

## Condensatori, misura della capacità e della costante dielettrica dell'aria.

Dipartimento di Scienza dei Materiali, Università degli Studi di Milano-Bicocca, via Cozzi 55, I-20125 Milano, Italia

Keywords: condensatori, capacità, costante dielettrica, carica / scarica

e-mail:

**ABSTRACT:** L'esperienza si divide in due parti, la prima parte consiste nel verificare la dipendenza della capacità del condensatore a facce piane dall'area dello stesso, e una volta ricavata la capacità, tramite la relazione  $C = S/d \cdot \epsilon_0$  stimare il valore della costante dielettrica del vuoto  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  F/m. Nella seconda parte, utilizzando la stessa relazione, si andrà a studiare la dipendenza della capacità dalla distanza tra le armature, e analogamente a come fatto prima, si stimerà il valore di  $\epsilon_0$ . Per aumentare l'area della faccia del condensatore verranno collegati altri condensatori in parallelo, per aumentare la distanza tra le armature verranno inseriti dei distanziatori di materiale isolante.

### Introduzione

Un condensatore è un dispositivo che immagazzina energia sotto forma di campo elettrostatico tra le sue armature. Quando il condensatore viene alimentato con una corrente continua, si ha un accumulo di carica positiva su una armatura, e per induzione completa, un accumulo di carica negativa sull'altra armatura. La carica è lineare con la differenza di potenziale ai capi delle armature secondo la relazione:

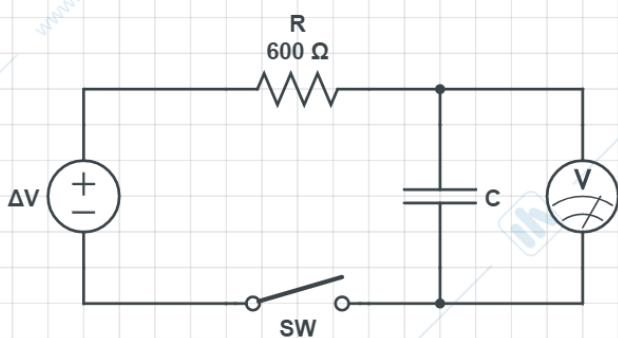
$$q = C \cdot V \quad \text{eq. 1}$$

Se, come in questo caso, il condensatore è a facce piane parallele, la capacità è legata alla geometria del componente secondo la relazione:

$$C = \frac{S}{d} \cdot \epsilon_0 \quad \text{eq. 2}$$

dove  $\epsilon_0$  è la costante dielettrica del vuoto,  $S$  è la superficie dell'armatura e  $d$  è la distanza tra le armature.

Un circuito RC<sup>[1]</sup> è un circuito costituito da un condensatore e una resistenza in serie come in **Fig.1**



**Fig.1**<sup>[2]</sup> Schema di un circuito RC in cui sono mostrate le componenti e gli strumenti di misura utilizzati, la resistenza in questa esperienza è interna all'oscilloscopio.

Quando viene collegato un condensatore inizialmente scarico a una batteria, questa inizia a prelevare carica dal polo negativo e accumularla al polo positivo. Il processo si arresta all'equilibrio, ovvero quando  $q = C \cdot \mathcal{E}$ . Dove  $\mathcal{E}$  è la forza elettro motrice.

Quando condensatore e batteria sono allo stesso potenziale, il circuito è in equilibrio, e di conseguenza in un circuito RC all'equilibrio non scorre corrente. Se la batteria viene esclusa dal circuito, le cariche fluiscono dall'armatura a potenziale maggiore a quella a potenziale minore.

La tensione ai capi del condensatore varia in funzione del tempo durante il processo di carica come:

$$V_{(t)c} = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{eq.3}$$

E durante il processo di scarica come:

$$V_{(t)c} = \frac{q(t)}{C} = \frac{q(0)}{C} \cdot (e^{-t/\tau}) \quad \text{eq.4}$$

Dove  $\tau = RC$  corrisponde al tempo dopo il quale i valori sono diminuiti di un fattore "e".

Nella prima parte dell'esperienza calcoleremo la capacità di un condensatore andando a variare la superficie delle armature. Quando due o più condensatori vengono collegati in parallelo le loro capacità si sommano, dal punto di vista elettrico è equivalente ad aumentare l'area dell'armatura del condensatore.

