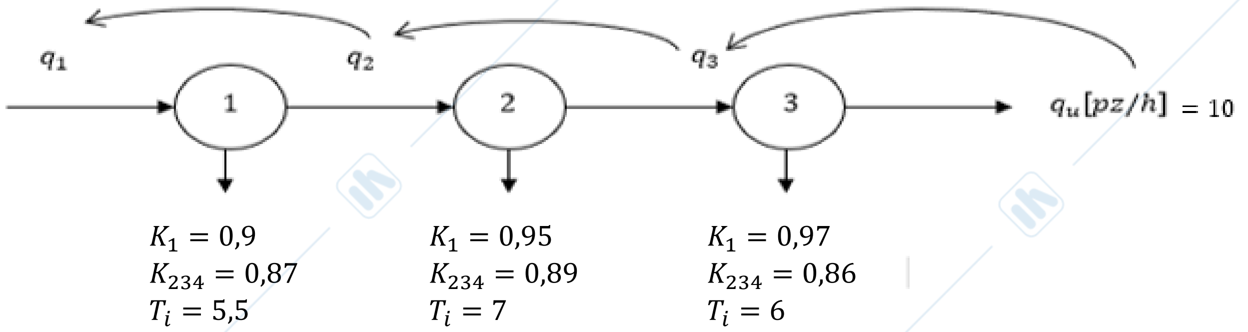
Dove:

$T_i = Tempo\ ciclo\ teorico\ [min/pz];$

$q_i; q_u = Produzione\ a\ monte\ e\ a\ valle\ [pz/h];$

$\eta_{TOT_i} = Rendimento\ totale;$

ESEMPIO:



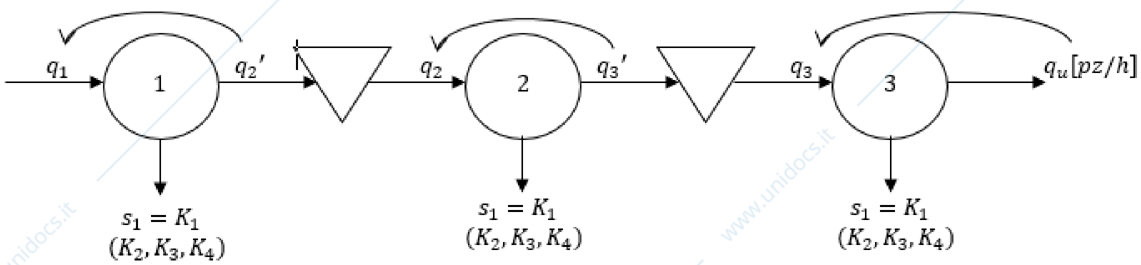
$$q_3 = \frac{q_u}{(K_1 \cdot K_{234})_3} = \frac{10}{0{,}97 \cdot 0{,}86} = 11{,}99 \rightarrow n_3' = \frac{q_3 \cdot T_3}{60} = \frac{11{,}99 \cdot 6}{60} = 1{,}99 \rightarrow n_3 = \lceil n_3' \rceil = 2\ macchine$$

$$q_2 = \frac{q_3}{(K_1 \cdot K_{234})_2} = \frac{11{,}99}{0{,}95 \cdot 0{,}89} = 14{,}18 \rightarrow n_2' = \frac{q_2 \cdot T_2}{60} = \frac{14{,}18 \cdot 7}{60} = 1{,}65 \rightarrow n_2 = \lceil n_2' \rceil = 2\ macchine$$

$$q_1 = \frac{q_2}{(K_1 \cdot K_{234})_1} = \frac{14{,}18}{0{,}9 \cdot 0{,}87} = 18{,}11 \rightarrow n_1' = \frac{q_1 \cdot T_1}{60} = \frac{18{,}11 \cdot 5{,}5}{60} = 1{,}66 \rightarrow n_1 = \lceil n_1' \rceil = 2\ macchine$$

