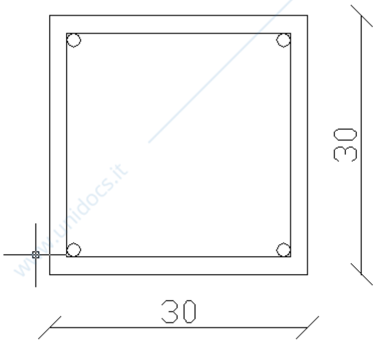
Esercizio 1 sulla compressione semplice D.M.14/01/2008.

Valutare la sollecitazione Nrd della sezione quadrata (b = h = 300 mm) di un pilastro armato con 4 Φ16 e staffe Φ8 con passo 15 cm.
Utilizziamo i seguenti materiali:
-calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa);
-acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.

Risoluzione



Punto 4.1.2.1.1.1 Testo unico: $f_{cd} = \alpha_{cc}\, f_{ck}/\gamma_c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;
γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$fcd = \frac{0{,}85 \cdot 28}{1{,}5} = 15.87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1{,}15} = 391.30 \text{ MPa}$$

Ac = 300 ·300 = 90.000 mm² [1]
As = (4φ16)=804 mm²

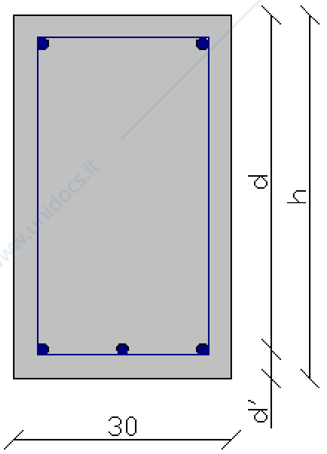
$$Nrd = 0.8\, fcd \cdot Ac + As, tot.\, fyd = 0.8 \cdot 90.000 \cdot 15.87 + 804 \cdot 391.4 = 1.457.325{,}6 \text{ N}$$

La verifica è soddisfatta se Nrd, sollecitazione che porta a rottura la sezione, risulta maggiore della sollecitazione di calcolo Ned calcolata agli stati limite ultimi.

[1] L'area del calcestruzzo può essere calcolata, in via cautelativa, escludendo le zone del conglomerato poste al di là delle staffe (copriferro). Ad esempio, nel nostro caso avremmo, con un copriferro pari a 30 mm: Ac = 240 ·240 = 57.600 mm².

ESERCIZIO 2 Progetto allo SLU di una sezione rettangolare con semplice armatura per flessione.

Progettare allo SLU l'altezza utile d e l'armatura tesa As della sezione (Base 300 mm) per Msd pari a 150 KNm, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.
Dati: b, Msd, caratteristiche meccaniche materiali.
Incognite: d, As.



Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck}/\gamma_c$

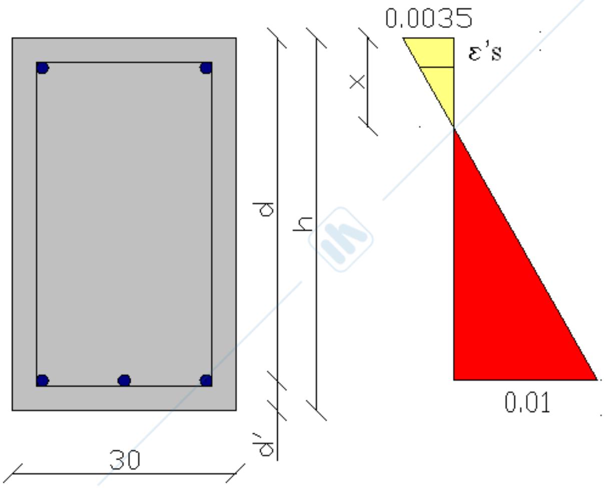
α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γ_c coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γ_s coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$fcd = \frac{0{,}85 \cdot 28}{1{,}5} = 15.87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1{,}15} = 391.30 \text{ MPa}$$

Lo SLU per flessione coincide con il raggiungimento della massima capacità de formativa del calcestruzzo pari a $\varepsilon_c = 0{,}0035$.
E' necessario assegnare un valore limite alla deformazione dell'acciaio assumendo la deformazione ε_s pari a 0,01.



Con armatura equilibrata abbiamo la contemporanea rottura del calcestruzzo e dell'acciaio, pertanto, possiamo scrivere:

$$0{,}0035 : X = 0{,}010 : (d - X) \rightarrow \mathrm{X} = 0{,}259 \cdot \mathrm{d}$$

$$C = fcd \cdot \beta \cdot X \cdot b = 0{,}8 \cdot 0{,}259 \cdot d \cdot b \cdot fcd = 0{,}207 \cdot b \cdot d \cdot fcd$$ [1]

$$Z = As \cdot fyd$$

Poiché la risultante delle compressioni deve essere uguale alla risultante delle trazioni, otteniamo che il momento resistente di calcolo sarà così esprimibile:

$$Mrd = C \cdot Z = C \cdot (d - k \cdot X) = 0{,}207 \cdot fcd \cdot b \cdot d \cdot (d - 0{,}4 \cdot 0{,}259 \cdot d)$$

$$Mrd = 0{,}207 \cdot fcd \cdot b \cdot d^2 \cdot (1 - 0{,}4 \cdot 0{,}259)$$

Poichè noi conosciamo già il momento sollecitante di calcolo Msd, da quest'ultima formula possiamo ricavare l'altezza utile della sezione con armatura equilibrata:

$$d = \sqrt{\frac{Msd}{0{,}185 \cdot fcd \cdot b}} = \sqrt{\frac{150000000}{0{,}185 \cdot 15{,}87 \cdot 300}}$$

d = 412,68 mm

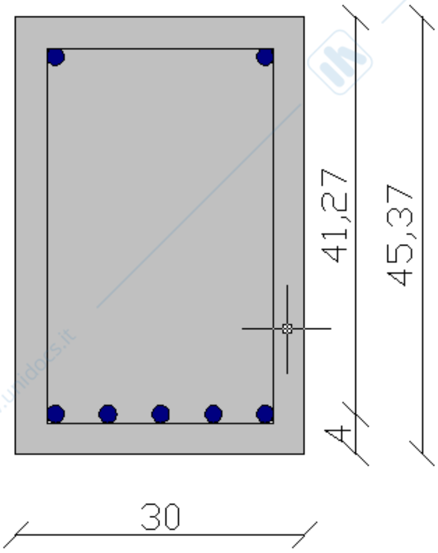
Dalla relazione $C = T$ ottengo:

$$As = \frac{0{,}207 \cdot b \cdot d \cdot fcd}{fyd} = \frac{0{,}207 \cdot 300 \cdot 412{,}68 \cdot 15{,}87}{391{,}3}$$

[1] Si ricordi che i coefficienti β e k sono ricavabili dalle seguenti espressioni approssimate:

$$\beta = \left(1{,}6 - 0{,}8 \cdot \frac{\varepsilon c}{\varepsilon cu}\right) \cdot \frac{\varepsilon c}{\varepsilon cu} \quad ; \quad k = 0{,}33 + 0{,}07 \cdot \frac{\varepsilon c}{\varepsilon cu}$$

As = 1039,4 mm² pari a 5φ18 As effettiva 1272,3mm²

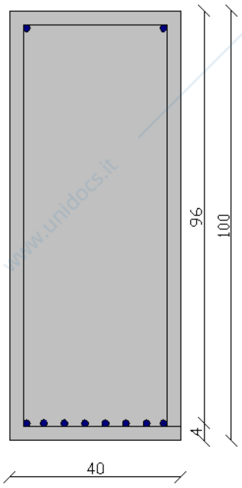


ESERCIZIO 3 Progetto dell'armatura della sezione inflessa noti Msd, b, d e le caratteristiche meccaniche dei materiali.

Progettare le armature della sezione rettangolare (b = 40 cm, h = 100 cm, d'=4 cm) per Msd = 450 KNm, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.

Dati: b,d=h-d', Msd, caratteristiche meccaniche materiali.

Incognite: As.



Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $fcd = \alpha_{cc}\, fck/\gamma c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;

γc coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

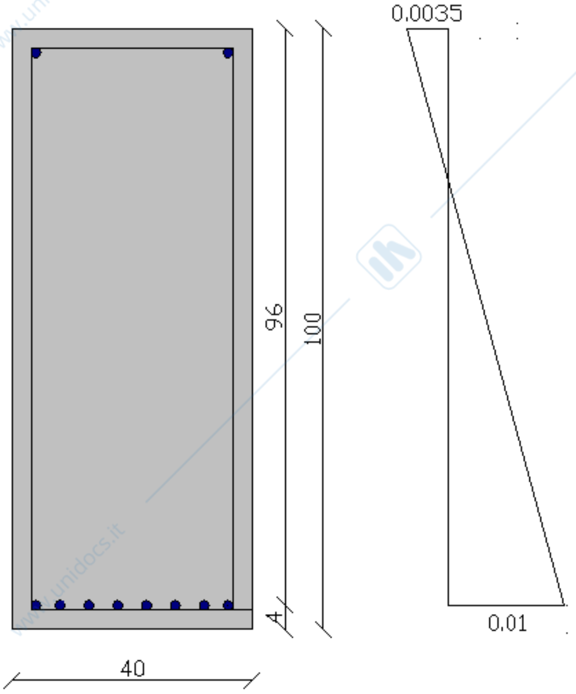
Punto 4.1.2.1.1.3: $fyd = fyk/\gamma s$

fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;

γs coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$fcd = \frac{0{,}85 \cdot 28}{1{,}5} = 15.87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1{,}15} = 391.30 \text{ MPa}$$

Si tratta evidentemente di un progetto condizionato; decidiamo pertanto di armare la nostra sezione mirando ad ottenere un'armatura equilibrata e quindi un grado di duttilità (x/d) prossimo a 0,259.



Con armatura equilibrata la sezione necessiterà della seguente armatura tesa:

$$As = 0{,}207 \cdot \frac{fcd}{fyd} \cdot b \cdot d = 3224 mm^2$$

Pertanto saranno necessari:
8 Φ 24 i quali hanno un'area pari a 3619 mm^2.

Esercizio 4 (Progetto doppia armatura)

Progettare allo SLU le armature longitudinali di una sezione rettangolare (b = 300 mm, h = 350 mm, d = 300 mm) per Msd pari a 150 KNm, realizzata con calcestruzzo con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.
Dati: b, h, d, Msd, caratteristiche meccaniche materiali.
Incognite: As, A's.