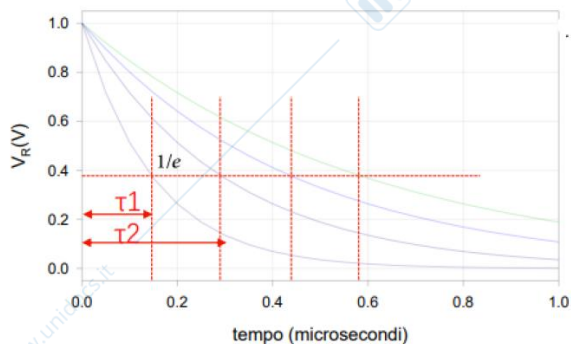
Il condensatore viene alimentato con un'onda quadra, questo è equivalente ad aprire e chiudere l'interruttore in modo periodico e sarà quindi possibile, con una sonda collegata all'oscilloscopio, studiare il comportamento in carica e scarica del condensatore.

L'intervallo di tempo dopo il quale la tensione ai capi del condensatore si è ridotto di un fattore "e", è pari alla costante di tempo  $\tau$  del circuito. Una volta nota la costante di tempo sarà possibile ricavare la capacità equivalente tramite la relazione:

## Relazione di Laboratorio di Fisica II – A.A. 2021/2022

$$\tau = R \cdot C \quad \text{eq.5}$$

L'operazione viene ripetuta collegando gli altri condensatori. Essendo i capacitori uguali, il  $\tau$  sarà uguale a quello del singolo condensatore moltiplicato per il numero di componenti collegati. Il tempo di scarica aumenterà all'aumentare del numero di condensatori, sarà possibile osservare questo fenomeno come un allungamento della curva di scarica sull'oscilloscopio.



**Fig.2[4]** Curva del processo di scarica visualizzato sull'oscilloscopio quando vengono aggiunti altri condensatori.

Una volta calcolato il  $\tau$ , e nota la resistenza (600 ohm) selezionata sull'oscilloscopio, sarà possibile calcolare la capacità equivalente tramite la relazione **eq.5**. Grafichiamo poi la capacità equivalente in funzione del numero di condensatori, otterremo un andamento lineare, la cui pendenza corrisponderà alla capacità di un singolo condensatore. Nota la capacità, è possibile calcolare  $\epsilon_0$  tramite **eq.2**.

Nella seconda parte dell'esperienza il numero di condensatori viene tenuto fisso e viene variata la distanza tra le armature aumentando il numero di spessori. Utilizzando lo stesso metodo usato per la prima parte, grafichiamo la capacità equivalente in funzione del reciproco della distanza tra le armature. La pendenza della retta fornisce la capacità del sistema di condensatori da dividere per il numero di componenti (2), nota la capacità e l'area di un singolo condensatore utilizziamo la relazione **eq.2** per ricavare il valore di  $\epsilon_0$ .

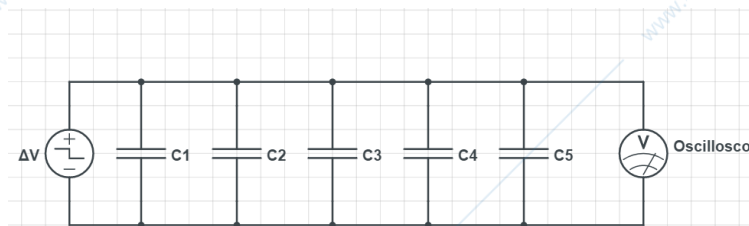
### Strumentazione sperimentale e metodo di misura

Per questa esperienza sono stati utilizzati: Alimentatore con generatore di forme d'onda quadre, oscilloscopio e sonda di tensione, condensatore componibile ad armature piane parallele e relativi distanziatori, micrometro, calibro.

Nelle scale utilizzate la sensibilità sulla misura del tempo è pari a 20 nS, sulla tensione: 20 mV; la sensibilità del calibro (quindi sul lato dell'armatura del condensatore) 0,005 mm, la sensibilità del micrometro (quindi sulla distanza): 10  $\mu$ m.

I condensatori vengono costruiti inserendo tra due piastre metalliche quadrate dei distanziatori di materiale isolante.

