NUMERI NATURALI $N := \{1,2,3,4 \dots\}$

NUMERI CHE USIANO PER CONTARE

OPERAZIONI $+$ E $\cdot$

DEFINIAMO "$-$" $\Rightarrow 7-5=m$
$\Rightarrow m+5=7$
$\Rightarrow m=2$

PROBLEMA: $4-7=?$ → NON ESISTE SOLUZIONE IN N → -3

NUMERI INTERI $\mathbb{Z} := \{\dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots\}$

OPERAZIONI: $+, \cdot, -$

DEFINIAMO ":" $\quad 8:2=4 \Rightarrow \frac{8}{2}=4$

$1:4=? \quad \frac{1}{4} \notin \mathbb{Z}$

NUMERI RAZIONALI $\{Q = \frac{z_1}{z_2}, z_1, z_2 \in \mathbb{Z}$ con $z_2 \neq 0\}$

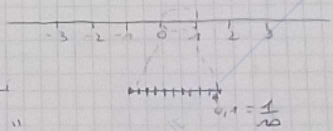
OSSERVAZIONI

1) NON SI DEFINISCE LA DIVISIONE PER ZERO
$\frac{7}{0}$ = IMPOSSIBILE → denominatore $\neq 0$

2) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ LA RAPPRESENTAZIONE IN FRAZIONE NON È UNICA

NUMERI REALI $\mathbb{R}$: {"TUTTI I NUMERI" (PERIODICI E NON ...)}

IDENTIFICHIAMO $\mathbb{R}$ CON LA RETTA REALE



$\mathbb{Z}$ È UN "RIGHELLO INFINITO".

SE AGGIUNGIAMO "ALCUNE TACCHE" RAZIONALI OTTENIAMO UN RIGHELLO "PIÙ PRECISO"

- Q È UN "RIGHELLO INFINITAMENTE PRECISO"
- $\mathbb{R}$ È LA RETTA "COMPLETA" ($\sqrt{2} \in \mathbb{R}$, $\pi \in \mathbb{R}$)

↑

SCRITTURA DECIMALE: $\quad 100 : 99 = 1,\overline{01}$ → NUMERI RAZIONALI SONO PERIODICI

DOMANDA: ESISTONO NUMERI NON PERIODICI? → $q \in Q : q^2 = 2 \Rightarrow$ SOLUZIONE $\sqrt{2}$

$\sqrt{2} \notin Q$

SUPPONIAMO PER ASSURDO CHE $\sqrt{2} = \frac{m_1}{m_2}$ CON $m_1, m_2 \in N$

POSSIAMO ASSUMERE CHE TALE FUNZIONE SIA RIDOTTA AI MINIMI TERMINI $\quad \sqrt{2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_1 = \sqrt{2}\, m_2$

$\Rightarrow m_1^2 = 2 m_2^2$

$\Rightarrow m_1^2$ È PARI $\Rightarrow m_1$ È PARI

$\Rightarrow \exists\, m_3 \in N : m_1 = 2m_3 \quad \left(m_3 = \frac{m_1}{2}\right)$

$\sqrt{2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow m_2^2 = \frac{m_1^2}{2} = \frac{(2m_3)^2}{2} = \frac{\cancel{4}m_3^2}{\cancel{2}} = 2m_3^2$

QUINDI ANCHE m_2 È PARI.

↓

QUESTO È ASSURDO (IN CONTRADDIZIONE CON $\frac{m_1}{m_2}$ È RIDOTTA AI MINIMI TERMINI)

DISTANZA SU $\mathbb{R}$ È IL MODULO

$dist(3,5) = 5-3 = 2$

SIANO $a, b \in \mathbb{R}$

$dist(a,b) = b-a$? NO!

↓

SE $a = 5$ $b = 3$

$dist(5,3) = -(3-5) = 2$

DEFINIZIONE → SIA $a \in \mathbb{R}$ PONIAMO $|a| \begin{cases} a & \text{se } a \geq 0 \\ -a & \text{se } a < 0 \end{cases}$

OSSERVAZIONE $\forall a, b \in \mathbb{R}$ $dist(a,b) = |b-a| = |a-b|$

INTERVALLI LIMITATI → $[a,b]$

INTERVALLI ILLIMITATI → $(a, +\infty) := \{x \in \mathbb{R} : a < x < +\infty\}$

INTERVALLO DEGENERE $= \{a\} = [a,a]$

DEFINIZIONE MINIMO $E \subseteq \mathbb{R}$ $\bar{x}$ SI DICE MINIMO DI E

1) $\bar{x} \in E$

2) $\bar{x} \leq x$ $\forall x \in E$

ES $\max [a,b] = b$

MAGGIORANTE [illegible] → $E \subseteq \mathbb{R}$, $M \in \mathbb{R}$

M SI DICE MAGGIORANTE DI E SE $x \leq M$ $\forall x \in E$

$[5,6]$ → MINORANTI $x \leq 5$

MAGGIORANTI $x \geq 6$

DEF. → E SI DICE LIMITATO SUPERIORMENTE SE È AMMETTE ALMENO UN MAGGIORANTE