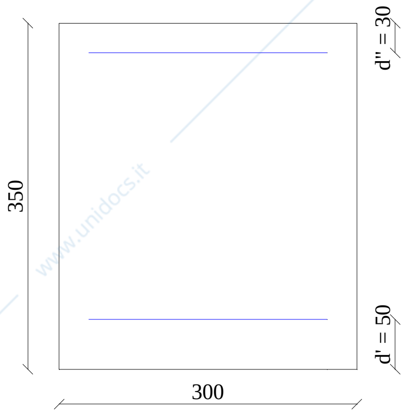
Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:
Punto 4.1.2.1.1.1: fcd = α_{cc} fck/γc

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;
γc coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: fyd = fyk/γs
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γs coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$fcd = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5}$ =15.87 MPa e $fyd = \frac{450}{1,15}$ = 391.30 MPa



Considerando armatura equilibrata, troviamo (utilizzando il diagramma stress-block):

$\bar{x} = (\omega s - \omega' s)d$

ricordando che:

$x = \bar{x}/\beta_0$; $\omega s = \frac{As \cdot fsd}{bd \cdot fcd}$; $\omega' s = \frac{A's \cdot fsd}{bd \cdot fcd}$

Imponendo che

$\varepsilon s = -\frac{d-x}{x}\varepsilon cu = 0,010$

e cioè $x = 0,259d = 0,259 \cdot 300 \cong 78mm$;
$\bar{x} = 0,8 \cdot 0,259d = 0,8 \cdot 0,259 \cdot 300 \cong 62,2mm$ (limite del campo a)
verifichiamo la deformazione nell'acciaio compresso per vedere se anch'esso è snervato:

$$\varepsilon' s = \left(1 - \frac{d''}{x}\right) \cdot \varepsilon cu \le -\varepsilon yd = \frac{fsd}{Es} \Rightarrow \varepsilon' s = \left(1 - \frac{30}{78}\right) \cdot 0,0035 = 0,00215 \le -\varepsilon yd = \frac{391.3}{206000} = -0.00189$$

L'acciaio compresso risulta anch'esso snervato.

Il momento resistente vale allora:

$$Mrd = As \cdot fsd\left(d - \frac{\overline{x}}{2}\right) + A's \cdot fsd\left(\frac{\overline{x}}{2} - d''\right)$$

A questo punto dobbiamo stabilire il rapporto tra armatura tesa e compressa: poniamo A’s= 0,5 As, si ottiene:

$$As \geq \frac{Msd}{\left[fsd \cdot \left(d - \frac{\overline{x}}{2}\right) + 0{,}5 \cdot fsd \cdot \left(\frac{\overline{x}}{2} - d''\right)\right]} = 1489 \cdot mm^2$$

A questo punto occorre scegliere il diametro e il numero dei ferri e passare alla verifica:
Scegliamo:
As = 1527 mm² 6Φ18 A’s = 763 mm² 3Φ18

Ponendo:

$$\xi = (\omega s - \omega' s)/0{,}8 = \left(\frac{As \cdot fsd}{bd \cdot fcd} - \frac{A's \cdot fsd}{bd \cdot fcd}\right)/0{,}8 \cong 0{,}30$$

Si ottiene:

$$\varepsilon s = -\frac{1-\xi}{\xi}\varepsilon cu = 0{,}0081 \geq \varepsilon yd$$

$$-\varepsilon' s = -\frac{\xi - d''/d}{\xi}\varepsilon cu = -0{,}002336 \geq \varepsilon yd$$

Sia l’acciaio teso che quello compresso sono snervati per cui risulta:

$$\overline{x} = 0{,}8x = 0{,}8 \cdot \xi \cdot d = 0{,}8 \cdot 0{,}3 \cdot 300 = 72mm$$
$$z_s = d - 0{,}5\overline{x} = 300 - 0{,}5 \cdot 72 = 264mm \leq 0{,}96d = 288mm$$
$$z'_s = 0{,}5\overline{x} - d'' = 0{,}5 \cdot 72 - 30 = 6mm$$

Da cui risulta un momento resistente:

$$Mrd = As \cdot fsd \cdot z_s + A's \cdot fsd \cdot z'_s = 1527 \cdot 391.3 \cdot 288 + 763 \cdot 391.3 \cdot 6 = 173.9KNm > Msd$$

ESERCIZIO 5 Verifica sezione rettangolare

Verificare una sezione in cemento armato caratterizzata da:
b = 30 cm;
h = 50 cm;
d = 4 cm;
Msd= 120 KNm
realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C25/30(Rck pari a 30 MPa, fck pari a 25 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa. Consideriamo una sezione armata sia in zona tesa che in zona compressa con 4Φ16 As = A's =804 mm2.

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:

Punto 4.1.2.1.1.1: $fcd = \alpha_{cc}\, fck/\gamma c$

α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;
γc coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $fyd = fyk/\gamma s$
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γs coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

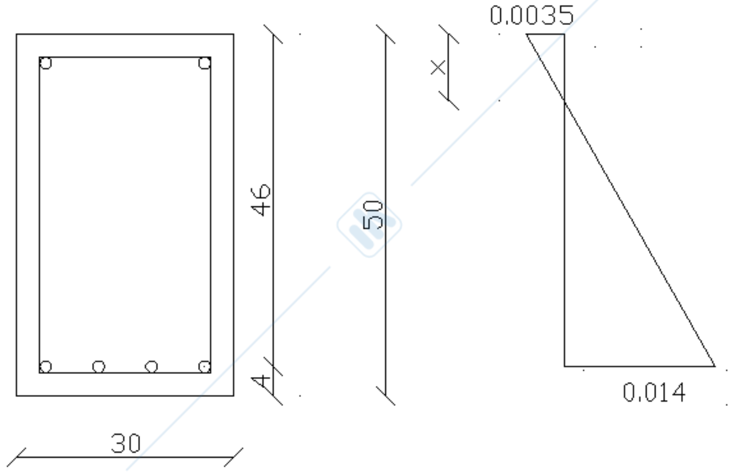
$$fcd = \frac{0{,}85 \cdot 25}{1{,}5} = 14.17 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1{,}15} = 391.30 \text{ MPa}$$

