www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

La SEZIONE AUREA

Breve storia

La sezione aurea è un numero definito da una relazione di proporzionalità che intercorre tra le due parti in cui è diviso un segmento e l'intero segmento stesso. Tale particolare numero ricorre nella natura e in numerosi manufatti umani, ovunque si riconosca **la bellezza che deriva dall'armonia delle proporzioni**. In stretta relazione con la sezione aurea sta la successione di **Fibonacci**, successione numerica in cui i rapporti tra due termini consecutivi si avvicinano velocemente al valore della sezione aurea.

Quindi la sezione aurea è un rapporto di numeri e per questo la si definisce talvolta anche **rapporto aureo**. Ma è un rapporto molto particolare, che incontriamo ovunque, nella natura e nell'arte, e che contribuisce alla bellezza di tutto ciò che ci circonda. Per questo è detto "d'**oro**" o anche "**divino**" (*Sectio Divina* presso i naturalisti del XVI secolo).

Una legge universale

Noi europei, orgogliosi della nostra cultura, riteniamo di avere espresso già nel Medioevo una cultura superiore a quella degli altri popoli affacciati sul Mar Mediterraneo: ma si tratta di una ingiustificata presunzione. Nel IX e nel X secolo la cultura araba, che si era diffusa sulla costa settentrionale dell'Africa e in Sicilia, era ben superiore a quella dell'Europa, indebolita da diverse guerre e sottoposta al controllo della Chiesa. I numerosi studi sull'Islam, in particolare quelli che hanno valutato segni ed effetti della presenza araba in Spagna, confermano questo giudizio.

La presenza araba nel Mediterraneo

Quando la maggior parte della popolazione europea era ancora analfabeta e la scienza non usciva dalle mura dei conventi, in Arabia e in Spagna operavano molte scuole superiori arabe, ebree e cristiane, che collaboravano pacificamente tra di loro, mentre in tutte le grandi città esistevano sale di lettura pubblica.

Non meno vivace era il panorama economico. L'industria dell'acciaio pregiato veniva trasferita da Damasco a Toledo, quella della maiolica, proveniente appunto da Maiorca, veniva accolta a Delft, in Olanda. Tappeti orientali, raffinate lavorazioni di tessuti (damasco da Damasco; mussola, dalla città dell'Iraq Mossul; crespo marocchino), ma anche preziosi prodotti agricoli come il riso, lo zucchero, le albicocche, i fichi, i datteri, le arance e il cotone sono il"dono" degli Arabi all'Europa. L'importazione della carta dalla Cina permise di estendere la conoscenza della lettura e della scrittura; le cifre arabe, che ancora oggi usiamo, si rivelarono molto più pratiche di quelle romane, contribuendo al progresso della matematica.

Gli arabi ebbero intensi rapporti commerciali con Venezia, Genova e Pisa, città che praticavano i loro traffici con tutti i paesi circostanti il Mediterraneo. Intorno al 1200 i pisani erano riusciti a collocare degli empori lungo tutta la costa africana, con centro a Bugia (attuale località algerina, sede di raffinerie), a capo della quale venne messo un commerciante pisano noto con il nome di Bonaccio (da Bonaccione).

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Leonardo Pisano detto il Fibonacci

Egli chiamò a sé la famiglia, tra cui il figlio Leonardo, nato a Pisa nel 1175, che già da ragazzino mostrò vivaci attitudini per lo studio della scienza. L'attività paterna gli rese possibile studiare in diversi paesi, ove apprese tra l'altro i fondamenti della geometria euclidea. A Bugia approfondì invece lo studio della matematica araba, arricchendo poi questi studi in Egitto e in Siria.

Nel 1202 apparve ad opera di Leonardo Pisano un libro assai importante, dal titolo ***Liber Abbaci***, vale a dire un libro sull'abaco, o abbaco, cioè un "manuale per far di conto", un capolavoro nella letteratura matematica, che ebbe molta influenza sullo sviluppo della scienza matematica in Europa. La prima edizione di quest'opera è andata persa, ma nel 1228 Leonardo ne elaborò una seconda, su richiesta del suo maestro, lo scozzese Michaël Scottas, astrologo di corte dell'imperatore Francesco II. Questa edizione è stata conservata e venne ristampata nel 1857 a Roma dalla Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, in una serie di classici scientifici a cura di Baldassarre Boncompagni.