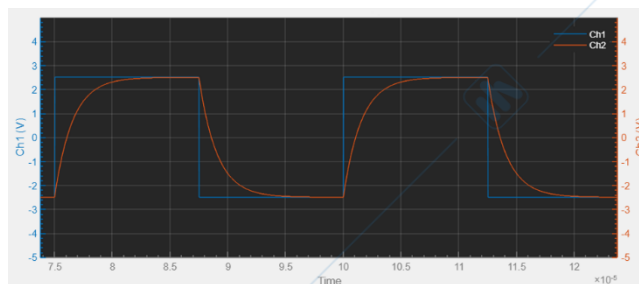
Per la prima parte dell'esperienza si inizia dal numero massimo di condensatori che si intende utilizzare, in questo caso 5, come in **Fig.3**.



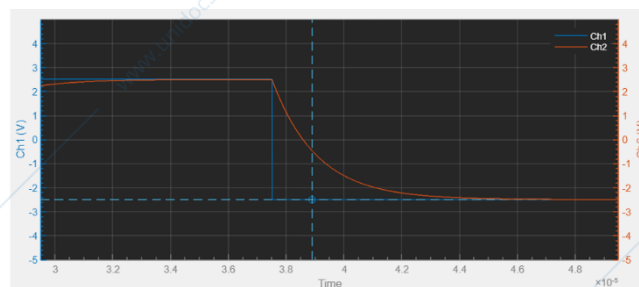
**Fig.3[2]** Schema del circuito RC utilizzato con il numero massimo di condensatori.

Il circuito viene alimentato con un'onda quadra ad una frequenza di 40KHz, questo equivale ad aprire e chiudere in modo periodico il circuito e permetterà di vedere sull'oscilloscopio, tramite la sonda di tensione, il processo di carica e scarica del condensatore. Sull'oscilloscopio è necessario selezionare  $Z=600 \Omega$ , se scegliessimo  $50 \Omega$  il  $\tau$  sarebbe troppo piccolo (**eq.5**) per essere misurato in modo accurato.

Si potrà osservare un segnale come in **Fig.4**, espandendo la scala dei tempi sarà possibile visualizzare in modo più preciso il processo di scarica **Fig.5**.



**Fig.4[3]** Processo di carica e scarica di un condensatore alimentato con un'onda quadra.



**Fig.5[3]** Ingrandimento del processo di scarica dove viene evidenziato il  $\tau$ .

Il  $\tau$  viene misurato sull'oscilloscopio, corrisponde al punto in cui la tensione ai capi del condensatore diminuisce di un fattore "e" rispetto al valore massimo, ovvero quando il condensatore è completamente carico **eq.4**.

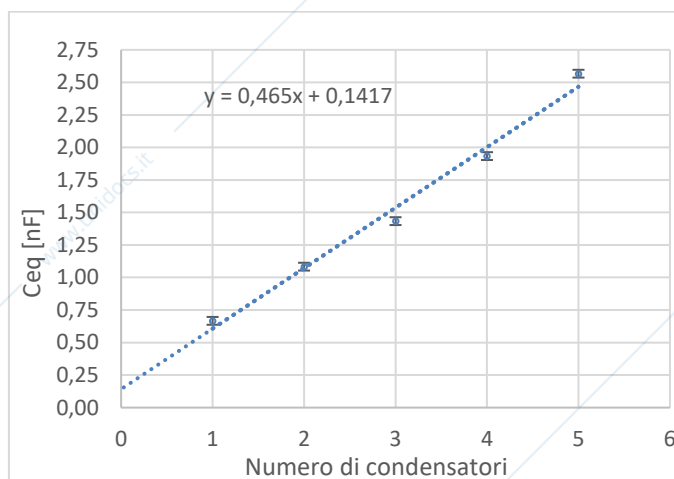
Questo processo viene ripetuto diminuendo ogni volta il numero dei condensatori collegati.

## Relazione di Laboratorio di Fisica II – A.A. 2021/2022

Nella seconda parte, il numero dei condensatori viene tenuto fisso (si utilizzano 2 condensatori), e viene variata la distanza tra le armature aumentando il numero di spessori inseriti. Il  $\tau$  viene misurato per ogni spessore e con la stessa metodologia utilizzata nella prima parte vengono calcolate prima la capacità e poi  $\epsilon_0$ .