Lo SLU per flessione coincide con il raggiungimento della massima capacità deformativa del calcestruzzo pari a εc = 0,0035.
Dobbiamo cercare il meccanismo di collasso che porta a rottura la sezione.
Dall'equazione di equilibrio alla traslazione C=T ricavo l'asse neutro pari a:

$$x = \frac{fyd \cdot As}{fcd \cdot 0{,}8 \cdot b} = \frac{391.30 \cdot 804}{14{,}17 \cdot 0{,}8 \cdot 300} = 92{,}51 \text{ mm}$$

$$\varepsilon s = \frac{\varepsilon cu(d-x)\cdot}{x} = \frac{0{,}0035(460-92{,}51)}{92{,}51} = 0{,}014$$

risulta $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$



Il momento resistente risulta pari a:
$Mrd = T\ z = fyd\ As\ (d-kx)$
$Mrd = 391,30*804(460-0,4*92,51)=133,08$ KNm
Verifica $Mrd \geq Msd$

Esercizio 6 Elementi senza armature trasversali resistenti a taglio

Verificare allo SLU per taglio la sezione trasversale all'appoggio di un travetto latero - cementizio sollecitato a V_{Ed} = 15 KN, di sezione h = 24 cm, B = 50 cm, bo = 12 cm, s = 4 cm, As = 2 Φ12 + 1 Φ14 e A's = 2 Φ12, realizzata con calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa) e acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.

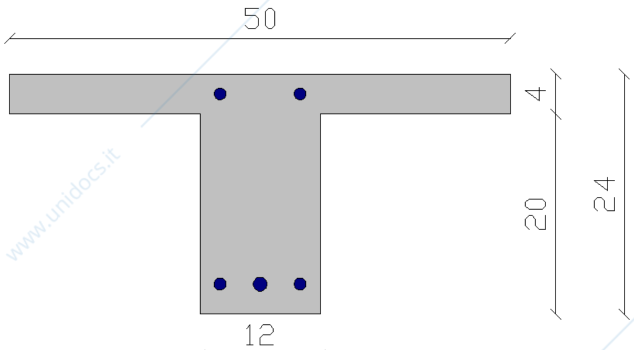
Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:
Punto 4.1.2.1.1.1: $fcd = \alpha_{cc}\, fck/\gamma c$
α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;
γc coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: $fyd = fyk/\gamma s$
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γs coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$fcd = \frac{0{,}85 \cdot 28}{1{,}5} = 15.87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1{,}15} = 391.30 \text{ MPa}$$

As = 380 mm², A's = 226 mm²



La normativa ci dice che i solai possono essere realizzati senza armatura a taglio se Msd ≤ Mrd.
La verifica di resistenza (SLU) si pone con
VRd ≥ VEd (4.1.13)
dove VEd è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.

$$V_{Rd} = \left\{0{,}18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}\right\} \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w d \quad (4.1.14)$$

Dove:

$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$
$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

e dove

d	è l'altezza utile della sezione (in mm);
$\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d)$	è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ($\leq 0{,}02$);
$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$	è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0{,}2\ f_{cd}$);
b_w	è la larghezza minima della sezione(in mm).

Nel nostro caso:

fck= 28 MPa
d = 210mm
$K = 1+(200/210)^{1/2} = 1{,}976$
$v_{min}=0{,}035*(1{,}976)^{3/2} * 28= 2{,}722$

$$\rho_l = \frac{As_l}{b_w \cdot d} = \frac{380}{120 \cdot 210} = 0{,}0151$$

$\delta = 1$ in assenza di precompressione

Otteniamo allora il seguente taglio ultimo resistente:

$$Vrd = \frac{0{,}18 \cdot 1{,}976 \cdot (100 \cdot 0.0151 \cdot 28) \cdot 120 \cdot 210 \cdot}{1.5} \geq (2.722 \cdot 120 \cdot 210)$$

Vrd = 252.640,93 N≥6859,4

Il Vrd risulta essere maggiore del Vsd (15000 N), pertanto la nostra sezione è verificata.

Esercizio 7 Elementi con armature trasversali resistenti a taglio

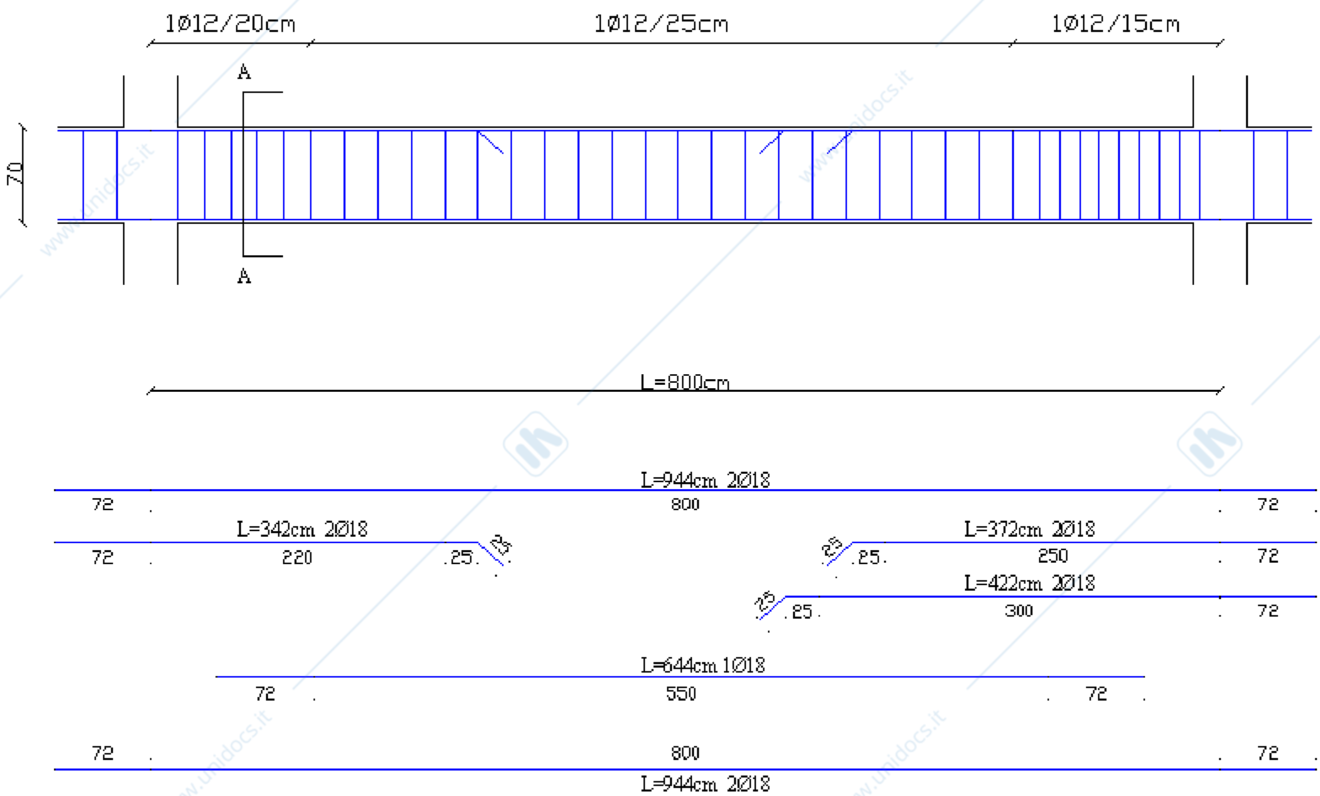
Verificare allo SLU la trave in cemento armato di luce 8 m, con sezione costante 30·70 cm e armatura schematizzata in figura, sollecitata a:
Msd (z) = -200 + 221 ·z – 30 ·z^2
Vsd (z) = 221 – 60 ·z
I materiali impiegati sono:
-calcestruzzo classe di resistenza C28/35 (Rck pari a 35 MPa, fck pari a 28 MPa);
-acciaio B450C le cui caratteristiche sono le seguenti: fyk=450MPa, Es=206000 MPa.

Risoluzione

Note le caratteristiche dei materiali otteniamo:
Punto 4.1.2.1.1.1: fcd = α_{cc} fck/γc
α_{cc} coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata;
γc coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;
fck resistenza caratteristica cilindrica compressione del calcestruzzo a 28 giorni.

Punto 4.1.2.1.1.3: fyd = fyk/γs
fyk= tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio;
γs coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

$$fcd = \frac{0,85 \cdot 28}{1,5} = 15.87 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad fyd = \frac{450}{1,15} = 391.30 \text{ MPa}$$



Procediamo ora con la verifica a taglio:

Punto: 4.1.2.1.3.2 Elementi con armature trasversali resistenti al taglio

La resistenza a taglio V Rd di elementi strutturali dotati di specifica armatura a taglio deve essere valutata sulla base di una adeguata schematizzazione a traliccio. Gli elementi resistenti dell'ideale traliccio sono: le armature trasversali, le armature longitudinali, il corrente compresso di calcestruzzo e i puntoni d'anima inclinati. L'inclinazione θ dei puntoni di calcestruzzo rispetto all'asse della trave deve rispettare i limiti seguenti:
$1 \leq ctg\,\theta \leq 2,5$ (4.1.16) $45° \leq \theta \leq 21,81°$
La verifica di resistenza (SLU) si pone con
VRd ≥ VEd (4.1.17)
dove VEd è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.
Nel caso in esame VEd (dx) = 259 KN, VEd (sx) = 221 KN.
Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a "taglio trazione" si calcola con:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta) \cdot \sin\alpha$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a "taglio compressione" si calcola con:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta)/(1 + ctg^2\theta)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

VRd = min (VRsd, VRcd) (4.1.20)

Dove:
d è l'altezza utile della sezione (in mm);
σcp = NEd/Ac è la tensione media di compressione nella sezione (≤ 0,2 fcd);
bw è la larghezza minima della sezione(in mm);
Asw area dell'armatura trasversale;
s interasse tra due armature trasversali consecutive;
α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;
f cd ' resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima (f cd ' =0,5 f cd);
ac coefficiente maggiorativo pari a:
-1 per membrature non compresse;
-1 + σcp/fcd per 0 ≤σcp < 0,25 fcd;
-1,25 per 0,25 fcd ≤σcp ≤ 0,5 fcd;
-2,5(1 - σcp /fcd) per 0,5 fcd < σcp < fcd;

