Operazioni con le derivate

$(f \pm g)' = f' \pm g'$ o si prende sempre + o sempre −

$(fg)' = f'g + fg'$

Casi particolari importanti

$(kf)' = kf' \quad \forall k \in \mathbb{R}$

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

DA IMPARARE A MEMORIA !!!

TABELLE DI DERIVAZIONE:

f	f'
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\operatorname{sen} x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\operatorname{sen} x$
e^x	e^x
$\log x$	$\frac{1}{x}$

FORMULE

Coeff angolare retta secante: $r.i = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Coeff angolare retta tangente: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Eq retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto $(x_0; f(x_0))$:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Def derivata

La derivata di una funzione in un punto, prevede di definire la derivata come limite del rapporto incrementale della funzione nel punto al tendere dell'incremento a zero.

FORMULA DI DERIVATA DI FUNZIONI COMPOSTE:

$\frac{d}{dx}(\underbrace{g \circ f}_{\text{composta}})(x) = g'(f(x))\, f'(x)$

esempio: $y = \operatorname{sen}(x^2)$ $\quad g(x) = \operatorname{sen} x \quad f(x) = x^2$

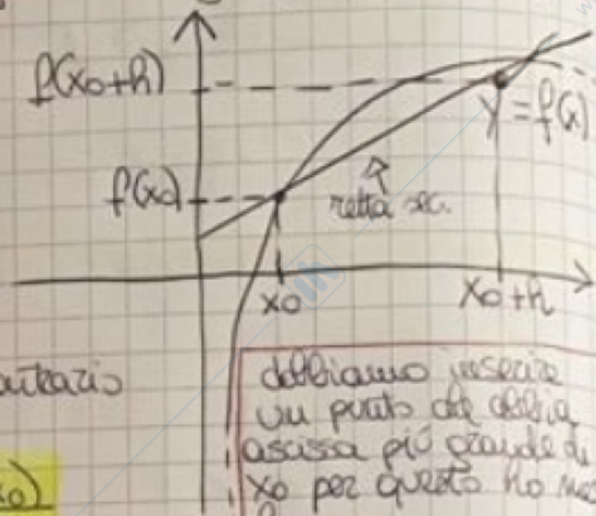
$y' = \underbrace{\cos(x^2)}_{g'(f(x))} \cdot \underbrace{2x}_{f'(x)}$

5) Derivata e il suo significato geometrico

Trovare l'equazione della retta tangente al grafico di $y=f(x)$ nel punto di ascissa x_0.

Eq. retta tangente $y-f(x_0)=m(x-x_0)$

come lo trovo?



calcoliamo m facendo la differenza delle ascisse dei due punti diviso la differenza delle ordinate (al contrario ordinate/ascisse).

dobbiamo inserire un punto che abbia ascissa più grande di x_0 per questo ho messo h.

In questo caso: $m_{secante} = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0}$

a questo punto se semplifichiamo il denominatore otteniamo:

$$\boxed{m=\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}}$$ → RAPPORTO INCREMENTALE (ovviamente $h \neq 0$)

Dobbiamo fare in modo che x_0+h si avvicini a x_0, ovvero che h deve essere tendente a 0.

Per trovare retta tangente (coeff. angolare)

$$m_{tg} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

ovvero numero reale

Se questo limite esiste ed è finito la funzione $y=f(x)$ si dice derivabile nel punto di ascissa x_0 e il valore che il limite assume prende il nome di DERIVATA DI f IN x_0.

Per indicarla si possono utilizzare diverse notazioni:

$f'(x_0)$ $\quad \dot{f}(x_0)$ $\quad \frac{d}{dx}f(x_0)$

Con la derivata del coefficiente angolare delle funzioni capiamo dove la derivata è crescente o decrescente.

Il significato geometrico di derivata di una funzione in un punto, mette in relazione il grafico della funzione, e la retta tangente ad esso nel punto considerato, la derivata nel punto ha il significato geometrico di coeff. angolare della retta tangente