**Risultati & discussione**

Per la prima parte, poniamo in un grafico il valore della capacità equivalente, calcolata tramite l'eq.5 in funzione del numero di condensatori, dove come valore di resistenza si utilizza il valore di  $600 \Omega$  fornita dall'oscilloscopio.



**Fig.5** Capacità equivalente in funzione del numero di condensatori

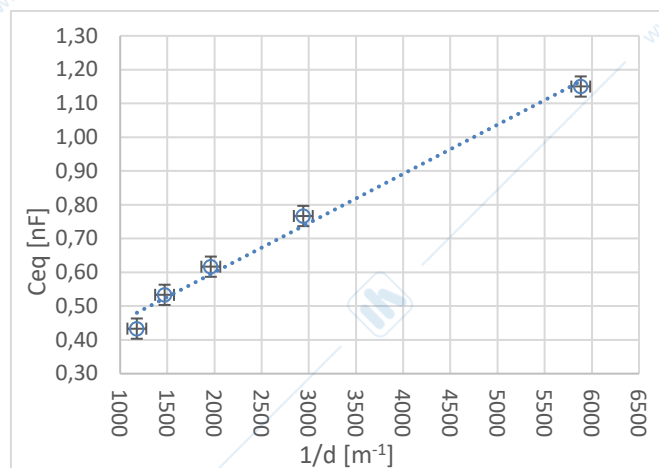
Si può osservare un andamento di tipo lineare, tramite il metodo dei minimi quadrati<sup>[1]</sup> è possibile estrarre il valore della capacità di un singolo condensatore come pendenza della retta. È possibile notare che la retta di interpolazione presenta un offset rispetto allo zero sull'asse della capacità equivalente, questo è dovuto all'impiego dei cavi coassiali, che per via della loro costituzione sono di fatto dei condensatori.

Una volta estratta dal grafico la capacità del condensatore con il metodo dei minimi quadrati<sup>[1]</sup>, utilizzando la relazione eq.2, calcoliamo il valore di  $\epsilon_0$

$$\epsilon_0 = 8,84 \pm 0,03 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

Per la seconda parte dell'esperienza utilizziamo la medesima procedura, ma tenendo fisso il numero di condensatori (2) e andando a variare la distanza tra le armature aumentando il numero di spessori. La capacità del condensatore varierà in funzione della distanza secondo eq.2.

Ponendo in grafico la capacità equivalente in funzione del reciproco della distanza otterremo un andamento lineare.



**Fig.6** Capacità equivalente in funzione del reciproco della distanza tra le armature

Estraiamo con il metodo dei minimi quadrati il valore della capacità equivalente, che andrà divisa per il numero dei condensatori (2) e utilizzando la relazione eq.2, calcoliamo il valore di  $\epsilon_0$ .

$$\epsilon_0 = 7,50 \pm 0,08 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

**Conclusioni:**

A meno dell'errore sperimentale è stata calcolata il valore della costante dielettrica  $\epsilon_0$ , la misura effettuata nella seconda parte dell'esperienza risulta essere meno precisa, probabilmente a causa dell'errore aggiunto dall'inserimento di un nuovo spessore per ogni misura.

La misura effettuata ha portato alla stima della costante dielettrica dell'aria, che è simile (ma non uguale) a quella del vuoto, questo è un ulteriore motivo di scostamento tra i dati sperimentali e il valore teorico (non noto per l'aria al momento dell'esperienza).

**Riferimenti bibliografici:**

- 1 – P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Elementi di Fisica, Cap. 5, pag.122-124. Edizioni EdiSES, 2010.
- 2 – Schema ottenuto con CircuitLab
- 3 – Grafico ottenuto con Simulatore circuitale
- 4 – Dispense fornite dal docente
- 5 – John R. Taylor, Introduzione all'Analisi degli Errori, Cap.8, pag.182-186. Edizione Zanichelli, seconda edizione, 2000.

## Caratterizzazione di una valvola termoionica in funzione della tensione anodo/catodo e catodo/griglia, determinazione di $\mu$ , $\rho$ S.