Per conoscere l'angolo di inclinazione delle bielle di calcestruzzo, si impone il cedimento simultaneo delle bielle di calcestruzzo e delle staffe uguagliando i secondi membri delle formule sapendo che nel caso in esame non sono presenti barre inclinate, α = 90° pertanto cotgα = 0, sinα = 1;

$$VRsd = \frac{0,9 \cdot d \cdot Asw \cdot fyd \cdot \cot g\theta}{s} \;; \qquad VRcd = \frac{0,9 \cdot d \cdot \alpha c \cdot bw \cdot f'cd}{\cot \vartheta + \tan \vartheta}$$

$$\frac{0,9 \cdot d \cdot Asw \cdot fyd \cdot \cot g\vartheta}{s} = \frac{0,9 \cdot d \cdot \alpha c \cdot bw \cdot f'cd}{\cot \vartheta + \tan \vartheta}$$

Da cui risulta $\sin^2 \vartheta = \dfrac{Asw \cdot fyd}{bw \cdot s \cdot (\alpha cf'cd)}$

Da questa formula otteniamo l'angolo di inclinazione delle bielle compresse.

$$\sin^2 \vartheta = \frac{226 \cdot 391.3}{300 \cdot 150 \cdot 0.5 \cdot 15.87} = 0.24766$$

cotgθ= 1,74 $\qquad 1 \leq ctg\ \theta \leq 2,5$

Dove s è il passo delle staffe e Asw è l'area delle stesse. Poiché usiamo delle staffe Φ12 a due bracci, queste avranno la seguente area totale:
Asw = 2 ·113 mm2 = 226 mm2

Infine dall'espressione del taglio resistente dell'armatura trasversale VRsd o analogamente dall'espressione del taglio resistente delle bielle compresse VRcd è possibile calcolare il taglio resistente della sezione VRd, ossia:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta) \cdot \sin\alpha$$

$$VRsd = \frac{0,9 \cdot 660 \cdot 226 \cdot 391.3 \cdot 1.74}{150} = 609344{,}26\text{N} = 609{,}34\text{ KN}$$

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta)/(1 + ctg^2\theta)$$

$$VRcd = \frac{0,9 \cdot 660 \cdot 1 \cdot 300 \cdot 0.5 \cdot 15.87 \cdot 1.74}{1 + 1.74^2} = 610882{,}31\text{N} = 610{,}88\text{KN}$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

VRd = VRsd=VRcd ≈609KN

e poiché Vsd (dx) = 259 KN, Vsd (sx) = 221 KN
la verifica è soddisfatta.

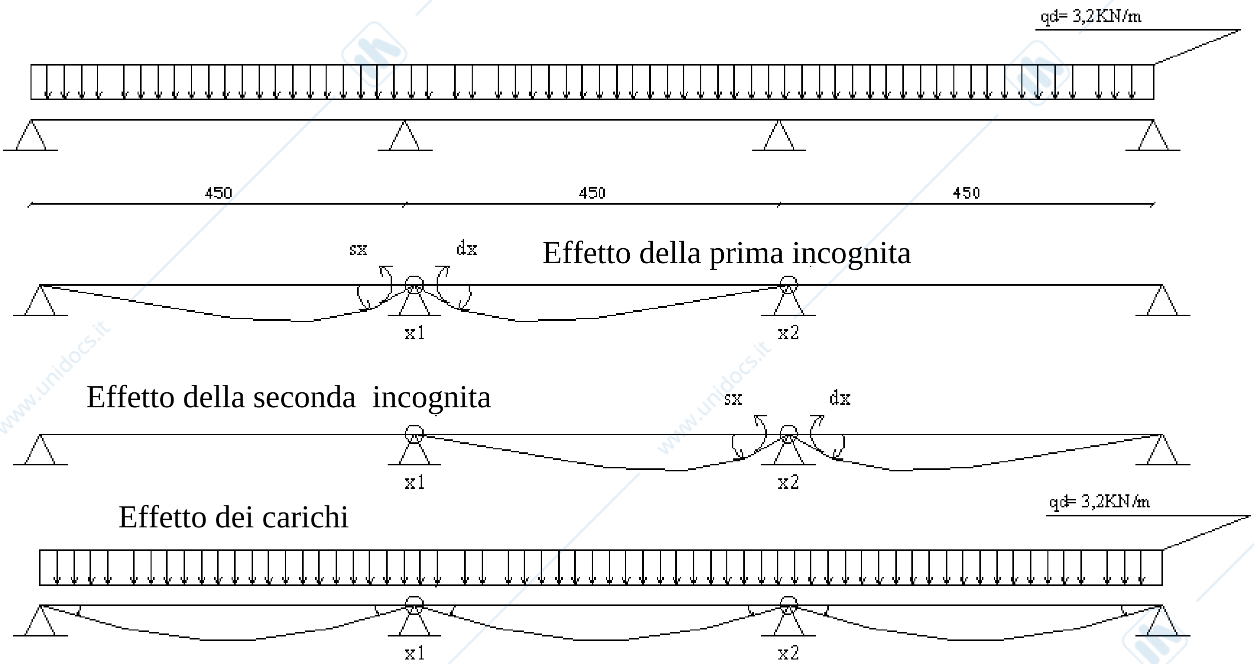
Procedendo allo stesso modo per le altre staffe con passi differenti, otteniamo:

Passo s (mm)	cotgθ	VRcd (KN)	VRsd (KN)	VRd (KN)	Vsd (KN)

150 per un tratto pari a 1,6m (estremo dx)	1,74	610,88	609,34	609,34	259
200 per un tratto pari a 1,2 m (estremo sx)	2,09	550,53	548,93	548,93	221
250	2,39	503,49	502,18	502,18	169

Anche questa verifica risulta essere positiva, infatti i diversi V_{Rrdmax} sono maggiori rispetto ai relativi Vsd.

Metodo delle forze.



Consideriamo positiva la rotazione oraria.
Equazioni di congruenza:

$\varphi_{R1}=0$ $\qquad\qquad$ $\varphi_{dx} - \varphi_{sx} = 0$

$\varphi_{R2}=0$

$$\varphi R1 = \left(\frac{l}{3EJ} - \left(\frac{l}{3EJ}\right)\right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{6EJ} - 0\right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{24EJ} - \left(-\frac{ql^3}{24EJ}\right)\right) = 0$$

$$\varphi R2 = \left(0 - \left(-\frac{l}{6EJ}\right)\right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{3EJ} - \left(-\frac{l}{3EJ}\right)\right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{24EJ} - \left(-\frac{ql^3}{24EJ}\right)\right) = 0$$

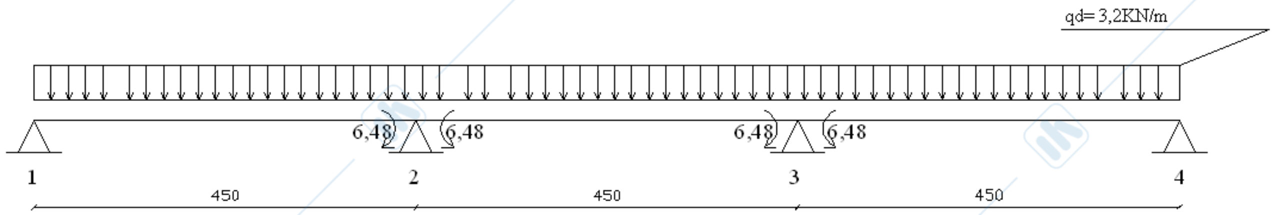
Sostituendo i valori numerici e semplificando:

$$\left(\frac{2l}{3EJ}\right) \cdot x1 + \left(\frac{l}{6EJ}\right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{12EJ}\right) = 0 \qquad 2x1 + \frac{1}{2} \cdot x2 + \left(\frac{ql^2}{4}\right) = 0$$

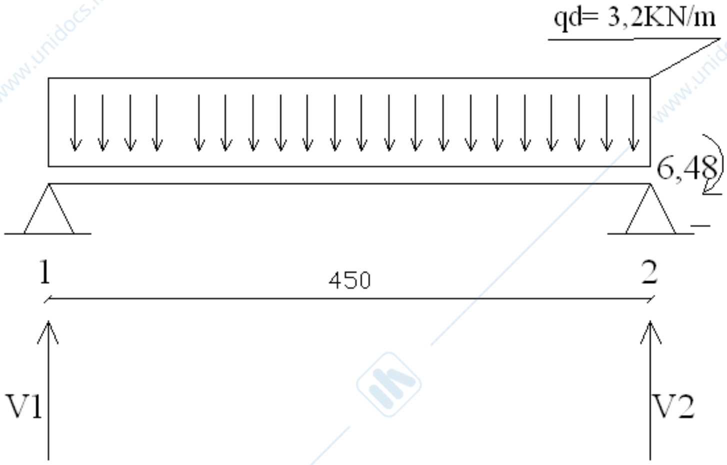
$$\left(\frac{l}{6EJ}\right) \cdot x1 + \left(\frac{2l}{3EJ}\right) \cdot x2 + \left(\frac{ql^3}{12EJ}\right) = 0 \qquad \frac{1}{2} \cdot x1 + 2 \cdot x2 + \left(\frac{ql^2}{4}\right) = 0$$

l=4,5m
q= 3,2KN/m

Otteniamo x1= -6,48 e x2=-6,48.



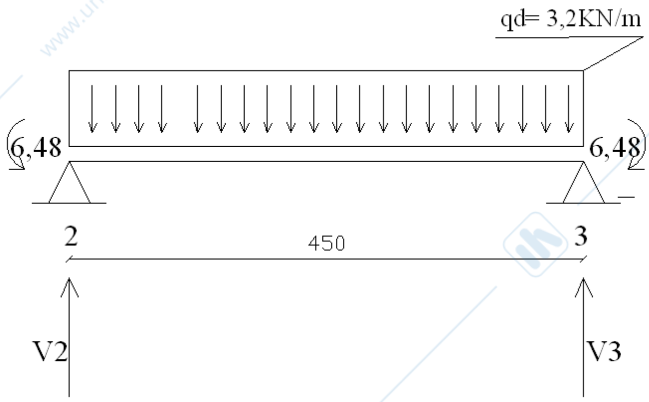
Consideriamo l'asta 1-2.



Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:
V1= 5,76
V2= 8,64.

Taglio in x=0 pari a 5,76 KN.
Taglio in x=4,5m pari a -8,64 KN.
Il taglio si annulla in x= 1,8m.
Momento in x=0 pari a zero.
Momento in x= 4,5m pari a -6,48KNm
Mmax = 5,184KNm

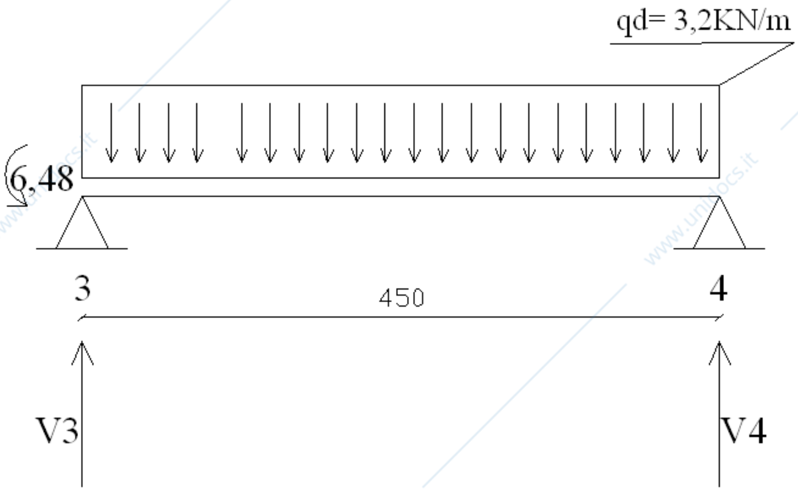
Consideriamo asta 2-3.



Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:
V2= 7,2
V3= 7,2.

Taglio in x=0 pari a 7,2KN.
Taglio in x=4,5m pari a -7,2KN.
Il taglio si annulla in x= 2,25m.
Momento in x=0 pari a-6,48 .
Momento in x= 4,5m pari a -6,48KNm
Mmax = 1,62KNm.

Consideriamo l'asta 3-4



Dall'equilibrio alla traslazione verticale e dall'equilibrio alla rotazione rispetto ad un polo qualsiasi ottengo:
V3= 8,64
V4= 5,76.

Taglio in x=0 pari a 8,64KN.
Taglio in x=4,5m pari a -5,76KN.
Il taglio si annulla in x= 2,7m.
Momento in x=0 pari a-6,48 .
Momento in x= 4,5m pari a zero.
Mmax = 5,184KNm.

Diagramma MOMENTO:

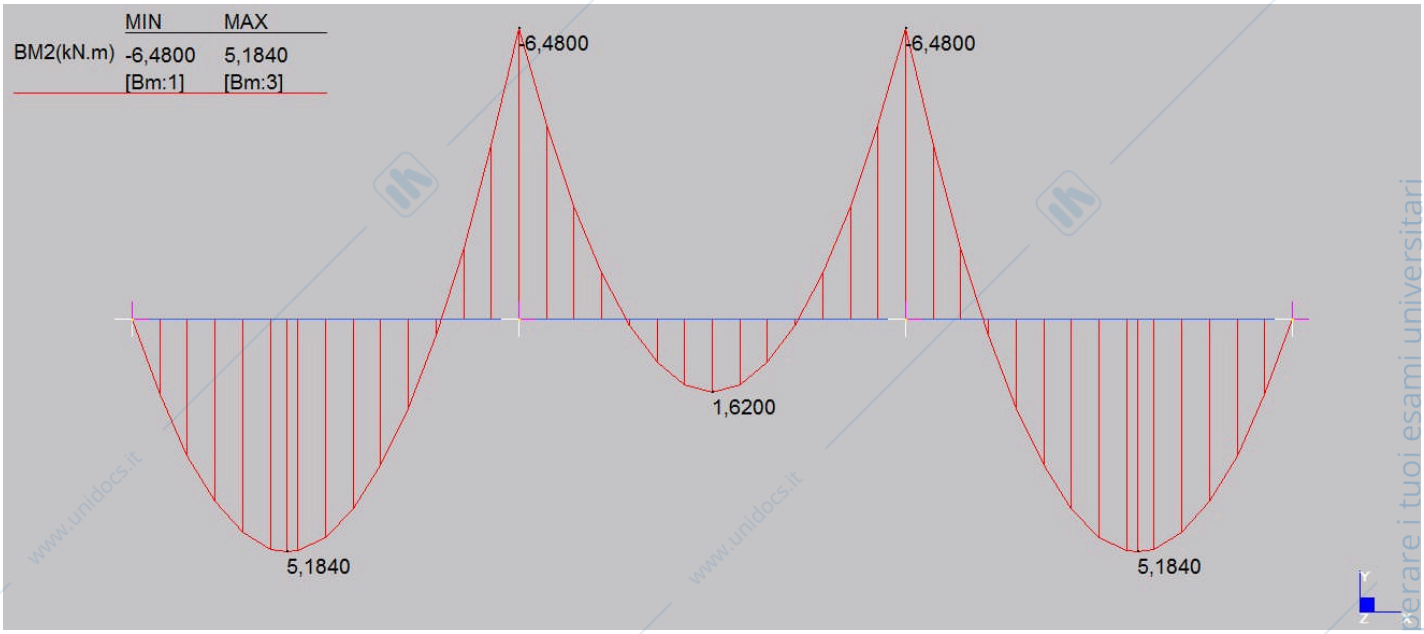


Diagramma TAGLIO: