$y = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ Dove $\exists$

$$- \; - \; - \; - \; - \;\; \overset{0}{|} \;\; - \; - \; - \; - \; -$$

non $\exists$

in $x = 0$ ho una discontinuità di $\underline{II}^{\circ}$ specie

Criterio di monotonia

Se ho una funzione $f(x)$ continua e derivabile in un intervallo $(a;b)$

Se $f'(x)>0 \ \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ è strettamente crescente nell'intervallo $(a;b)$

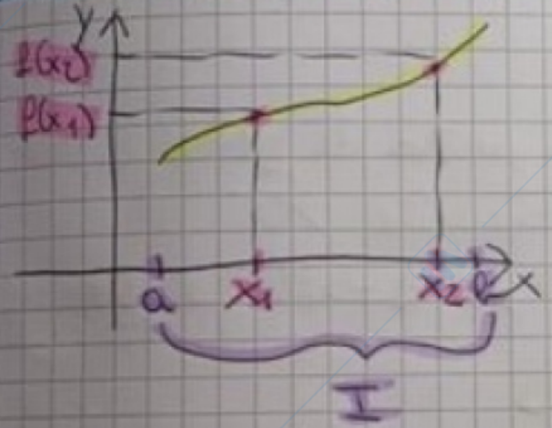
Se $f'(x)<0 \ \forall x \in (a;b) \Rightarrow f(x)$ è strettamente decrescente nell'intervallo $(a;b)$

DIMOSTRAZIONE

Siano x_1 e x_2 punti dell'intervallo con $x_1<x_2$

$f'(x)>0$

$f(x_2)>f(x_1)$ se $x_2>x_1 \ \forall(x_1;x_2)\in I$



Dato che vale il Teorema di Lagrange nell'intervallo il teorema vale anche nell'intervallo $[x_1;x_2]$

Esiste almeno un punto $x_0 \in (x_1;x_2) \ / \ f'(x_0) = \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

Per ipotesi sappiamo che $f'(x)>0 \ \forall x \in I \Rightarrow f'(x_0)>0 \Rightarrow$

x_0 è il punto dove vale il t. di Lagrange nell'I

$\Rightarrow f'(x_0) = \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} > 0$

Se $x_2-x_1>0 \Rightarrow f(x_2)-f(x_1)>0$ cioè $x_2>x_1$ allora $f(x_2)>f(x_1)$ è la def. di crescenza stretta. Tale disuguaglianze vale $\forall(x_1;x_2)\in I$

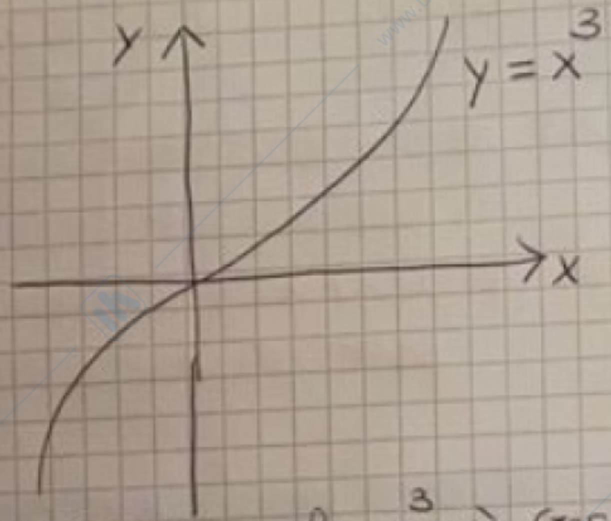
2 CONSIDERAZIONI:

- Il teorema della monotonia non è invertibile ovvero se $f'(x)>0 \Rightarrow f(x)$ è crescente ma se $f(x)$ è crescente non $\Rightarrow$

significa che $f'(x) > 0$

Esempio:

$y = x^3$



Si dimostra facilmente che x^3 è crescente ovvero

$f(x_2) > f(x_1)$ se $x_2 > x_1$

$x_2^3 > x_1^3 \Rightarrow x_2 > x_1$

$y' = 3x^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

derivata

in $x = 0$ ho un punto di flesso a tang. orizzontale

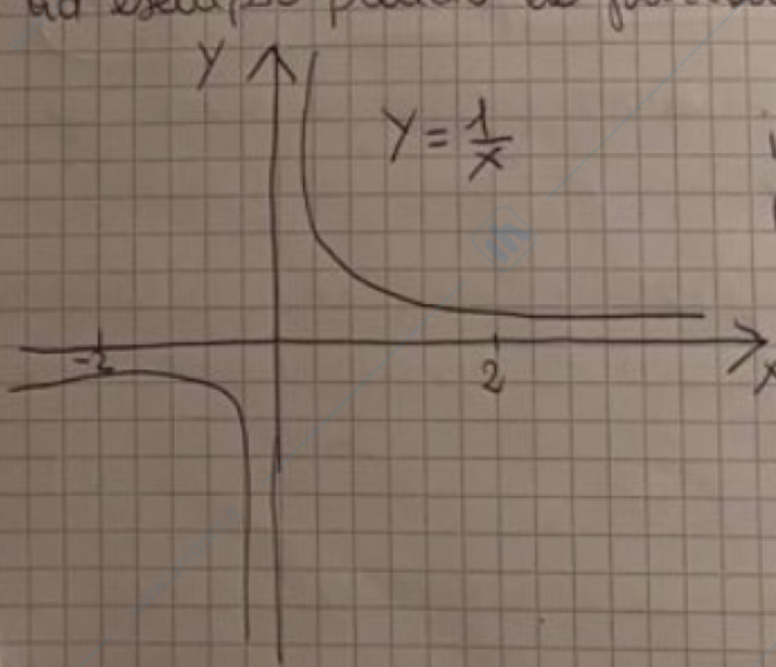
la derivata non deve essere strettamente > 0

Se e solo se $\Leftrightarrow$ diremo $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f(x)$ è debolmente crescente

• Importanza intervallo $I = [a; b]$

Questo ragionamento lo posso fare in un intervallo chiuso e limitato $a; b$.

Se ad esempio prendo la funzione $y = f(x) = \frac{1}{x}$



in $x = 0 \nexists$ Dom: $x \neq 0$

Non è decrescente $\forall x \in \mathbb{R}$

$f(2) > f(-2)$

tale funz. se prendo le $x < 0$ $(-\infty; 0)$

$f(x)$ è strett. dec. anche se prendo l'intervallo $(0; +\infty)$ è strett. dec.

$\rightarrow$