Dipartimento di Scienza dei Materiali, Università degli Studi di Milano-Bicocca, via Cozzi 55, I-20125 Milano, Italia

Keywords: valvola termoionica, triodo, campo elettrico, coefficienti di valvola

e-mail:

**ABSTRACT:** Con questa esperienza studiamo la risposta di una valvola termoionica in funzione della tensione catodo/griglia, ovvero la tensione di controllo, e della tensione anodo/catodo, ovvero la tensione di accelerazione. Una valvola termoionica è un componente attivo, che emette elettroni attraverso il catodo per effetto termico, e, dopo averli accelerati con una accelerazione che può essere positiva o negativa a seconda dell'alimentazione catodo griglia, li raccoglie all'anodo. Il componente funziona anche a griglia spenta, comportandosi come un diodo. La valvola termoionica permette quindi il passaggio di corrente (elettroni) in una sola direzione, ovvero avviene passaggio di corrente solo se l'anodo ha un potenziale "più positivo" rispetto al catodo. I diodi non hanno una risposta sempre ohmica, ovvero la risposta non è sempre lineare con la ddp applicata ai suoi capi. Studiando il componente in regime lineare è possibile ricavare i coefficienti di valvola.

### Introduzione

Una valvola termoionica è costituita da un tubo in vetro nel quale è stato tirato il vuoto, essendoci cariche in moto all'interno della valvola, se ci fosse del gas questo si ionizzerebbe e si opporrebbe al passaggio di carica.

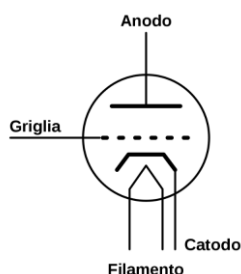
All'interno della valvola sono presenti tre componenti (Fig.1):

Il catodo: un filamento in metallo che viene riscaldato dal passaggio di corrente ed emette elettroni per effetto termoionico

L'anodo: raccoglie gli elettroni emessi dal catodo

La griglia: una rete metallica che permette il passaggio di elettroni attraverso di sé ed è conduttiva.

La griglia è posta molto vicina al catodo, in modo tale che il campo elettrico tra il catodo e l'anodo sia molto più piccolo di quello tra il catodo e la griglia; questo permette di utilizzare una ddp tra catodo e griglia piccola per controllare la corrente anodo catodo, perché il campo elettrico che si genera tra catodo e griglia è molto grande essendo questi due componenti vicini tra loro.



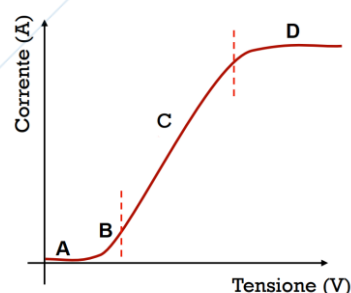
**Fig.1** Schema di un triodo in cui sono evidenziate le sue componenti.

Quando la griglia è spenta è come se non ci fosse, gli elettroni emessi dal catodo viaggiano verso l'anodo con una densità di corrente:

$$j = e n v_d \quad \text{eq.1}^{[1]}$$

La corrente  $I_{AC}$  dipende solo dalla loro ddp che chiamiamo  $\Delta V_{AC}$ .

Indipendentemente dalla presenza della griglia (ovvero nei diodi) questo dispositivo si comporta come una resistenza dipendente dalla conduttività della zona tra catodo e anodo, ovvero avviene passaggio di corrente solo se l'anodo ha un potenziale più positivo rispetto al catodo, se è polarizzato al contrario il catodo emetterà comunque elettroni ma questi saranno respinti dall'anodo e non avremo passaggio di corrente. Questo componente permette quindi passaggio di corrente solo in un verso. I diodi e i triodi non hanno una risposta sempre ohmica, ovvero la risposta non è sempre lineare con la ddp applicata ai suoi capi. La loro risposta ha la forma a "S" come mostrato in Fig.2.



**Fig.2**<sup>[2]</sup> Risposta di un triodo in funzione della tensione, in cui si evidenzia la risposta sublineare (A e B), lineare (C) e saturazione (D).

## Relazione di Laboratorio di Fisica II – A.A. 2021/2022

Nella regione A, quando la  $\Delta V_{AC}$  è nulla o molto piccola, il catodo emette elettroni per effetto termoionico in tutte le direzioni, non essendoci campo elettrico, molti pochi elettroni sono raccolti dall'anodo e non c'è nessuna driving force, di conseguenza finché la  $\Delta V_{AC}$  non è sufficientemente grande la corrente sarà molto più piccola di quella emessa in regime ohmico.

Nella regione B, la corrente inizia a salire ma è ancora sublineare, perché da un lato non riusciamo ancora a raccogliere tutti gli elettroni emessi dal catodo e dall'altro la  $v_d$  è molto piccola essendo la tensione bassa, si viene quindi a creare una nuvola di carica negativa tra catodo e anodo vicina al catodo, questa carica negativa si frappone al moto di carica, sempre negativa, che dal catodo va verso l'anodo per effetto di repulsione coulombiana.

Se arriviamo ad avere una  $\Delta V_{AC}$  sufficientemente grande, questa regione di carica spaziale non si forma più perché si riesce a drenare efficacemente carica all'anodo, non c'è più nulla che si frappone al moto delle cariche e quindi la corrente aumenta linearmente con la tensione e possiamo utilizzare la legge di Ohm:

$$i = V/R \quad \text{eq.2}$$

Nella regione D, la corrente non aumenta nonostante aumentiamo la tensione, ora stiamo drenando efficacemente tutte le cariche, non ci sono più cariche disponibili da accelerare e di conseguenza la corrente va a saturazione. Diodi e triodi vengono tipicamente utilizzati in regime di linearità.

Nei triodi è presente la griglia che è in grado di modificare la corrente catodo anodo utilizzando la  $\Delta V_{CG}$ , se questa viene applicata con la stessa polarità della  $\Delta V_{CA}$ , al campo elettrico C/A sommeremo un campo elettrico di pari direzione e verso, di conseguenza aumenteremo di molto la corrente  $I_{AC}$ . Se la polarità della griglia è opposta, il campo elettrico C/G si oppone al campo elettrico C/A, in questo caso la corrente verrà ridotta.

Questo comportamento si formalizza in tre parametri che vengono chiamati coefficienti di valvola:

1 – Fattore di amplificazione  $\mu$  (adimensionale), è il rapporto tra la variazione incrementale della tensione di anodo ( $\Delta V_{AC}$ ) rispetto alla variazione incrementale della tensione di griglia ( $\Delta V_{CG}$ ) a corrente anodica costante. Il fattore di amplificazione ha un segno dipendente dalla polarità C/G, può essere positivo o negativo, aumentando o diminuendo la corrente.

$$\mu = - \frac{\Delta V_{AC} - \Delta V'_{AC}}{\Delta V_{CG} - \Delta V'_{CG}} \quad \text{eq.3}$$

2 – Resistenza anodica  $\rho$  ( $\Omega$ ), è il rapporto tra la variazione incrementale della tensione di anodo ( $\Delta V_{AC}$ ) e la variazione incrementale della corrente anodica ( $\Delta I_{AC}$ ) a parità di tensione catodo griglia. È la resistenza che si frappone al passaggio di corrente A/C.

$$\rho = \frac{\Delta V_{AC} - \Delta V'_{AC}}{I'_{AC} - I''_{AC}} \quad \text{eq.4}$$

3 – Transconduttanza  $S$  ( $\Omega^{-1}$ ), è il rapporto tra la variazione incrementale di corrente anodica ( $\Delta I_{AC}$ ), e la variazione

incrementale catodo griglia ( $\Delta V_{CG}$ ) a tensione anodica costante.

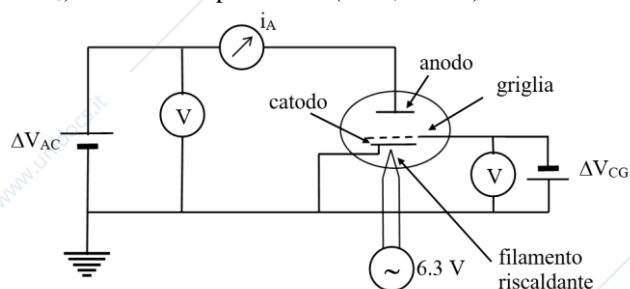
$$S = \frac{I'_{AC} - I''_{AC}}{\Delta V_{CG} - \Delta V'_{CG}} \quad \text{eq.5}$$

I coefficienti di valvola sono legati dalla relazione:

$$\mu = \rho \cdot S \quad \text{eq.6}$$

### Strumentazione sperimentale e metodo di misura

La strumentazione in laboratorio è costituita da: triodo, alimentatore a uscite differenziate: 6.3V (preso come valore esatto); 0-30 V; 0/300 V) e 3 multimetri, di cui 2 usati come voltmetri (+/- 0,1 mV per la  $\Delta V_{CG}$  e +/- 1 V per la  $\Delta V_{AC}$ ) e 1 come amperometro (+/- 0,01 mA).



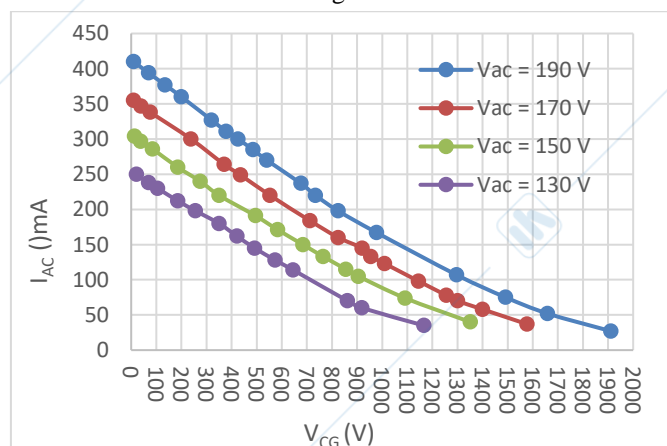
**Fig.2**[2] Schema circuitale che mostra le componenti e gli strumenti di misura utilizzati nell'esperienza.

Il circuito è montato come in **Fig.2** ed è alimentato in modo tale da avere una polarità C/G opposta rispetto a quella A/C, così da ridurre la corrente che circola tra C/A. Il filamento viene alimentato con una tensione di 6.3V. Si applica una ddp A/C che viene mantenuta fissa, si aumenta la ddp C/G fino ad ottenere un valore di corrente anodica pari a 0, monitorando la tensione  $\Delta V_{CG}$  e  $I_{AC}$  con i multimetri.

Le misure vengono ripetute per altri 3 valori di tensione A/C

### Risultati & discussione

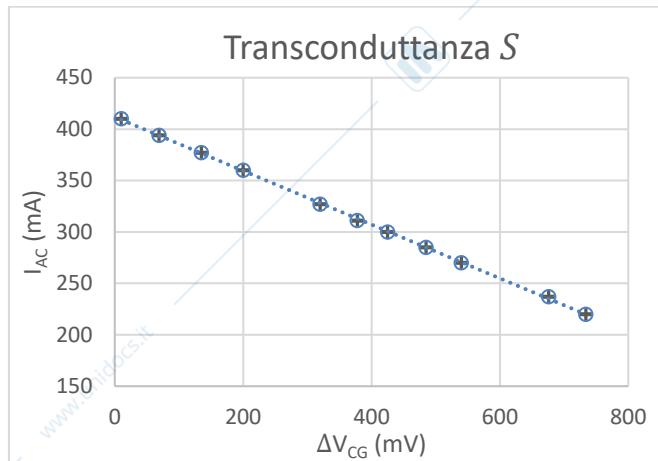
Inseriamo i dati raccolti in un grafico:



**Fig.4**[Nota 1] Grafico che rappresenta l'andamento della corrente al variare della  $\Delta V_{CG}$  a 4 differenti  $\Delta V_{AC}$  fissate.

## Relazione di Laboratorio di Fisica II – A.A. 2021/2022

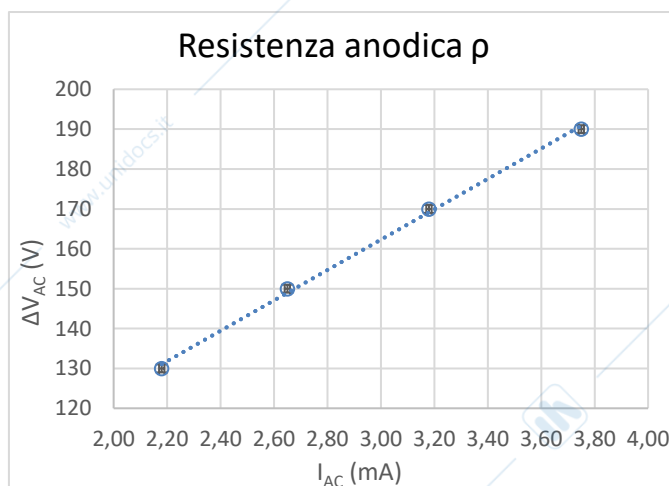
Dal grafico in **Fig.4** estrapoliamo il valore di  $S$ , che sarà la pendenza della retta secondo **eq.5**, utilizzando il metodo dei minimi quadrati<sup>[3]</sup>. Scegliendo una delle 4 curve (ovvero una  $\Delta V_{AC}$ ), e scegliendo un range di valori entro il quale otteniamo una risposta lineare dal componente. È stata scelta la curva  $\Delta V_{AC} = 190$  V e il range di valori della  $\Delta V_{CG}$  da 10 a 734 mV.



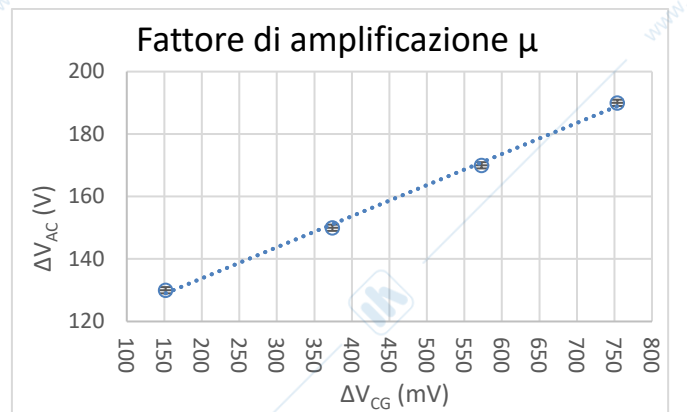
**Fig.5** Grafico che mostra l'andamento della corrente al variare della  $\Delta V_{CG}$  nel range lineare.

Dal grafico **Fig.4**, estrapoliamo i valori della  $I_{AC}$  e i corrispondenti valori di  $\Delta V_{CG}$  ad una certa tensione  $\Delta V_{AC}$  costante.

Riportiamo in due differenti grafici **Fig.6** e **Fig.7**, i valori rispettivamente della  $I_{AC}$  e della  $\Delta V_{CG}$  in funzione della  $\Delta V_{AC}$ . Da questi due grafici estrapoliamo come pendenza della retta, utilizzando il metodo dei minimi quadrati, i valori di  $\rho$  e di  $\mu$ , secondo le relazioni **eq.4** e **eq.6**.



**Fig.6** Grafico che rappresenta l'andamento della tensione  $\Delta V_{AC}$  in funzione della corrente  $I_{AC}$



**Fig.7** Grafico che rappresenta l'andamento della  $\Delta V_{CG}$  al variare della tensione  $\Delta V_{AC}$

### Conclusioni:

I valori ricavati dei coefficienti di valvola calcolati sono:

$$S = (-2,61 \pm 0,01 \Omega^{-1}) \cdot 10^{-3}$$

$$\rho = (38,1 \pm 0,9 \Omega) \cdot 10^3$$

$$\mu = -100 \pm 2$$

A meno dell'errore sperimentale sono stati calcolati i coefficienti di valvola all'interno del regime di funzionamento lineare del triodo utilizzato. la griglia è stata alimentata con una tensione opposta rispetto a quella A/C per ragioni di sicurezza, in questo modo la corrente partirà da un valore massimo e viene portata a 0, evitando così il rischio di sovralimentare la valvola.

### Note:

Nota 1 - Le barre di errore sono troppo piccole per essere viste in questa scala.

### Riferimenti bibliografici:

1 – P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci, Elementi di Fisica, Cap. 5, pag.106-109. Edizioni EdiSES, 2010.

2 – Dispense fornite dal docente.

3 – John R. Taylor, Introduzione all'Analisi degli Errori, Cap.8, pag.182-186. Edizione Zanichelli, seconda edizione, 2000.