

Teorema di Rolle e Lagrange

TEOREMA DI ROLLE

Abbiamo due ipotesi: regolarità e struttura.

Ipotesi regolarità: Sia f continua in $[a; b]$ derivabile in $(a; b)$

Ipotesi struttura: Sia $f(a) = f(b)$

Allora esiste $x_0 \in (a; b)$ tale che $f'(x_0) = 0$

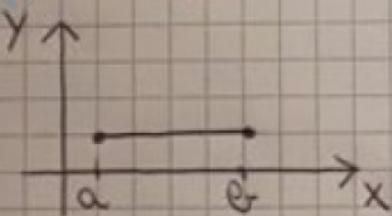
Dimostrazione:

Poiché f è continua in $[a; b]$ per il Teorema di Weierstrass esistono $x_m; x_M \in [a; b]$ tali che $f(x_m) \leq f(x) \leq f(x_M) \forall x \in [a; b]$

CASO 1:

Supponiamo che entrambi x_m e x_M coincidono con gli estremi dell'intervallo $[a; b]$. Allora $f(x_m) = f(x_M) = f(a) = f(b)$.

Quindi il massimo e il minimo di f coincidono e di conseguenza f è costante $f(x) = f(a) = f(b) \forall x \in [a; b]$.

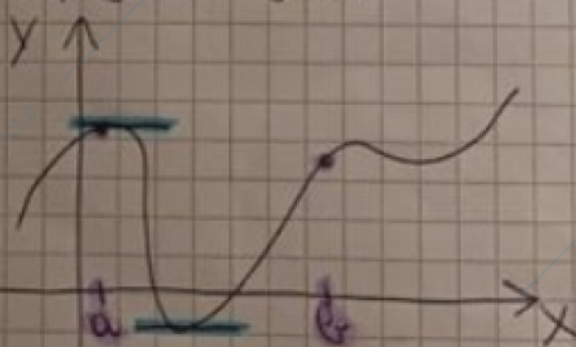


CASO 2:

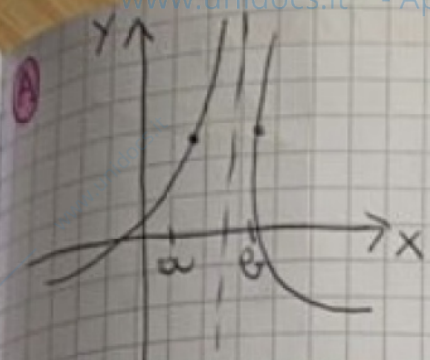
Almeno uno dei punti $x_m; x_M$ è interno all'intervallo $[a; b]$.

Se abbiamo una funzione $f: [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$

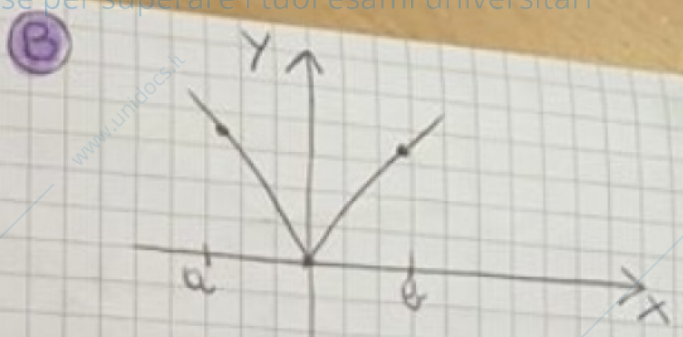
Se valgono le ipotesi: 1) f continua in $[a; b]$
2) f derivabile in $(a; b)$
3) $f(a) = f(b)$ $\Rightarrow \exists x_0 \in (a; b) / f'(x_0) = 0$



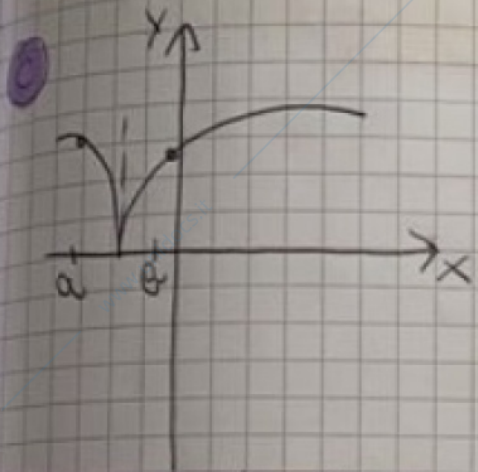
esiste almeno un punto x_0 appartenente all'intervallo $a; b$ tale che la derivata prima della funzione x_0 è uguale a 0.



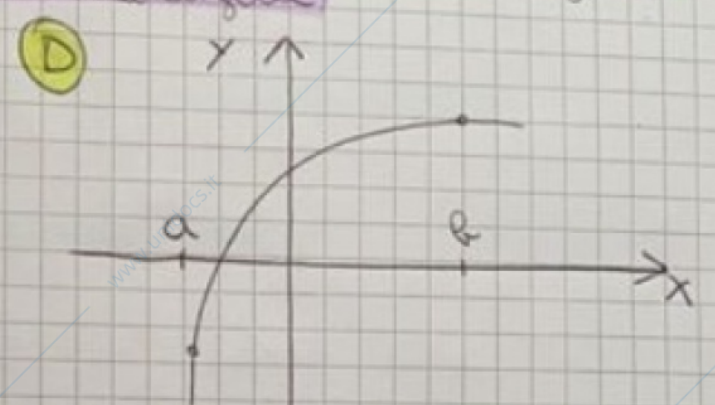
funzione non definita e quindi non è continua



B e C sono entrambe continue però non sono derivabili nell'intervallo aperto $(a; b)$. In questo caso le due rette partono dall'origine.



abbiamo una tangente verticale e non è derivabile

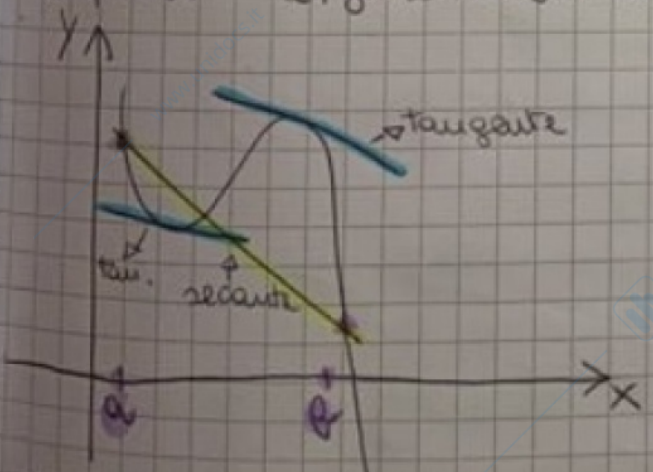


In questo caso a e b non sono ugoli.

TEOREMA DI LAGRANGE

Se $f: [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$

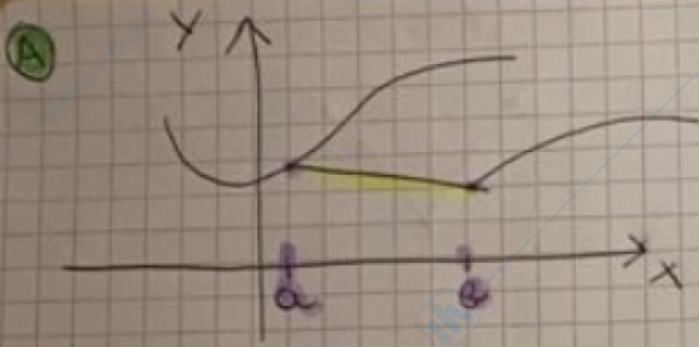
Si valgono: 1) f continua in $[a; b]$ $\Rightarrow \exists x_0 \in (a; b) / f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
 e ipotesi: 2) f derivabile in $(a; b)$



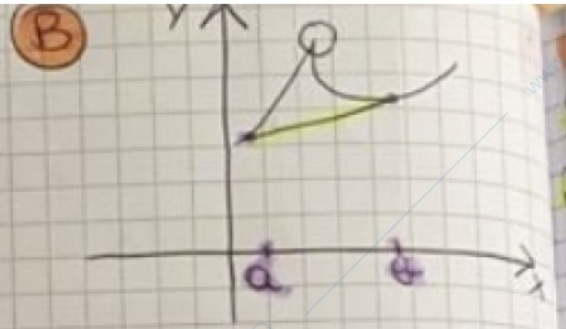
almeno in un punto dell'intervallo $a; b$ il coeff. angolare * deve essere uguale al coeff. ang. delle rette secante passante per a e b .
 della retta tangente

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari



funzione non continua



non è derivabile nel
cerchio e non abbiamo
nessun punto dove la tangente
può essere parallela alla
secante