Il libro è stato scritto in latino medievale,di difficile interpretazione anche per dei validi latinisti. In una introduzione dettagliata l'autore raccomanda caldamente, tra le altre cose, l'uso delle cifre arabe, che erano già state introdotte dal monaco Gerberto, più tardi noto come papa Silvestro II (999 - 1003), per le opere scientifiche nei conventi, al di fuori dei quali erano però sconosciute. La particolarità del libro sta nel fatto che per risolvere molti problemi della vita quotidiana si ricorre allo strumento dell'algebra, che è di origine araba. Uno dei problemi riportati riguarda una coppia di conigli: se una coppia mette al mondo ogni mese una coppia di piccoli, che dopo due mesi producono a loro volta una nuova coppia di conigli, quante coppie di conigli avremo dopo un anno, se tutti rimangono in vita?

La risposta è la seguente:

	gennaio	1
	febbraio	2
	marzo	3
	aprile	5
	maggio	8
	giugno	13
	luglio	21
	agosto	34
	settembre	55
	ottobre	89
	novembre	144
	dicembre	233
A gennaio dell'anno seguente:		377.

La successione di Fibonacci

La successione di questi numeri viene chiamata "successione di Fibonacci". Essa venne ripresa in considerazione più tardi da diversi matematici e riveste ancora un notevole interesse nella matematica.

Tra i numeri di questa successione esiste una relazione per cui ogni termine successivo è uguale alla somma dei due immediatamente precedenti. Più importante dal nostro punto di vista è però il fatto che il rapporto tra due termini successivi si avvicina molto rapidamente a 0,618:

1 : 2 = 0,500	8 : 13 = 0,615
2 : 3 = 0,667	13 : 21 = 0,619
3 : 5 = 0,600	21 : 34 = 0,618
5 : 8 = 0,625	34 : 55 = 0,618

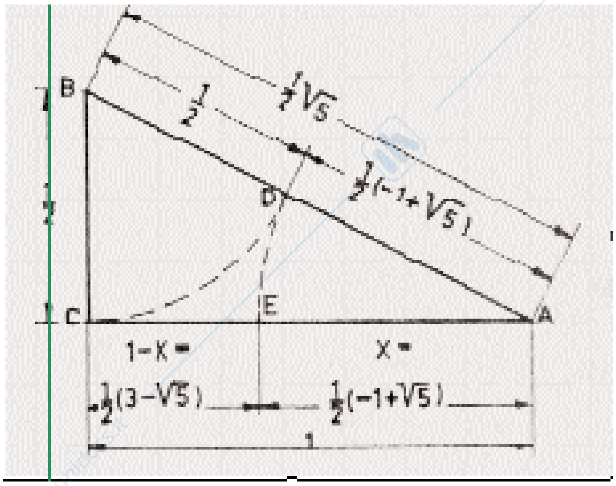
Sappiamo infatti che 0,618 è il rapporto della sezione aurea. Si può comunque arrivare ad analoghe conclusioni perseguendo altre vie.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Come costruire la sezione aurea

La costruzione geometrica che porta alla individuazione della sezione aurea era già stata proposta da **Euclide** nei suoi ***Elementi***. A nostra volta possiamo ricavare questo rapporto procedendo come nell'illustrazione. Dato un triangolo rettangolo ACB, sia la base AC = 1 e l'altro cateto BC = 1/2. Per il teorema di **Pitagora** l'ipotenusa AB misura 1/2√5. Si punti il compasso in B con BC come raggio per individuare il punto D: ne deriva che BD = 1/2 e AD = 1/2 (-1+√5). Puntando invece in A con raggio AD, avremo AE = 1/2 (-1+√5) e CE = 1/2 (3-√5).