$$In\ generale: q_{IN} = \frac{q_u}{\prod_{i=1}^{n}(K_{1_i})}$$

LINEA ASINCRONA



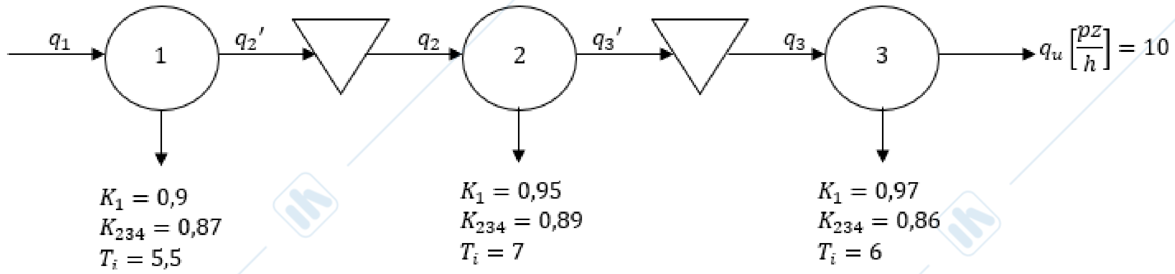
Per ogni stazione si ha:

$$q_i' = \frac{q_u}{\prod_{j=i}^{n} K_{1_j}}$$

$$q_i = \frac{q_{i+1}'}{\eta_{TOT_i}}$$

$$n_i = n°\ macchine\ fase\ i-esima = \frac{q_i \cdot T_i}{60} = \frac{q_{i+1}' \cdot T_i}{\eta_{TOT_i} \cdot 60}$$

ESEMPIO:



$$q_3 = \frac{q_u}{(K_1 \cdot K_{234})_3} = \frac{10}{0{,}97 \cdot 0{,}86} = 11{,}99 \rightarrow n_3' = \frac{q_3 \cdot T_3}{60} = \frac{11{,}99 \cdot 6}{60} = 1{,}99 \rightarrow n_3 = \lceil n_3' \rceil = 2\ macchine$$

$$q_3' = \frac{q_u}{(K_1)_3} = \frac{10}{0{,}97} = 10{,}30 \rightarrow q_2 = \frac{q_3'}{(K_1 \cdot K_{234})_2} = \frac{10{,}30}{0{,}95 \cdot 0{,}89} = 12{,}18 \rightarrow n_2' = \frac{q_2 \cdot T_2}{60} = 1{,}42$$
$$\rightarrow n_2 = \lceil n_2' \rceil = 2\ macchine$$

$$q_2' = \frac{q_3'}{(K_1)_2} = \frac{10{,}30}{0{,}95} = 10{,}84 \rightarrow n_1' = \frac{q_2' \cdot T_1}{(K_1)_1 \cdot (K_{234})_1 \cdot 60} = \frac{10{,}84 \cdot 5{,}5}{0{,}9 \cdot 0{,}87 \cdot 60} = 1{,}26$$
$$\rightarrow n_1 = \lceil n_1' \rceil = 2\ macchine$$

$$In\ generale: q_{IN} = \frac{q_u}{\prod_{i=1}^{n} (K_{1_i})}$$

CURVA CARATTERISTICA DEL PRODOTTO

$$U = C.C.P. = \frac{q}{60} \cdot \frac{\sum T_i}{\sum n_i} \quad (Hp: rendimenti\ unitari)$$

$q_{is} = qtà\ di\ saturazione = \frac{60}{T_i}\ [pz/h]$

$T_i = tempo\ di\ ciclo = [min/pz]$

CURVA CARATTERISTICA IN VALORE

$$U^* = \frac{q}{60} \cdot \frac{\sum T_i c_i}{\sum n_i c_i}$$

Dove

$n_i = n°\ macchine\ necessarie;$

$c_i = costo\ macchina\ i - esima;$

$T_i = tempo\ di\ ciclo = [min/pz];$

VALORE DI UN'ATTREZZATURA

- Attrezzatura esistente

$$CTSR' = Costo\ Tecnico\ Servizio\ Reso\ [€/anno]$$
$$(ingloba\ tutti\ i\ costi\ relativi\ al\ funz.\ della\ macchina)$$

$$V_0' = \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{CTSR_k'}{(1+i)^k} - \frac{V_r'}{(1+i)^n} \right]$$

Dove:
$k = 1, \dots, n = indice\ dell'anno;$
$i = tasso\ di\ interesse\ per\ l'attualizzazione;$
$n = vita\ utile\ del\ macchinario;$
$V_r' = valore\ residuo\ del\ bene;$

- Attrezzatura nuova

$$V_0 = C_0 + \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{CTSR_k}{(1+i)^k} - \frac{V_r}{(1+i)^n} \right]$$

Dove:
$C_0 = costo\ iniziale\ dell'acquisto;$
$CTSR_k' \neq CTSR_k;$
$V_r' \neq V_r;$

- Valore economico di un'attrezzatura

$$V = V_0 - V_0' \rightarrow \begin{cases} > 0 & \textbf{non conviene sostituire}\ il\ macchinario\ vecchio \\ < 0 & \textbf{conviene sostituire}\ il\ macchinario\ vecchio \end{cases}$$

ESEMPIO:

VECCHIA		NUOVA	
$CTSR_k'$	$35\ k€/anno$	$CTSR_k$	$15\ k€/anno$
V_r'	0	V_r	$35\ k€$
		C_0	$135\ k€$
$n = 5\ anni$	$i = 8\%\ anno$		

$$s = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 0.2504$$

$$V_0' = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{CTSR_k'}{(1+i)^k} \right) = \sum_{k=1}^{n} \frac{35.000}{(1+0{,}08)^k} = 35.000 \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1{,}08)^k} = 35.000 \cdot \frac{1}{s} = 139.776\ €$$

$$V_0 = C_0 + \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{CTSR_k}{(1+i)^k} - \frac{V_r}{(1+i)^n} \right] = 135.000 + \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{15.000}{(1{,}08)^k} - \frac{35.000}{(1{,}08)^n} \right] = 171.083\ €$$

$$V = V_0 - V_0' = 171.083 - 139.776 = 31.307\ € > 0 \rightarrow \textbf{Non conviene la sostituzione}$$

FMS

N° MACCHINE

$$N°_{macch} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot t_i}{N \cdot t \cdot h \cdot \eta \cdot 60}$$

Dove:
$i = indice\ prodotto = 1, \dots, n;$
$t_i = tempo\ ciclo\ macchina\ [min/pz];$
$Q_i = volume\ produttivo\ [pz/anno];$
$N = gg\ lavorativi\ anno\ [gg/anno];$
$t = turni\ al\ giono\ [turni/gg];$
$h = durata\ turno\ [h/turno];$
$\eta = efficienza\ macchina;$

N° PALLET

$$N°_{in+out\ pallet} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{CAP_i} \cdot N°_{piazz_i} \quad [n°\ pallet/anno]$$

Dove:
$N°_{piazz_i} = numero\ piazzamenti\ del\ prodotto\ i - esimo\ [n°\ piazzamenti/pz];$
$Q_i = volume\ produttivo\ prodotto\ i - esimo\ [pz/anno];$
$CAP_i = capacità\ pallet\ i - esimo\ [pz/pallet];$

TEMPO CARICO E SCARICO TOTALE

$$T_{in+out\ tot} = N°_{in+out\ pallet} \cdot T_{in+out} \quad [min/anno]$$

Dove:

$T_{in+out} = tempo\ carico\ e\ scarico\ [min/pallet];$

N° OPERTATORI PER CARICO E SCARICO

$$N°_{op\ in+out} = \left\lceil \frac{T_{in+out\ tot}}{N \cdot h \cdot \eta_{op} \cdot 60} \right\rceil$$

Dove:
$N = gg\ lavorativi\ anno\ [gg/anno];$
$h = durata\ turno\ [h/turno];$
$\eta_{op} = rendimento\ opertatore = 0{,}85;$
$T_{disp\ 1\ operatore} = N \cdot h \cdot \eta_{op} \cdot 60;$

N° OPERATORI PER PIAZZAMENTI

$$N°_{op\ piazz} = \left\lceil \frac{T_{piazz\ tot}}{T_{disp\ 1\ operatore}} \right\rceil = \left\lceil \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot N°_{pz_i} \cdot T_{pl_i}}{N \cdot h \cdot \eta_{op} \cdot 60} \right\rceil$$

Dove:

$T_{pl_i} = tempo\ piazzamento\ del\ prodotto\ i - esimo;$

FMS

N° OPERATORI COMPLESSIVI (IN+OUT + PIAZZAMENTO)

$$N°_{op\ in+out\ e\ piazz} = \left\lceil \frac{T_{in+out\ tot} + T_{piazz\ tot}}{N \cdot h \cdot \eta_{op} \cdot 60} \right\rceil$$

COEFFICIENTE DI UTILIZZO OPERATORI

$$C_{utilizzo} = \frac{N°_{op\ in+out\ e\ piazz}}{\lceil N°_{op\ in+out\ e\ piazz} \rceil} \quad [\%]$$

ASSEMBLAGGIO

- Se ho **linee già bilanciate** per trovare quel**la meglio bilanciata è**:
  Calcolo SX di ogni linea e scelgo **quella con SX minore.**

$$SX_j = \sqrt{\sum (T_c - T_{si})^2}$$

Dove
$SX_j = SX\ della\ linea\ j - esima$
$T_c = tempo\ di\ ciclo$
$T_{si} = tempo\ totale\ della\ stazione\ i - esima$ (somma dei tempi delle varie task all'interno di quella stazione).

ESEMPIO:

Supponendo di avere 3 ipotesi di linee di montaggio già bilanciate con tutte le precedenze soddisfatte e che sia noto il tempo di ciclo Tc.

	STAZ. 1		STAZ.2		STAZ. 3
Linea 1	TASK 1-3	➡	TASK 2-4-6	➡	TASK 5-7
Linea 2	TASK 1-2	➡	TASK 3-4-5	➡	TASK 6-7
Linea 3	TASK 1-3	➡	TASK 2-4-5	➡	TASK 6-7

Durata TASK

j	t _ j
1	5,670
2	8,500
3	7,230
4	4,340
5	5,730
6	6,820
7	9,673
tot.	47,963

tutti i tempi sono in minuti Tc voluto 20,4546719

$$\left.\begin{aligned} T_{S1} &= T_1 + T_3 \\ T_{S2} &= T_2 + T_4 + T_6 \\ T_{S3} &= T_5 + T_7 \end{aligned}\right| \rightarrow \quad SX_1 = \sqrt{(T_c - T_{S1})^2 + (T_c - T_{S2})^2 + (T_c - T_{S3})^2}$$

$$\left.\begin{aligned} T_{S1}' &= T_1 + T_2 \\ T_{S2}' &= T_3 + T_4 + T_5 \\ T_{S3}' &= T_6 + T_7 \end{aligned}\right| \rightarrow \quad SX_2 = \sqrt{(T_c - T_{S1}')^2 + (T_c - T_{S2}')^2 + (T_c - T_{S3}')^2}$$

La linea 2 ha SX minore → è la meglio bilanciata!

$$\left.\begin{aligned} T_{S1}'' &= T_1 + T_3 \\ T_{S2}'' &= T_2 + T_4 + T_5 \\ T_{S3}'' &= T_6 + T_7 \end{aligned}\right| \rightarrow SX_3 = \sqrt{(T_c - T_{S1}'')^2 + (T_c - T_{S2}'')^2 + (T_c - T_{S3}'')^2}$$

$Tempo\ totale\ delle\ stazioni$

$i - esime\ nelle\ varie\ linee$

$Valore\ di\ SX\ della$

$linea\ j - esima$

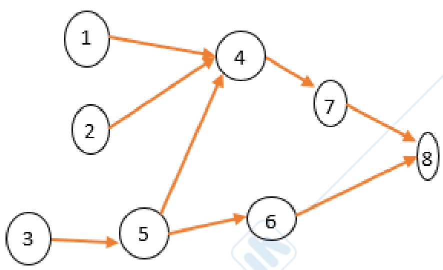
ASSEMBLAGGIO

- **Calcolare** il **RPW** dei Task **e**d effettuare il **bilanciamento delle stazioni:**

$$RPW_j = t_j + \sum_{i \in F_j} t_i$$

Dove
$F_j = insieme\ di\ tutti\ i\ follower\ del\ task\ j$
$t_j = tempo\ del\ task\ j$
$t_i = tempo\ del\ task\ i - esimo\ follower\ di\ j$
In pratica bisogna sommare il tempo del task $j - esimo$ con la somma dei tempi di ogni task che lo segue (sarebbero i task successivi al task $j - esimo$ seguendo le frecce del diagramma).
A quel punto metto in ordine decrescente i vari RPW_j e compongo le varie stazioni sommando un tot di task in modo che il tempo totale di ogni stazione T_i sia il più vicino possibile (ma comunque sempre inferiore o al più uguale) al tempo di ciclo T_C.

ESEMPIO:



Durata TASK

j	t _ j
1	3,2
2	4,5
3	4,3
4	5,5
5	2,4
6	4,3
7	6
8	3,7

$T_C = 13$

$RPW_1 = t_1 + t_4 + t_7 + t_8 \ \rightarrow [4,7,8] \rightarrow tuttti\ i\ follower\ di\ 1$	4
$RPW_2 = t_2 + t_4 + t_7 + t_8$	3
$RPW_3 = t_3 + t_5 + t_6 + t_8 + t_4 + t_7$	1
$RPW_4 = t_4 + t_7 + t_8$	5
$RPW_5 = t_5 + t_6 + t_8 + t_4 + t_7$	2
$RPW_6 = t_6 + t_8$	7
$RPW_7 = t_7 + t_8$	6
$RPW_8 = t_8$	8

$\leftarrow$ RPW_j in ordine decrescente

<u>*Distribuisco i task nelle rispettive stazioni cercando di rispettare le condizioni* $(T_i \le T_c\ ;\ T_i \to T_c)$</u>

Stazione 1		*Stazione 2*		*Stazione 3*
$3, 5, 2$	;	$1, 4, 6$	;	$7, 8$
$T_1 = t_3 + t_5 + t_2$		$T_2 = t_1 + t_4 + t_6$		$T_3 = t_7 + t_8$

ASSEMBLAGGIO

- **Indici** di **performance** (KPI, "Key Performance Index"):

Station Excess SE Differenza fra il numero reale di stazioni dopo il bilanciamento, e il valore minimo di stazioni.	**Line Efficiency LE** Rapporto fra tempo totale di assemblaggio richiesto da tutti i task, e il tempo totale disponibile in ogni stazione.
$m - m_{min} = m - \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j}{T_c}$	$\frac{\sum t_j}{m \cdot T_c}$
Balance Delay BD Tempo di ozio totale della linea di assemblaggio ossia la somma dei tempi di ozio di ogni stazione k.	**Smoothness Index SI** Misura dell'equità dell'assegnazione dei task a tutte le stazioni
$\sum_{k=1}^{m} I_k = T_c - \sum_{j \in k} t_j$	$\sqrt{\sum_{k=1}^{m} (T_{c\,max} - T_k)^2}$

ESEMPIO:

Linea già bilanciata con 3 stazioni

STAZ. 1 ➡ STAZ.2 ➡ STAZ. 3

Tempo di ciclo della linea

10

tutti i tempi sono in minuti

Durata e assegnazione TASK

j	t _ j	Stazione
1	5	1
2	2,5	2
3	3,7	1
4	2,2	2
5	4,1	3
6	5,7	3
7	2,8	2
tot.	26	

$$SX = \sqrt{(T_c - T_1)^2 + (T_c - T_2)^2 + (T_c - T_3)^2}$$

$$BD = \sum_{k=1}^{m} I_k = (T_c - T_1) + (T_c - T_2) + (T_c - T_3)$$

Tempo di ciclo linea   Tempo stazione $k - esima$

ASSEMBLAGGIO

- **LCR “largest Candidate Rule”:**

Tiene conto solo della durata dei task e non delle precedenze. La durata funge da regola di priorità nell’assegnazione dei task alle stazioni (nel rispetto dei vincoli di precedenze imposti dal diagramma nodi-archi e del vincolo di tempo ciclo, $T_k < T_c \; \forall \; k$ [se due task dovessero avere la stessa durata si da priorità a quello con più follower]). Si ordinano i task in maniera decrescente in base al tempo, si apre la prima stazione assegnando ad essa il task con durata maggiore ma che rispetti i vincoli di priorità, e si procede finchè tutti i task non sono assegnati ad una stazione.

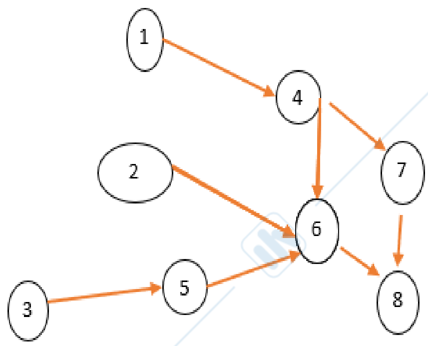
ESEMPIO:

Assegnati i task "J" di assemblaggio con le relative durate stabilire quale sia l'ordine di priorità di inserimento in linea mediante il metodo LCR ed effettua il bilanciamento

Durata TASK

j	t _ j
1	3,77
2	5,33
3	6,23
4	6,84
5	2,56
6	3,51
7	4,23
8	4,41

Tc=11



Metto in ordine decrescente i vari task (ricordandomi che se due task hanno lo stesso t_j scelgo quello con più follower):

j	t_j	N° ordine
1	3,77	6
2	5,33	3
3	6,23	2
4	6,84	1
5	2,56	8
6	3,51	7
7	4,23	5
8	4,41	4

→

Stazione:	1	2	3	4
Task:	3, 1	4, 5	2, 7	6, 8
T_{tot}:	10	9,4	9,56	7,92

REDDITIVITA' AZIENDALE

FLUSSO DI CASSA (VAN E PbP)

$$F_k = D_k - E_k = Flusso\ di\ cassa$$
$$D_k = R_k - C_k = Disponibilità$$
$$E_k = Esborsi\ spesi\ per\ un\ bene$$
$$R_k = q_k \cdot prezzo = Ricavi\ tot.$$
$$C'_k = Costi\ di\ esercizio$$
$$C_k = C'_k + T_k = Costi\ tot.$$
$$\bar{R}_k = R_k - A_{fisc\ k} - I_{pass\ mutui\ k} - C'_k = Reddito\ imponibile$$
$$A_{fisc\ k} = i_{fisc} \cdot E_k = Ammortamento\ fiscale$$
$$i_{fisc} = Aliquota\ amm.fiscale\ (OCC)$$
$$T_k = t \cdot \bar{R}_k = Tasse$$

$$VAN_n = Valore\ Attualizzato\ Netto = \sum_{k=0}^{n} \frac{F_k}{(1+i)^n}\ [€]$$

Misura di quanto un qualsiasi investimento recupera il capitale investito.

$$PbP = Payback\ Period \rightarrow VAN_n = 0$$

Ovvero dopo quanti anni vado a pareggiare l'investimento fatto.

ESEMPIO:

Opportunity costo of capital

OCC 5,0%

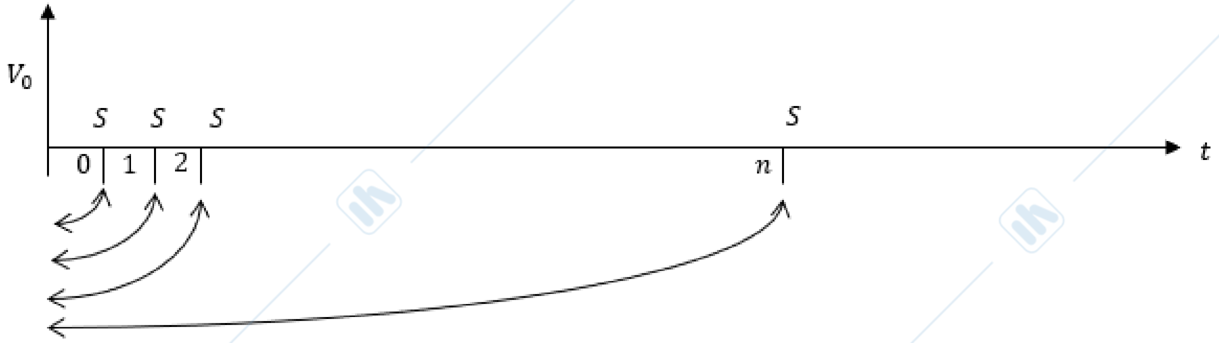
anno	0	1	2	3	4	5	
Ricavi	0	270.000	250.000	240.000	260.000	240.000	[pz/anno]
Costi Energia	0	6.000	7.000	7.000	6.000	5.000	[€/anno]
Manodopera	0	28.000	35.000	25.000	37.000	28.000	[€/anno]
Materie prime	0	70.000	80.000	95.000	90.000	70.000	[€/anno]
Tasse	0	50.000	55.000	55.000	60.000	60.000	[€/anno]
Investimenti	120.000	25.000	0	25.000	0	0	[€/anno]

$F_0 = -C_0 = 120.000€$	$F_1 = D_1 - E_1$ $E_1 = 25.000€$ $R_1 = 270.000€$ $C'_1 = 103.000€$ $T_1 = 50.000€$ $F_1 = R_1 - C'_1 - T_1 - E_1 = 91.000€$	$F_2 = D_2 - E_2$ $E_2 = 0€$ $R_2 = 250.000€$ $C'_2 = 122.000€$ $T_2 = 55.000€$ $F_2 = R_2 - C'_2 - T_2 - E_2 = 73.000€$
$F_3 = D_3 - E_3$ $E_3 = 25.000€$ $R_3 = 240.000€$ $C'_3 = 127.000€$ $T_3 = 55.000€$ $F_3 = R_3 - C'_3 - T_3 - E_3 = 33.000€$	$F_4 = D_4 - E_4$ $E_4 = 0€$ $R_4 = 260.000€$ $C'_4 = 133.000€$ $T_4 = 60.000€$ $F_4 = R_4 - C'_4 - T_4 - E_4 = 67.000€$	$F_5 = D_5 - E_5$ $E_5 = 0€$ $R_5 = 240.000€$ $C'_5 = 103.000€$ $T_5 = 60.000€$ $F_5 = R_5 - C'_5 - T_5 - E_5 = 77.000€$

$$VAN_5 = F_0 + \frac{F_1}{(1+i)} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3} + \frac{F_4}{(1+i)^4} + \frac{F_5}{(1+i)^5} = 176.839{,}04€$$
$$PbP \rightarrow VAN = 0 \rightarrow Tra\ anno\ 1\ e\ anno\ 2$$

REDDITIVITA' AZIENDALE

RATE POSTICIPATE ED ATTUALIZZATE



$$V_0 = S \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} = \frac{S}{s} \qquad con\ s = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = coeff\ di\ ammortamento$$

$$\rightarrow \quad S = V_0 \cdot s \quad [€/anno]$$

- Se tra un tot di anni sarò in possesso di una certa cifra di denaro V_n, attualizzata quella cifra varrà:

$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n} \qquad (Attualizzazione)$$

Al contrario, se sono in possesso di una cifra di denaro V_0, fra n anni varrà:

$$V_n = V_0 \cdot (1+i)^n$$

<u>ESEMPIO:</u>

$$\begin{gathered} n = 5\ anni \\ V_0 = 100.000€ \\ i = 8\%\ anno \end{gathered} \qquad \rightarrow \qquad s = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = \frac{(1{,}08)^5 \cdot 0.08}{1{,}08^5 - 1} = 0{,}250456$$

Allora la mia rata annuale sarà $S = V_0 \cdot s = 100.000 \cdot 0{,}250456 = 25.046\ €/anno$ per 5 anni.

Allora al termine dei 5 anni avrò pagato un totale di $5 \cdot S = 125.230\ €$

PIANO AMMORTAMENTO

$$A_k = Rata\ Costante = q_k + I_k = \left(V_0 - \frac{V_r}{(1+i)^n}\right)$$

Dove

$$\begin{aligned} q &= Quota\ capitale \\ I_k &= Quota\ interessi \\ V_0 &= Valore\ iniziale\ € \\ V_r &= Valore\ residuo\ € \\ k &= Indice\ dell'anno \end{aligned}$$

$$I_1 = V_0 \cdot i \quad \rightarrow \quad I_k = V_{r\,k-1} \cdot i$$

$$q_k = A_k - I_k \quad \rightarrow \quad V_k = V_0 - \left(\sum_{l=1}^{k} q_l\right)$$

REDDITIVITA' AZIENDALE

ESEMPIO:

Decidere se investire in un nuovo impianto andando ad analizzare il piano di ammortamento economico in 5 anni.

$$\begin{matrix} V_0 = 1.200.000\ € \\ n = 5\ anni \\ i = OCC = 9\% \\ V_r = 150.000\ € \end{matrix} \quad \rightarrow \quad [A_k; I_k; q_k; V_r]$$

$$s = \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = \frac{1{,}09^5 \cdot 0{,}09}{1{,}09^5 - 1} = 0{,}25709$$

$$A_k = s \cdot \left(V_0 - \frac{V_r}{(1+i)^n}\right) = 0{,}25719 \cdot \left(1.200.000 - \frac{150.000}{1{,}09^5}\right) = 283{,}44\ k€/anno$$

k	A_k $[k€]$	I_k $[k€]$	q_k $[k€]$	V_{rk} $[k€]$
1	283,44	108	175,45	1024,55
2	283,44	92,21	191,24	833,32
3	283,44	75,00	208,45	624,87
4	283,44	56,24	227,21	397,66
5	283,44	35,79	247,66	150,00

$I_1 = i \cdot V_0 = 0{,}09 \cdot 1200 = 108\ [k€]\ ; q_1 = A_1 - I_1 = 283{,}44 - 108 = 175{,}45\ [k€]$

$V_{r1} = V_0 - \sum_{l=1}^{k} q_l = 1200 - 175{,}44 = 1024{,}56\ [k€]$

Così per ogni anno.

Se il piano di ammortamento è giusto il V_{rk} dell'n −esimo anno deve coincidere con il V_r dei dati.

Inoltre possiamo distribuire il prezzo della rata di ammortamento sulla produzione (costo produttivo):

$$\frac{A_k}{q_k} = \frac{[€/anno]}{[pz/anno]} = [€/pz]$$

COSTO MARGINALE E UTILE CORRISPONDETE

$$\left.\begin{matrix} C_m(q_k) = \dfrac{dC}{dq} = \dfrac{C_{TOT}(q_k) - C_{TOT}(q_{k-1})}{q_k - q_{k-1}} \\ C_m(q_{k+1}) = \dfrac{dC}{dq} = \dfrac{C_{TOT}(q_{k+1}) - C_{TOT}(q_k)}{q_{k+1} - q_k} \end{matrix}\right] \rightarrow C_{marg}(q_k) = \frac{C_m(q_{k+1}) + C_m(q_k)}{2} = media$$

$$U(q_k) = R(q_k) - C_{TOT}(q_k)$$

QUANTITA' OTTIMALE E UTILE MASSIMO

$$q_{ott} \rightarrow C_m = prezzo$$

$$U_{max}(q_k) = (prezzo - C_{unit}) \cdot q_k$$

REDDITIVITA' AZIENDALE

CONDIZIONE DI PAREGGIO E COSTO TOTALE CORRISPONDENTE

$$R(q_p) = C_{TOT}(q_p) \;\rightarrow\; q_p \leftrightarrow prezzo = C_{unit}$$

$$C_{TOT}(q_p) = C_{unit}(q_p) \cdot q_p$$