"Macrocosmo" e "microcosmo"

É questo il rapporto che ricorre con sorprendente frequenza nella natura e nel cosmo, generalmente sotto forma di un rapporto che è entrato da secoli a far parte del "linguaggio" delle arti figurative. La sua conoscenza induce a riformulare una visione di tutto il cosmo e a darci la consapevolezza che noi siamo parti organiche di questo cosmo, di cui riflettiamo e contemporaneamente siamo in grado di scoprire le leggi.

Questo pensiero non è nuovo. Già gli antichi Indù avevano espresso la massima: "tanto più in alto, tanto più in basso", vale a dire ciò che vale per il cielo, vale anche per la terra e per gli uomini. Pitagora (VI secolo a.C.) e la sua scuola avevano definito l'uomo simile a un macrocosmo sistematico e regolare, in ogni sua parte espressione delle leggi cosmiche. Così lo studio della sezione aurea rappresenta un contributo alla comprensione del principio d'ordine che possiamo riscontrare in tutto il cosmo.

N.B. Per una esauriente indagine:

La sezione aurea in geometria
La sezione aurea in architettura
La sezione aurea in fisica
La sezione aurea nella composizione musicale
La sezione aurea in botanica
La sezione aurea in pittura
La sezione aurea in zoologia
La sezione aurea nei formati della carta
La sezione aurea nelle arti decorative
La sezione aurea...ovunque!

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

La SEZIONE AUREA

DEFINIZIONE: Parte di un segmento che sia media proporzione tra l'intero segmento e la parte rimanente; (proporzione aurea).

1-APPLICHIAMO LA DEFINIZIONE ALL'IMMAGINE RIPORTATA:

1* In primo luogo inscriviamo il dipinto alla figura geometrica corrispondente, il **rettangolo**.

2* Riportiamo la metà del lato maggiore sul lato minore superiore definendo il punto **F**;

3* Congiungiamo il punto F con il punto B, cioè l'estremo inferiore del lato maggiore;

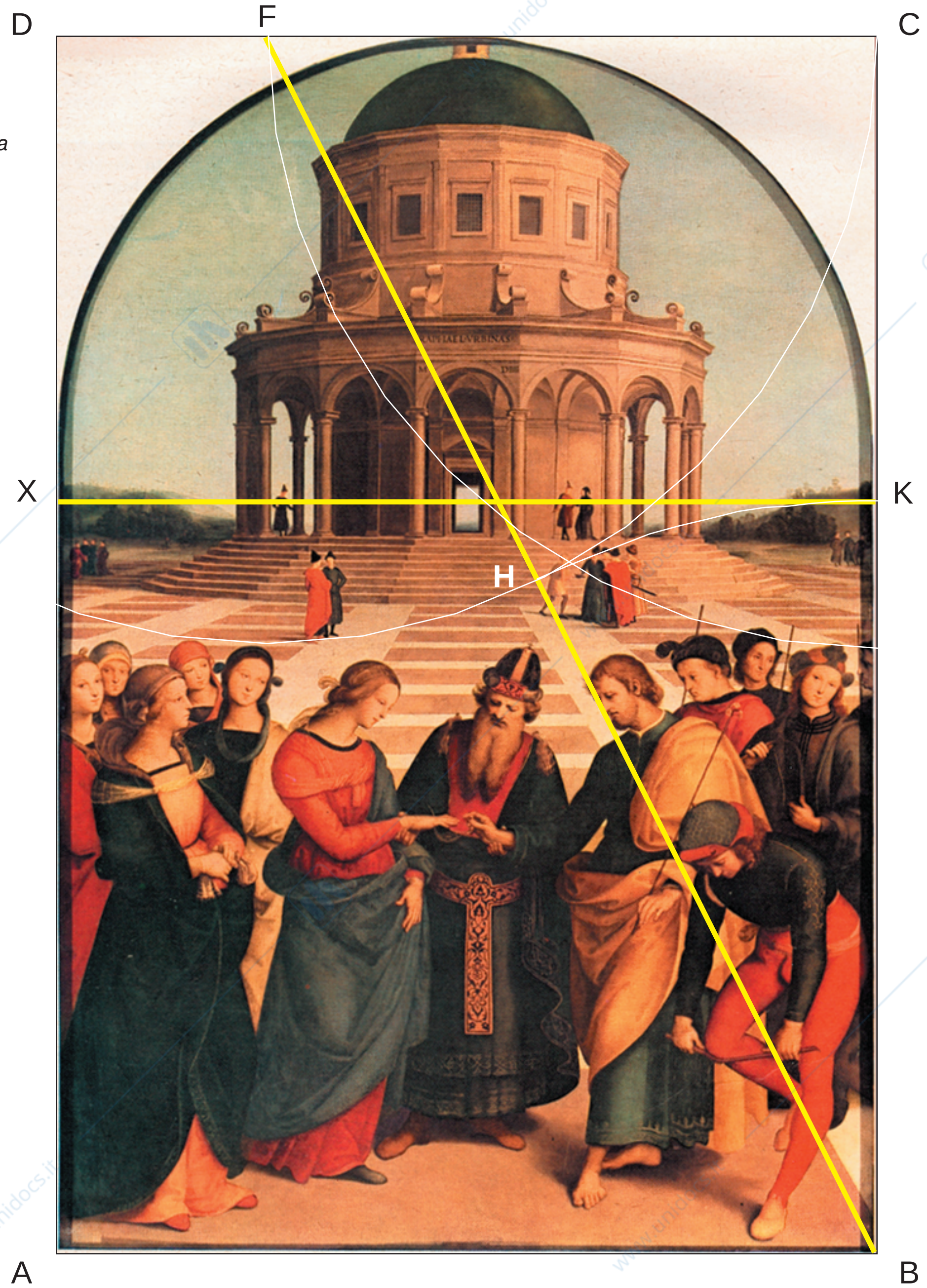
4* Puntiamo in **F** e con apertura di compasso **FC** tracciamo un arco di cerchio che vada ad intersecare l'ipotenusa, cioè il lato **FB**, nel punto **H** ;

5* Con la rimanente parte della ipotenusa, cioè **HB**, puntiamo in **B** e con apertura di compasso **BH** tracciamo un secondo arco di cerchio che vada ad intersecare il lato maggiore, cioè **BC**, nel punto **K.**

6* Parallelamente alla base congiungiamo il punto **K** con il lato **AD** definendo il punto **X**.

Il segmento **KX** definisce la **sezione aurea** della figura presa in esame.

Raffaello:
1504 d.C.
Sposalizio della Vergine
(milano, Brera)



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

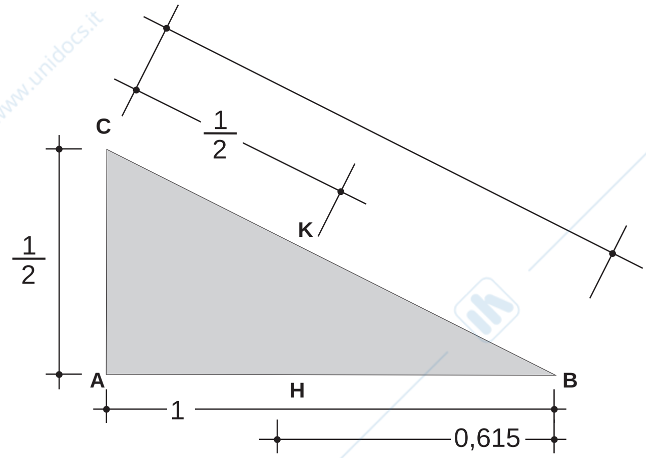
La SEZIONE AUREA

La figura geometrica **ABKX** corrisponde ad un quadrato; Possiamo che per questo motivo il **Rettangolo** si definisce **AUREO**.

Oltre che geometricamente questa proporzione viene definita nel campo matematico. Nella sezione aurea il rapporto tra la base maggiore e la base minore è di **5/8**. I rapporti **3/5** e **6/10** sono considerati, riferiti al calcolo, più veloci, ma rimangono rapporti approssimativi. Di conseguenza ci tornerà utile utilizzare il rapporto di **5/8**.

-VEDIAMO ORA COME E' STATO POSSIBILE ARRIVARE A QUESTI RAPPORTI:
Siano dati il lato maggiore **AB** e il lato minore **AC** corrispondente alla metà del lato maggiore, e il lato **CB**. Puntiamo in **C** e con apertura di compasso **CA** definiamo il punto **K**; Puntiamo in **B** e con apertura di compasso **BK** intersechiamo il lato **AB** nel punto **H**. Abbiamo definito in questo modo il lato **BH**.

Sappiamo che: AB = 1
AC = 1/2
Quanto misura il lato CB ?



Applichiamo alla domanda il Teorema di Pitagora:

$$CB = \sqrt{AC^2 + AB^2}$$

$$CB = \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

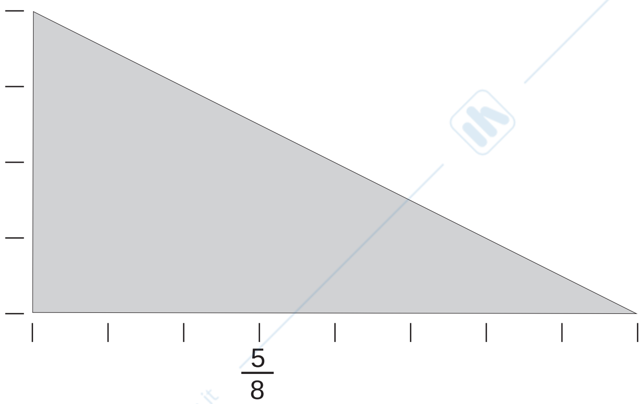
$$CB = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

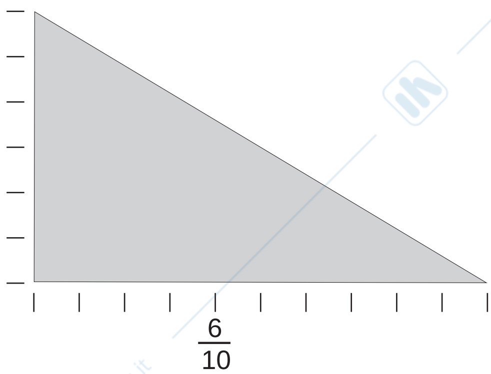
Sappiamo che: HB = BK
BK = BC - CK

$$BK = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5 - 1}}{2} \simeq \frac{2{,}23 - 1}{2} \simeq \frac{1{,}23}{2} = \mathbf{0.615}$$

circa

-0,615 corrisponde alla sezione aurea del segmento (potremmo trovare scritto anche 0.618 oppure O.620).
-0,615 viene comunemente chiamato **Numero d'oro .**
-0,615 non è altro che la proporzione espressa in precedenza, cioè 6/10.
Per constatare che è più esatto adottare il **5/8** è utile fare attenzione agli schemini seguenti:





Come possiamo notare dalle costruzioni è il rapporto di 5/8 che si addice maggiormente alla sezione aurea. Il 6/10 è, come detto, approssimativo.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

-APPROFONDIMENTO 1 SULL'ANALISI DELLA FIGURA.

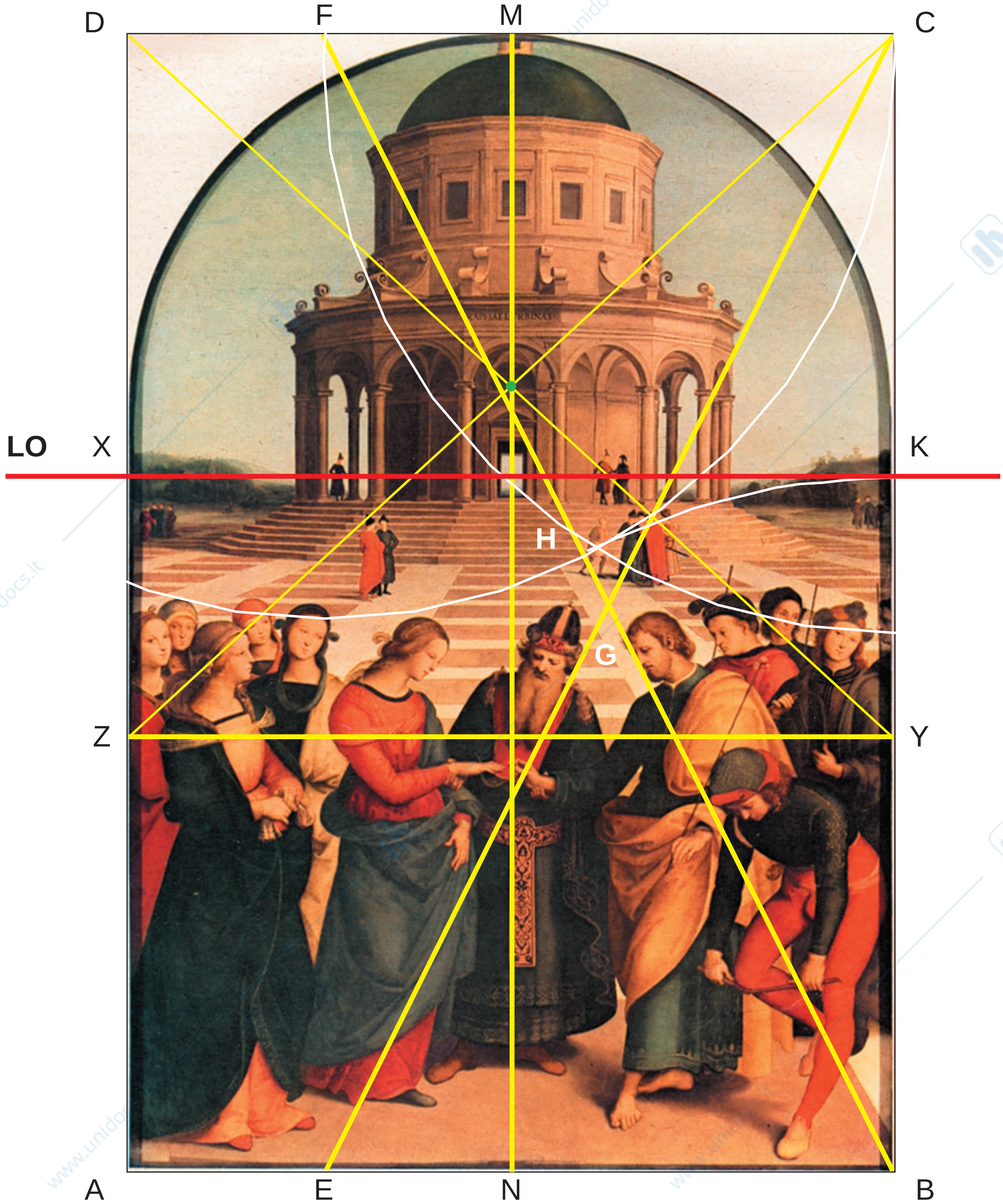
Il segmento **XK** non è altro che la **LINEA DI ORIZZONTE** della prospettiva sulla quale viene costruito il dipinto. Tracciamo ora il segmento **MN** corrispondente ad una delle mediane del rettangolo;l'intersezione di quest'ultimo con il lato **XK** da origine al punto **J**. Il punto **J** è da considerarsi come il **punto di fuga centrale** della prospettiva sulla quale il dipinto è stato costruito.

-APPROFONDIMENTO 2 SULL'ANALISI DELLA FIGURA.

Nell'applicare la definizione di sezione aurea, (pag 1), abbiamo riportato la metà del lato maggiore sul lato minore superiore. Mantenendo i caratteri di questa riportiamo ora la metà del lato maggiore sul lato minore inferiore procedendo di pari passo come fatto per la prima costruzione.

Si verranno così a definire: il punto **E** (sul lato minore AB) il punto **Y** (sul lato maggiore BC)
il punto **G** (sull'ipotenusa) il punto **Z** (proiezione del punto Y sul lato AD)
il segmento **YZ** (che va a definire un secondo quadrato: ZYCD).

Costruiamo le diagonali del quadrato sopra definito. La loro intersezione origina il punto **W** che possiamo considerare come **punto di fuga** relativo all'inclinazione **dei gradini** del tempietto.



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari